

На основі статистичних даних якісних характеристик корегуючих блокових кодів позиційного і таймерного кодування перевірено умови належності каналів міської телефонної мережі (МТМ) до каналів моделі Гілберта. Сформульовані переваги та недоліки синдромних методів виявлення та виправлення помилок при позиційному та таймерному кодуванні. Синтезовані алгоритми, забезпечуючі збільшення швидкості передачі при високій якості

Ключові слова: таймерні сигнальні конструкції, кодові слова, синдром не виправлення помилок, позиційне кодування

На основе статистических данных качественных характеристик корректирующих блоковых кодов при позиционном кодировании и применении таймерных сигнальных конструкций проверены условия их соответствия к каналам модели Гилберта. Сформулированы недостатки и преимущества синдромных методов кодирования. Синтезированы алгоритмы, обеспечивающие увеличение скорости передачи при высоком качестве

Ключевые слова: таймерные сигнальные конструкции, кодовые слова, синдромный метод исправления ошибок, позиционное кодирование

ПОРІВНЯННЯ СИНДРОМНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ КОРИГУЮЧИХ БЛОКОВИХ ПОЗИЦІЙНИХ І ТАЙМЕРНИХ КОДІВ

М. В. Захарченко
Доктор технічних наук, професор,
завідуючий кафедрою*

М. М. Гаджиев
Доктор технічних наук, доцент*
E-mail: gadjievmm@ukr.net

Б. К. Радзімовський
Викладач*

Ю. С. Горохов
Аспірант*

Д. О. Шпак
Аспірант*

*Кафедра інформаційної безпеки та передачі даних
Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова
вул. Кузнєчна, 1, м. Одеса, Україна, 65029

1. Вступ

Із теорії кодування [1] відомо, що кожне m розрядне число N з основою a може бути представлено сумою:

$$N = \sum_{i=1}^n \alpha_i a^i, \quad (1)$$

де α_i – значення розрядного коефіцієнта ($\alpha_i \leq a-1$), i – розряд.

Системи передавання такої інформації називаються позиційними або розрядно-цифровими (РЦК). Для двійкової системи $a=2$, а коефіцієнти $\alpha_i \in \{0;1\}$.

Таким чином, в позиційних системах кодування інформація щодо числа N міститься в коефіцієнтах α_i , які в заданій послідовності передаються каналами зв'язку. Для цього кількість сигналів інформаційного параметру сигналів в каналі « a » повинна відповідати числу різних значень α_i , а мінімальна відстань між суміжними моментами модуляції в частотно обмеженому каналі смугою ΔF не може бути меншою $t_0 = 1/2 \Delta F$. Враховуючи, що реальні канали зв'язку моделі Гільберта (наприклад канали МТМ) забезпечують достатню велику середню імовірність помилкового прийому кодового слова $P_{кв} \geq 10^{-3} + 10^{-4}$ при якості приймання в «хорошому» стані каналу $10^{-7} + 10^{-8}$ [2].

Відомо, що для забезпечення якості передачі $P_{зад} < 10^{-6} + 10^{-7}$ при позиційному блоковому кодуванні формуються корегуючі сигнальні конструкції, в яких інформаційні елементи як частина кодової конструкції (m) збільшується на « k » додаткових елементів, що дозволяє проводити синдромне виявлення та виправлення помилок [1].

2. Аналіз досліджень і публікацій з принципів побудови корегуючих кодів

Проблема підвищення вірності (якості) зв'язку зумовлена не відповідальністю між вимогами, що висуваються при передачі даних і можливостями реальних каналів зв'язку. Зокрема, у мережах передавання даних вимагається забезпечити імовірність виникнення помилки не гірше $10^{-6} \dots 10^{-9}$ [2] у той час, як при використанні реальних каналів зв'язку і простого (примітивного) коду зазначена імовірність є не нижчою за $10^{-2} \dots 10^{-3}$ [3]. Одним із шляхів розв'язання задачі підвищення вірності (зниження імовірності помилки) є використання спеціальних кодів – кодів, що виявляють та виправляють помилки [4]. Всі сучасні корегувальні коди побудовані на основі алгоритмів приведених в

[1, 5, 6] використовують позиційні кодування, принципи якого приведені вступі.

