

- 8. Данько М.І. Удосконалення планування використання інфраструктури залізниць операторськими компаніями на основі ресурсозбереження / М.І. Данько, В.В. Кулешов, М.П. Носенко // Вісник економіки транспорту і промисловості. / УкрДАЗТ, 2007. - Вип. 19-20.- С.230-233.
- 9. Кулешов В.В. Удосконалення прогнозування попиту на вантажні перевезення залізничним транспортом / В.В. Кулешов, В.М. Кулешов, М.П. Носенко // Вестник национального технического университета "ХПИ", № 43, 2008. – С. 136-139.

УДК 519.7

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И ЕГО ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

*Представлено рішення задачі управління проектами про вибір найбільш пріоритетних робіт для виконання із загального набору робіт при заданому обмеженні на загальний час виконання методом динамічного програмування. Описаний алгоритм, який дозволяє відразу отримати як мінімум локально-оптимальне рішення задачі, а також скоротити кількість переборів при пошуку оптимального рішення*

*Ключові слова: управління, проект, динамічне програмування*

---

*Представлено решение задачи управления проектами о выборе наиболее приоритетных работ для выполнения из общего набора работ при заданном ограничении на общее время выполнения методом динамического программирования. Описан алгоритм, который позволяет сразу получить как минимум локально-оптимальное решение задачи, а также сократить количество переборов при поиске оптимального решения*

*Ключевые слова: управление, проект, динамическое программирование*

---

*The decision of task of management of projects is presented about the choice of works of most priorities for implementation from a general set of works at the set limit on common time of implementation of the dynamic programming a method. An algorithm which allows without the use of conservative operations on surplus at once to get the locally-optimum decision of task at least is described, and also to shorten an amount overcoming to  $2^n-2^k$  at the search of optimum decision*

*Keywords: management, project, dynamic programming*

**Л. А. Мильцева**

Студент  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
кафедра ИИ  
пр. Ленина, 14, Харьков, 61166  
Контактный тел.: 8-066-137-74-73  
E-mail: hency@mail.ru

## 1. Введение

На сегодняшний день теория управления проектами является бурно развивающимся разделом теории управления социально-экономическими системами. Управление проектами ставит перед исследователями и руководителями проектов ряд нетривиальных задач, решение которых в общем случае не всегда оптимально или отсутствует вовсе.

## 2. Постановка задачи

Любой проект имеет определенную структуру – набор задач (операций/работ) или подпроектов, взаимосвязанных между собой, выполнение которых обеспечивает получение требуемого результата проекта.

Развитие общества, экономики, организации, да и жизни отдельного человека можно представить себе как совокупность дискретных процессов с заданными

ми конечными целями, протекающими в условиях ограниченного времени и ограниченных ресурсов. Человеку удобно делить процесс своей деятельности на локальные процессы, которые требуют для своей реализации специальных методов управления [3].

В данной работе представлено решение задачи управления проектами о выборе наиболее приоритетных работ для выполнения из общего набора работ при заданном ограничении на общее время выполнения методом динамического программирования.

**3. Общий анализ управления проектами**

В основу методов управления проектами заложено представление проекта в виде сетевого графика, отражающего зависимость между различными операциями проекта. Сложностью решения дискретных задач управления проектами (задач дискретной оптимизации) заключается в том, что число допустимых решений экспоненциально растет с ростом размерности задачи n. Поэтому простой перебор всех решений невозможен при больших n. В то же время эти задачи относятся, как правило, к классу NP-полных задач, для которых не существует методов их точного решения, отличных от перебора.

Похожие задачи целесообразно решать методом динамического программирования, дающим точное решение. В основе метода динамического программирования лежит сведение задачи оптимизации к задаче определения экстремальной траектории (минимальной или максимальной длины) в некотором специальном образом построенном семействе возможных траекторий, в соответствии с принципом оптимальности Беллмана: любой участок оптимальной траектории оптимален [4]. В случае дискретных задач метод динамического программирования сводится к определению пути максимальной или минимальной длины в специальном образом построенной сети [5].

**4. Постановка задачи и её решение**

В качестве примера рассмотрим комплекс независимых работ проекта, с заданным временем выполнения каждой работы  $t_i$  и полезностью  $u_i$ . Под полезностью работы будем понимать число работ, связанных с данной работой, которые становятся доступными для выполнения после завершения текущей работы.

