17. Pedrycz, W. Fuzzy Multicriteria Decision-Making: Models, Methods, and Applications [Text] / W. Pedrycz, P. Ekel, R. Parreiras. – New York : John Wiley & Sons, 2011. – 338 p.
18. Bellman, R. E. Decision-making in a fuzzy environment [Text] / R. E. Bellman, L. A. Zadeh // Management Science. – 1970. – № 17. – P. 141–164.
19. Zimmermann, H. J. Fussy set theory and its application [Text] / H. J. Zimmermann. – Boston : Kluwer Academic, 1990. – 400 p.
20. Beliakov, G. Appropriate choise of aggregation operators in fuzzy decision support systems [Text] / G. Beliakov, J. Warren // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2001. – № 9. – P. 773–784.
21. Bellman, R. On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets [Text] / R. Bellman, V. Giertz // Information Science. – 1974. – № 5. – P. 149–157.
22. Жаркин, А. Ф. Функциональное эквивалентирование электрических сетей при оценке влияния источников распределенной генерации на их режимы [Текст] / А. Ф. Жаркин, В. А. Попов, В. В. Ткаченко, С. Банузаде Сахрагард // Электронное моделирование / Наук.-теор. журнал. – 2013. – Т. 35, № 3. – С. 99–111.
23. Раскин, Л. Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления [Текст] / Л. Г. Раскин. – М. : Советское радио, 1976. – 344 с.
24. Гельфанд, І. М. О некоторых способах управления сложными системами [Текст] / І. М. Гельфанл, М. Л. Цетлин // Успехи математических наук. – 1962. – Т. 17, № 1 (103). – С. 3–25.
25. Ekel, P. Ya. Fuzzy set based multiobjective allocation of resources and its application [Text] / P. Ya. Ekel, C. A. P. S. Martins, J. G. Pereira Jr. // Computers and Mathematics with Applications. – 2006. – № 52. – P. 197–210

УДК 621.3.078.3

СИНТЕЗ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО ВАН ДЕР ВОУДУ МНОГОМЕРНЫМ ПРОЦЕССОМ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Ю. С. Козьмин
Кандидат технических наук,
научный сотрудник
Лаборатория систем управления
Институт сцинтилляционных материалов
НАН Украины
пр. Ленина, 60, г. Харьков, Украина, 61001
E-mail: ukoz55@mail.ru

Наведено результати синтезу модального управління багатомірним процесом вирощування великогабаритних монокристалів. Оптимізація системи управління проведена шляхом параметризації, на основі узагальненого підходу Ван дер Воуда. Отримано стабілізуючий регулятор по виходу, який забезпечує в замкнутій системі високу динамічну якість управління для інерційних об'єктів, яким є процес вирощування

Ключові слова: оптимізація, модальне управління, монокристал, кристалізація, параметризація, синтез регуляторів, багатозв'язний процес

Приведены результаты синтеза модального управления многомерным процессом выращивания крупногабаритных монокристаллов. Оптимизация системы управления проведена путем параметризации, на основе обобщенного подхода Ван дер Воуда. Получен стабилизирующий регулятор по выходу, который обеспечивает в замкнутой системе высокое динамическое качество управления для инерционных объектов, каким является процесс выращивания

Ключевые слова: оптимизация, модальное управление, монокристалл, кристаллизация, параметризация, синтез регуляторов, многосвязный процесс

1. Введение

Современные системы выращивания монокристаллов представляют собой сочетание односвязных и многосвязных, стационарных и нестационарных динамических систем. Для решения задач управления и обеспечения отказоустойчивости в таких системах широко используются компьютерные технологии. Эти технологии позволяют реализовать сложные и разветвленные алгоритмы управления. К таким алгоритмам относятся алгоритмы, реализующие модальные законы управления.

Характер переходных процессов в системе определяется расположением корней ее характеристического полинома. Поэтому обеспечение заданных переходных процессов в системе может быть достигнуто, если характеристический полином имеет заданные корни. Это непосредственно приводит к условию получения заданных коэффициентов характеристического полинома замкнутой системы с помощью модального управления, которое обычно определяется как управление, решающее задачу управления спектром матрицы или размещения собственных чисел (значений) для достижения поставленных целей управления.

2. Анализ исследований и публикаций

Происхождение термина «модальное управление» объясняется тем, что собственным значениям матрицы соответствуют составляющие свободного движения системы, называемые модами. У.М. Уонем (Wonham) был первым, кто сформулировал задачу размещения собственных чисел матрицы линейной управляемой системы с полным выходом. Им же и была решена эта задача в работе [1]. В [2] возможность произвольного размещения собственных значений матрицы замкнутой системы управления, с помощью полной обратной связи была названа модальной управляемостью. Для анализа управляемости и наблюдаемости динамической системы широко используются ранговые критерии Калмана, играющие фундаментальную роль в анализе свойств линейных управляемых систем [3]. Одними из наиболее известных явных расчетных формул, применяемых для модального синтеза регуляторов и наблюдателей в динамических системах с представлением в пространстве состояний, являются формулы Аккермана (Ackermann) [4] и Ван дер Воуда (Van der Woude) [5]. Решение матричных уравнений методом канонизации, используемых при синтезе модального управления, представлено в [6]. В [7] описаны ленточные матрицы и критерии управляемости и наблюдаемости, которые широко используются для синтеза управления многомерными системами [8]. В [9] проведено обобщение теоремы Ван дер Воуда на MIMO-системы, которое использовано для синтеза модального управления многомерным процессом выращивания монокристаллов [10].