Ідея можливості виявлення помилок є досить простою. Вона полягає у тому, що із загальної кількості $N_{\Sigma} = a^n$ можливих кодових комбінацій довжиною n символів (a – основа коду) для передавання дискретних повідомлень використовуються не всі, а тільки та необхідна кількість кодових комбінацій $N+$, що дорівнює об'єму первинного алфавіту джерела $N_{дж}$. Решта $N = N_{\Sigma} - N+$ кодових комбінацій (не використовуваних) є забороненими, - тобто вони не можуть передаватися каналами зв'язку. Якщо в результаті помилок передана (дозволена) комбінація перетвориться на одну із заборонених, то це й сигналізуватиме про наявність помилок. Таким чином, будь-який корегувальний код є надлишковим кодом, оскільки має зайві кодові комбінації (КК).

Корегувальна здатність коду – це гарантована кількість помилок у окремих КК, що може бути виявлена або виправлена даним кодом. При цьому вводять наступні позначення: t_b – максимальна кратність помилок у КК, що може бути виявлена $t_{вп}$ – максимальна кратність помилок, у КК, що може бути виправлена. Очевидно, що чим більшими значеннями кодової відстані характеризується код, тим кращим він є.

Відомо [5], що число додаткових елементів «к» при заданих значеннях інформаційних (m) елементів з урахуванням кодової відстані d, визначених згідно межі Варшамова-Гільберта [1]:

$$k \geq \log_2 \left(1 + \frac{d_{зад} - 1}{\sum_{i=1}^m C_n^i} \right) \quad (2)$$

Аналіз показує [4,5], що при малих значеннях (m) значення $k \leq m$, що не дає можливості реалізувати кодову швидкість $\left(R = \frac{m}{n} \right)$ більше 0,3. Збільшуючи число інформаційних елементів ($m \geq 40$ для кодів виправляючих 5-кратні помилки), кількість додаткових елементів стає майже рівною числу інформаційних ($k \approx m$), що забезпечує швидкість передачі $R \approx 0,5$.

Але в цьому випадку кількість синдромів, які приймають участь у виправленні спотворених помилок суттєво зростає [6]. В табл. 1 наведено кількість синдромів суміжних класів для кратності помилки $t_b \in 2,3,4$ які дозволяють послідовно аналізувати структуру вектора помилки, що підлягає виправленню при $m \in 15 \div 1023$ елемента.

Аналіз таблиці показує, що при елементності кодових слів (КС) $55 \leq n \leq 1000$ виправлення помилок

кратності $t_{вп} \leq 5$ елементів число операцій синдромного декодування стає таким, що сучасні процесори не встигають визначити необхідний синдром за термін приймання КС [7].

Аналіз приведеної вище літератури дає можливість сформулювати основні недоліки позиційного кодування:

- кількість інформації яка може бути передана одним інформаційним елементом може бути більше величини $I_0 \leq \log_2 a$ [2];
- мінімальна енергетична кодова відстань між КК визначається енергією найквістового елементу $t_0 = 1/2 \Delta F$, що унеможливує забезпечити обмін якості передачі в «хорошому» стані каналу на швидкість передачі [3];
- синтезовані на базі позиційного кодування коригуючі коди мають найбільшу швидкість передачі в реальних каналах при рівності питомої ваги інформаційних (m) та додаткових (k) елементів (при цьому $m = 45 \div 50$ ефективна швидкість передачі $Re \leq m/n \approx 0,5$) [4];
- використовувані на практиці блокові конструкції корегуючих позиційних кодів являють собою багатовекторні конструкції числом координат $n \in 100 \div 1000$, що суттєво впливає на якість передачі [2–4].

3. Ефективність ТСК і постановка задачі

В роботі пропонується трансформувати високу якість «хорошого» стану каналу в швидкість передачі з наступною трансформацією кількісних характеристик в нову якість. Для трансформації якості «хорошого» стану каналу пропонується використати таймерні сигнальні конструкції (ТСК) [3].

На відміну від позиційного кодування, при якому інтервали між суміжними значущими моментами модуляції (ЗММ) кратні найквістовому елементу, що унеможливує забезпечення мінімальної енергетичної відстані між кодовими словами в ТСК мінімальна відстань між КС визначається елементом Δ .