Требуется выбрать подмножество работ M так, чтобы их суммарная полезность

$$U(M) = \sum_{i \in M} u_i \tag{1}$$

была максимальной при ограничении на общее время выполнения T:

$$\sum_{i \in M} t_i \leq T \tag{2}$$

Способ построения сети рассмотрим на примере из пяти работ, данные о полезности и времени которых приведены в таблице 1.

Таблица 1

Данные примера

i	1	2	3	4	5
$u_i$	4	7	2	7	9
$t_i$	3	4	2	5	7

Положим  $T = 10$ . Строим на плоскости систему координат, ось которой соответствует работам, а вторая – времени их выполнения. По оси работ отмечаем номера работ 1..5 (рис. 1). Из начала координат проводим две дуги: одна – горизонтальная в точку (1, 0), а другая – наклонная в точку (1, 3), где 3 – время выполнения первой работы. Первая дуга соответствует случаю, когда первая работа не выполняется, а вторая – когда выполняется. Из каждой полученной точки (1, 0) и (1, 3) проводим также по две дуги для второй работы. Получаем четыре точки (2, 0), (2, 4), (2, 3) и (2, 7), соответствующие четырем возможным вариантам для двух работ. Продолжая таким образом, получим сеть, приведенную на рис. 1, содержащую множество D всех возможных решений задачи.

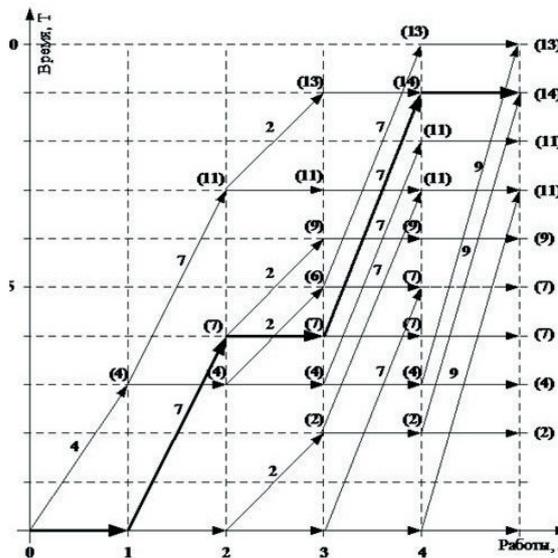


Рис. 1. Метод динамического программирования

Очевидно, что любой путь в сети, из начальной вершины 0 в одну из конечных вершин соответствует некоторому набору работ. И наоборот, любому набору работ, с общим временем выполнения не более 10 однозначно соответствует путь в сети, соединяющей начальную вершину с одной из конечных. Значение координаты по второй оси равно суммарному времени выполнения работ. Примем длины горизонтальных дуг равными 0, а длины наклонных равными полезности соответствующей работы. В этом случае длина пути, соединяющего начальную вершину с одной из конечных, равна суммарной полезности соответствующего набора работ. Таким образом, задача свелась к определению пути, имеющего максимальную длину. Путь максимальной длины выделен на рис. 1 жирными дугами; суммарная полезность U равна 14.

При решении данной задачи методом динамического программирования число допустимых решений равно  $2^5$ . Таким образом, для данного примера число путей в сети равно 32, а при большом n перебор всех

возможных вариантов решений становится весьма трудоемким.

Возможное улучшение метода – использование комбинации эвристического алгоритма и метода динамического программирования, которая выглядит следующим образом:

**Шаг 1.** Введем понятие коэффициента полезности работы  $K^u$ , определяемого следующим образом:

$$K_i^u = \frac{u_i}{t_i} \tag{3}$$

Вычислим  $K^u$  для каждой работы и ранжируем работы по убыванию  $K^u$ . Из получившейся последовательности выбираем первые  $k$  работ, сумма  $t_i$  которых удовлетворяет формуле (2). Таким образом, множество  $D$  возможных решений разбивается на два подмножества: одно  $D_1$  – в котором, одновременно не используются работы, не попавшие в набор из  $k$  работ; второе подмножество  $D_2$  содержит все остальные варианты решений.