На рис. 1. представлено декілька таймерних кодових конструкцій з трьома ЗММ:

- 1) кодове слово при позиційному кодуванні ($T_{СК} = 5t_0$);
- 2) таймерне кодове слово з трьома ЗМВ з інтервалами кратними t_0 ;
- 3) таймерне кодове слово при $i=3$ з інтервалами міжсуміжними ЗММ $\tau_{ci} = t_0 + k\Delta$; $k \in 1 \dots c$;
- 4) четверте кодове слово ТСК із зміщенням двох ЗММ на величину Δ .

Таким чином, в таймерних конструкціях відстань між суміжними ЗММ визначається:

Таблиця 1

Кількість синдромів суміжних класів

Кратність виправлення помилок	n	n						
		15	31	63	127	255	511	1023
C_n^i	t = 2	105	465	1953	8001	32385	130305	522753
	t = 3	455	4495	39711	333375	2731135	22108415	177910271
	t = 4		31465	595665	10334625	172061505	2807768705	1,5367-1010

$$\tau_{i,i+1} = t_0 + \Delta k \quad (k \in 0,1,2,3)$$

Перший додаток в виразі забезпечує відсутність міжсимвольних завад в даному КС, а другий забезпечує зменшення мінімальної відстані між кодовими конструкціями до величини Δ .

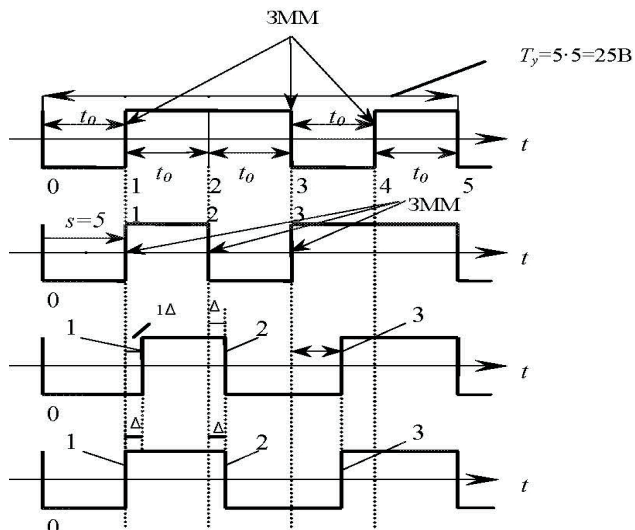


Рис. 1. Структура таймерних сигнальних конструкцій при $i = 3, s = 5$

Для сигналів з вказаними властивостями одержані основні параметри [5]:
 Потужність множини (число реалізацій):

$$N_p = F(m, s, i) = \frac{[s(m-i)+i]!}{i! [s(m-i)]!} \quad (3)$$

Максимальна кількість інформації, яка передається на інтервалі одного найквістового елемента t_0 , визначається [6].

$$V = \frac{[s(m-i)+i]!}{mi! [s(m-i)]!} \quad (4)$$

В табл. 2 представлено максимальні значення питомої ваги інформації на один найквістовий елемент для ТСК зі $i=3$ при $m=4;5;7;10$ обрахованих згідно рівнянь (3), (4).

Таблиця 2

Значення питомої ваги інформації при різних m									
$\frac{s}{m}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	0,83	1,08	1,282	1,452	1,598	1,727	1,842	1,945	2,04
5	1,026	1,278	1,473	1,632	1,766	1,882	1,984	2,075	2,158
7	1,052	1,261	1,417	1,541	1,645	1,733	1,811	1,88	1,942
10	0,941	1,098	1,213	1,304	1,379	1,443	1,499	1,548	1,592

Із табл. 2 слідує, що при $(9 \leq m \leq 11)$ питома вага інформації на найквістовий елемент більше двох, а при $m < 9$ зменшується.

З метою можливості оцінки якості прийому кодівих конструкцій із загальної множини N_{PT} для передачі вибираються тільки сигнальні конструкції, в яких відстані між суміжними ЗММ задовольняють умові [7]:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 = 0 \pmod{A_0}, \quad (5)$$

де A_i – коефіцієнти (краще прості числа), які визначають відстань між кодівими словами;

x_1, x_2, x_3 – відстань між суміжними ЗММ в конкретній ТСК (ці відстані краще обчислювати в елементах Δ);

A_0 – модуль системи залишкових класів, який забезпечує необхідне число синдромів для виправлення помилок.

З метою оцінки параметрів окремих станів каналів міської телефонної мережі м. Одеси були проведені експерименти: передача даних проводилася зі швидкістю модуляції $V=1000$ Бод при смузі пропускання $\Delta F=1300$ Гц (величина ΔF більше швидкості модуляції на 30 % з урахуванням нелінійності АЧХ і ФЧХ) [8]. З метою оцінки ефективності окремих синдромів для виправлення відповідних помилок на прийомі була забезпечена реєстрація всіх відхилень значущих моментів відновлення (ЗМВ) на прийомі. Сигнальні конструкції ТСК були синтезовані (при $\Delta = \frac{1}{7}t_0 (\Delta = 0,1428t_0)$) з реєстрацією елементів Δ в середній частині кожного. Якість передачі оцінювалась перевіркою рівняння якості (5):

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 0 \pmod{19}, \quad (6)$$

де коефіцієнти 2; 3; 7 забезпечують відповідну відстань між кодівими словами;

x_i – інформаційні відрізки ($i=3$) сигналів відповідної ТСК;

i – номер інформаційних відтинків: ($i=3$).

Із рівня (5), (6) слідує що ТСК використовують число координат в сотні раз менше в порівнянні з позиційним кодуванням.

4. Аналіз результатів статистичних досліджень

Статистичні параметри одного фрагменту передачі наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Статистичні параметри одного фрагменту передачі

Передано КС		90000
Прийнято вірно КС		89349
Прийнято КС із зміною числа ЗМВ		133
Кількість суміжних спотворених КС (із зміною i)		12
Прийнято помилкові КС при наявності на прийомі 3-х ЗМВ серед яких один має зміщення на величину $(\theta = 1 \Delta)$		518
В 133 КС прийнятих з дробленням не змінили місця модуляції сформовані на передачі ЗММ	перший ЗММ (в прийнятих КС): другий ЗММ (в прийнятих КС): третій ЗММ (в прийнятих КС):	13 52 65
Зареєстровано кодівих слів при $i=3$ із $N(\theta > 1\Delta)$		0

З урахуванням одержаних статистичних параметрів оцінимо імовірність вірного прийому ЗМВ в «хорошому» стані:

$$P_2 = \frac{(90000 - 133) \cdot 3 - 518}{(90000 - 133) \cdot 3} = \frac{269083}{269601} = 0,9980$$

Таблиця 5

Статистика спотворених КС в доброму і поганому стані

Спотворені кодові слова в поганому стані	756 1549	1549 2383	2383 3131	3131 3643	3643 4444
Спотворені кодові слова в «хорошому» стані	825 1067	1649 1695 2017 2030 2305	2461 2543 2576 2717 2936 3042	3339 3408 3486 3530	3723 3768 3838 3991 4040

Для даного значення P_2 параметр (інтервал ймовірностей) $Z = \Delta/2 \sigma_0$ відповідає значенню $Z = 3,13$. Згідно таблиць інтеграла ймовірностей при $Z = 3,13$ [5]:

$$\sigma_0 = \frac{0,1428}{2 \cdot 3,13} = 0,022t_0.$$

Зважаючи на те, що для каналу з ЧМ [10]

$$\sigma_0 = \frac{1}{4h}, \left(h = \frac{u_c}{u_{ш}} \right).$$

Для даного каналу $h = \frac{1}{4\sigma_0} = \frac{1}{0,088} = 11,36; h^2 = 129.$

Дане перевищення сигналу відповідає каналам моделі Гільберта [10].

Знаючи значення σ_0 і Δ визначимо ймовірність зміщення ЗМВ на величину $0,5\Delta \leq \Theta_{ЗМ} \leq 1,5\Delta$, що відповідає зміщенню на 1Δ .

$$P_{ЗМ}(1\Delta) = \Phi(1,5\Delta) - \Phi(0,5\Delta) = 0,99999 - 0,9988 = 1,2 \cdot 10^{-3}.$$

Слід зазначити, що одержане значення $P_{ЗМ}(1\Delta) = 1,1 \cdot 10^{-3}$ дозволяє розрахувати значення появи 2-х і 3-х зміщень ЗМВ на величину $\theta = 1\Delta$ в одному КС.

Ймовірність розрахованих зміщень 2-х і 3-х ЗМВ в кодових словах на 3 і 6 порядків менша по відношенню до однократних.

Перейдемо до аналізу КС, прийнятих в «поганому» стані каналу, що привело до збільшення числа ЗМВ ($i > 3$). Згідно табл. 3 таких КС – 133.