Очевидно, что полученный набор из  $k$  работ (табл. 2) является оптимальным решением в  $D_1$  и локально-оптимальным решением в  $D$ , а с некоторой долей вероятности – оптимальным в  $D$  (в данном примере полученное локально-оптимальное решение из 2-й и 4-й работ с суммарной полезностью равной 14 по случайности является оптимальным, в чем можно убедиться, отыскав его на рис. 1).

Таблица 2

Локально-оптимальное решение

$i$	2	4	1	5	3
$K_i^u$	1,75	1,40	1,33	1,29	1,00
$t_i$	4	5	3	7	2

**Шаг 2.** Предположим, что в отброшенных работах есть комбинации, которые дают более оптимальное решение, чем решение в  $D_1$ . Рассмотрим подмножество решений  $D_2$ , применяя метод динамического программирования для всех комбинаций, где работы 1, 5 и 3 не исключаются одновременно (рис. 2). Для наглядности работы 1, 5 и 3 были перемещены в начало оси работ.

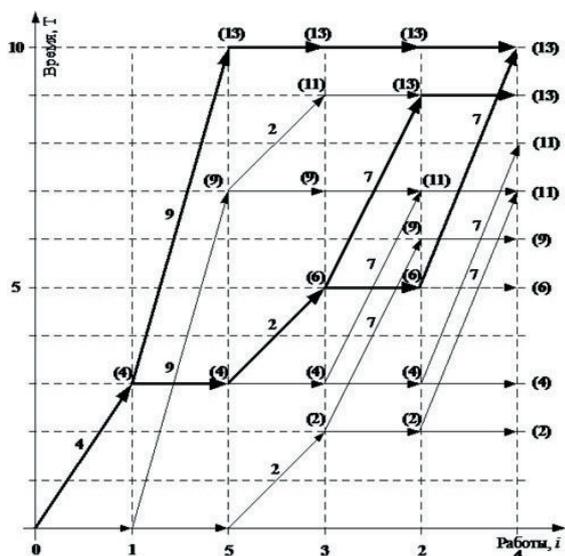


Рис. 2. Улучшенный метод динамического программирования

Оптимальные решения множества  $D_2$  выделены жирными дугами на рис. 2; при этом полезность оптимальных решений равна 13, что меньше полезности оптимального решения множества  $D_1$ . Следовательно, набор из 2-й и 4-й работ является оптимальным решением задачи. При этом стоит отметить, что число допустимых решений множества  $D_2$  на  $2^k$  меньше, чем число решений в  $D$ . Таким образом, использование метода динамического программирования в комбинации с вышеизложенным эвристическим алгоритмом позволяет без использования рутинных операций по перебору сразу получить как минимум локально-оптимальное решение задачи, а также сократить количество переборов до  $2^n \cdot 2^k$  при поиске оптимального решения.

## 5. Выводы

Использование метода динамического программирования в комбинации с вышеизложенным эвристическим алгоритмом позволяет:

- во-первых, без использования рутинных операций по перебору сразу получить как минимум локально-оптимальное решение задачи;
- во-вторых, сократить количество переборов до  $2^n \cdot 2^k$  при поиске оптимального решения.

В заключение перечислим основные полученные результаты:

1. Показано применение метода динамического программирования Беллмана к решению задачи о выборе приоритетных работ.
2. Предложен новый метод решения задач дискретной оптимизации, заключающийся в улучшении метода динамического программирования за счет использования эвристических алгоритмов.
3. Дана оценка сокращения количества комбинаций для перебора при поиске точного решения за счет использования эвристических алгоритмов в методе динамического программирования.

## Литература

1. Руководство к Своду знаний по управлению проектами. (Руководство РМВОК®). Третье издание. Издание на русском языке. – Project Management Institute, Inc., 2004.
2. Коновальчук Е.В., Новиков Д.А. Модели и методы оперативного управления проектами. – М.: ИПУ РАН, 2004. – 63 с.
3. Бурков В.Н., Квон О.Ф., Цитович Л.А. Модели и методы мультипроектного управления. М., Препринт / ИПУ РАН, 1997. – 62 с.
4. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. – М.: Наука, 1969.
5. Математические основы управления проектами: Учеб. пособие / Баркалов С.А., Воропаев В.И., Секлетова Г.И. и др. Под ред. В.Н. Буркова. – М.: Высш. шк., 2005. – 423 с.