В табл. 4 представлені перші 7 спотворених КС із 133. В четвертій колонці виділені місця знаходження ЗМВ, які не змінили свого значення по відношенню до сформованих при передачі.

Таблиця 4

Фрагмент перших семи спотворених КС

№ п/п	Номер кодового слова	Передане	Прийняте
1	756	10 29 39	11 13 14 29 39
2	1549	10 33 40	10 33 53 55 56 60
3	2383	9 43 55	9 14 15 19 23 25 27 32 35 42 55
4	3131	10 28 53	12 13 14 31 32 53
5	3643	9 43 55	9 31 34 43 55
6	4444	10 26 43	11 16 19 22 29 30 43
7	5052	9 20 37	9 20 27 28 33 35 42 46 51 52 53

Із умов табл. 3 слідує, що питома вага прийнятих КС, в яких збереглося 2 або 3 ЗМВ становить $\frac{65+52}{133-12} = 96,6\%$ (це вказує на доцільність пошуку алгоритму приймання КС з дробленням).

Більш детальної уваги заслуговує табл. 5, в якій представлено спотворені кодові слова в «хорошому» стані каналу. Ці КС прийняті на інтервалах між «поганими» станами каналу.

Згідно табл. 3, таких кодових слів (518) – майже в 4 рази більше спотворених в «поганому» стані (133).

В табл. 5 наведені спотворені кодові слова в хорошому стані каналу (між першими 5 кодовими словами прийнятими із збільшенням ЗМВ.

Заслуговує уваги нерівномірність ймовірностей помилок окремих ЗМВ в гарному стані. Так, із 518 кодових слів із спотвореним одним із 3-х ЗМВ зафіксовано:

- спотворений перший ЗМВ в – 362 КС;
- спотворений другий ЗМВ в – 12 КС;
- спотворений третій ЗМВ в – 144 КС.

В цілому при дії корельованих завад значення спотвореного зміщення першого після старту ЗММ – найбільше, так як передаються протилежні сигнали. Другий після старту ЗМВ має мінімальну дисперсію в зв'язку з тим, що у них однакові зміни полярності сигналів. Третій ЗММ має таку ж зміну як і перший але коефіцієнт зв'язку спадає на кінець КС [7].

5. Синтез ефективного методу кодування на базі ТСК

Оцінюючи переваги таймерних сигнальних конструкцій по відношенню до позиційних корегуючих кодів, особливо слід відзначити простоту алгоритму виправлення помилок як в «хорошому» так і в «поганому» станах каналу.

Наявність числа ЗМВ на прийомі $i \neq 3$ говорить, що таке прийняття кодового слова необхідно повторити (наприклад в адаптивних системах), або не враховувати в симплексних системах.

Поява кодового слова, в якому $i=3$ і відсутня рівність $\sum A_i x_i = 0 \pmod{19}$ вказує вперш за все на необхідність перевірки наявності зміщення одного із ЗМВ в кодовому слові на величину $\theta = \Delta$.

Так як виправлення зміщення одного ЗМВ на величини $\theta = \Delta$ визначається наявністю одного із двох синдромів пов'язаним із відповідним коефіцієнтом A_i (6), то для виправлення помилки необхідно користуватися табл. 6.

Таблиця 6

Синдроми при зміщенні ЗМВ

Знак зміщення	Синдроми при зміщенні одного ЗМВ на $\theta = 1\Delta$		
	Перший ЗМВ	Другий ЗМВ	Третій ЗМВ
+	2	3	7
-	17	16	12

В зв'язку з тим, що в симплексних системах відсутня можливість запросити повторення спотвореного кодового слова, то доцільно введення двохкратного повторення кожного переданого КС. При цьому слід мати на увазі, що інтервал повторення розраховується з урахуванням інтервалів «хорошого» та «поганого»

станів каналу. Статистичні вимірювання на вказаному каналі показують що найбільшу вірність можливо одержати при повторенні кожного КС на четвертому місці [7].

Експеримент повторення через 4 кодових слова при виконанні рівняння(6) реалізований при параметрах: $i=3$; $S=7$; $m=8$; $A_1=2$; $A_2=3$; $A_3=7$; $A_0=19$. Було передано 10^6 пар КС.

Із 2000000 переданих кодових слів прийнято без помилок 984252 пари. В 15748 парах були спотворення, які відображені в табл. 8. Із видів спотворень видно, що в кожній парі реалізоване стовідсоткове виправлення всіх 15748 КС.

Результати експерименту наведені в табл. 7.

Таблиця 7

Результати експериментів

№	Види помилок по парам		Кількість пар		Сумарна кількість
	1 – 0	0 – 1	6495	6114	
1	1 – 0	0 – 1	6495	6114	12609
2	1 – 1		36		36
3	1 – 2	2 – 1	1	0	1
4	1 – 3	3 – 1	15	11	26
5	2 – 0	0 – 2	4	7	11
6	2 – 2		0		0
7	2 – 3	3 – 2	0		0
8	3 – 0	0 – 3	1534	1541	3065
9	3 – 3		0		0
10	Сумарна кількість				15748

Висновки

Таким чином, після проведених в роботі аналітичних і експериментальних досліджень можна зробити наступні основні висновки:

1. Синтез корегуючих позиційних блокових кодів з кодовою швидкістю передачі $R = \frac{m}{n} \rightarrow 1$ приводить до необхідності оперувати з елементністю блоків в декілька сотень елементів. Кількість синдромів, які забезпечують необхідну якість приймання, обраховуються тисячами, що потребує приймальних процесорів особливої потужності.

2. Таймерні сигнальні конструкції забезпечують зменшення числа координат в дозволених сигнальних конструкціях в сотні раз в порівнянні з позиційним кодуванням, що в декілька раз збільшує швидкість передачі.

3. При передачі по каналах моделі Гільберта з використанням ТСК швидкість передачі в порівнянні з РЦК збільшується в 2,5-3 рази із забезпеченням якості $10^{-6} : 10^{-7}$.

Література

1. Рихтер, С. Г. Кодирование и передача речи в цифровых системах подвижной связи [Текст] / С. Г. Рихтер. – М.: «Горячая линия – Телеком», 2010. – 304 с.
2. Гаджиев, М. М. Минимизация межканальной помехи при работе многоканального модема [Текст] / М. М. Гаджиев, М. А. Мамедов, Е. Н. Мартынова – Научные известия: Серия естественных и технических наук. Азербайджан, Сумгаитский государственный университет. – 2007. - №1. – С. 101 – 105.
3. Корчинський, В. В. Ефективність j-кратного повторення надлишкових таймерних сигнальних конструкцій [Текст] / В. В. Корчинський, В. Й. Кільдишев, С. В. Хомич, Ю. В. Белова // Вестник НТУ «ХПИ». – 2012. – Вип. 26. – С. 36-38.
4. Кільдишев, В. Й. Влияние сосредоточенных во времени помех на искажении таймерных сигналов. [Текст] / Кільдишев В. Й., А. Ю.Мирошниченко, Н. О. Николаев, Люай Танжи // Телекомунікаційні системи та мережі на залізничному транспорті: Зб. наук. пр. – Харків, 2005. – Випуск 71. – С. 52-58.
5. Захарченко, М. В. Системы передачи данных том 1. [Текст] / М. В. Захарченко // Завадостійке кодування: Підр. для студентів ВНЗ. – Одеса: Фенікс, 2009. – 448 с.
6. Устинов, А. А. Стохастическое кодирование видео и речевой информации. [Текст] / А. А. Устинов. – Санкт-Петербург, 2005. – Часть 1.
7. Гаджиев, М. М. Синтез оптимальных алгоритмов обнаружения сигналов при совместном влиянии мешающих факторов [Текст] / М. М. Гаджиев // Диссертация на соискания ученой степени д.т.н. ОНАС им. А. С. Попова, - Одесса, 2013. –412 с.
8. Рид, Р. Основы теории передачи информации. [Текст] / Р. Рид // Пер. С англ. – М.: «Вильямс», 2005. – 320 с.
9. Гусев О. Ю., Конахович Г. Ф., Пузиренко О. Ю. та ін. Теорія електричного зв'язку [Текст] : Навч. посібник / О. Ю. Гусев, Г. Ф. Конахович, О. Ю. Пузиренко та ін. – Львів: «Магнолія 2006», 2010. – 364 с.
10. Акулиничев, Ю. П. Теория электрической связи: Учебное пособие. [Текст] / Ю. П. Акулиничев. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 240 с.