3. Формирование целей и задач

Известно, что использование ранговых критериев, только за счет их вычислительных особенностей, а не самих свойств системы в некоторых случаях приводит к ложным выводам о неуправляемости (ненаблюдаемости) этой системы вследствие увеличения числа обусловленности анализируемой матрицы. Поэтому, в зависимости от цели исследования динамической системы, а, именно, для области модального управления рассматривается такая форма критериев управляемости и наблюдаемости, которая была бы лишена указанных недостатков.

Целью настоящей работы является решение задачи синтеза модального управления многомерным процессом выращивания сцинтилляционных монокристаллов

Для достижения поставленной цели необходимо на основе обобщенной теоремы Ван дер Воуда определить такой подход к синтезу управления, который позволит обеспечить высокое динамическое качество управления процессом кристаллизации.

4. Объект управления

Сцинтилляционные монокристаллы (СМК) выращивают в промышленности методом Чохральского на установках типа «РОСТ» [10]. Известно, что качество СМК во многом определяется стабильностью скорости кристаллизации, о которой судят по стабильности диаметра выращиваемого монокристалла. Диаметром растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания.

Идентификация процесса выращивания, как объекта управления (ОУ), проводилось на примере получения активированных монокристаллов CsI(Tl) методом Чохральского.

Процесс выращивания рассматривался как двумерный LTI-объект управления с двумя входными величинами – температура основного Td и температура дополнительного нагревателя Tb и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура подпиточного расплава Tp. В пространстве состояний ОУ имеет следующие матрицы

$$A=\begin{array}{c} \\ x1 \\ x2 \\ x3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x1 & x2 & x3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -6.0220 & 0.1731 & -0.5535 \\ 0 & -0.9404 & 0.3666 \\ 0 & 0 & -0.1145 \end{bmatrix} \end{array},$$

$$B=\begin{array}{c} \\ x1 \\ x2 \\ x3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} u1 & u2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.7571 & 4.6809 \\ -1.0644 & 0.9886 \\ 0.1932 & -0.3923 \end{bmatrix} \end{array},$$

$$C=\begin{array}{c} \\ y1 \\ y2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x1 & x2 & x3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4.7817 & 0.8531 & -0.2111 \\ -0.0823 & -0.5344 & 0.4253 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем.

Собственные значения матрицы A : -6.02, -0.94, -0.11.

5. Модальный синтез системы и результаты

Синтез модального управления [1, 2] основан на исследовании свойств управляемости и наблюдаемости MIMO-системы [3].

Пусть задана линейная динамическая система

$$\dot{x}=Ax+bu,\ x(t_0)=x_0,\ x\in R^n,\ u\in R^s, \qquad (1)$$

$$y=Cx,\ y\in R^m,$$

где x – вектор состояния, y – выходной вектор, u – вектор управления, подаваемого на вход ОУ x_0 – начальные условия, т.е. состояние ОУ в начальный момент времени t_0. A,B,C – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Если $C \in R^{m\times n}, m < n$ тогда

$$u = -Ky = -KCx\,, \qquad (2)$$

где $K \in R^{s\times m}$ – матрица регулятора по выходу.

Ленточная (прямоугольная) матрица управляемости [7] для многомерной системы [8] вида

$$C_{\text{лент}} =, \begin{bmatrix} -\bar{b}^L A & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \bar{b}^L & -\bar{b}^L A & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \bar{b}^L & -\bar{b}^L A & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{b}^L & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -\bar{b}^L A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{b}^L & -\bar{b}^L A \end{bmatrix} \in R^{(n^2-1)\times n^2}, \qquad (3)$$

где 0 – нулевая матрица подходящего размера, символ $\overline{(\cdot)}^L$ – левый делитель нуля максимального ранга заданной матрицы (вектора). Левый $\bar{M}^L$ (правый $\bar{M}^R$) делитель нуля характеризует [6] все линейно-зависимые комбинации строк (столбцов) некоторой действительной матрицы $M \in R^{n\times m}$ ранга r в соответствии с тождеством:

$$\bar{M}^L M = 0_{m-r,n} \quad \left(M\bar{M}^R = 0_{m,n-r}\right). \qquad (4)$$

На основе обобщения теоремы Ван дер Воуда для MIMO-системы [9] с управлением (2) для модального синтеза в этой системе регуляторов и наблюдателей с представлением в пространстве состояний [4, 5], проведем доказательство нескольких лемм и теорем.

Лемма 1. Для любой матрицы $A \in R^{n\times n}$ всегда найдется такая последовательность векторов

$$b_1 \in R^n, \quad b_2 \in R^n, \quad \ldots, \quad b_r \in R^n\,,$$

где r<n, что пара матриц

$$(A + b_1 f_1^T + b_2 f_2^T + \cdots + b_{r-1} f_{r-1}^T, b_r) \qquad (5)$$

является управляемой и в которой

$$f_1^T = \Theta_1^T \bar{b}_1^L (\omega_1 I_n - A)\,,$$

$$f_2^T = \Theta_2^T \bar{b}_2^L (\omega_2 I_n - A)\,,$$

$$\vdots \;\; f_{r-1}^T = \Theta_{r-1}^T \bar{b}_{r-1}^L (\omega_{r-1} I_n - A)\,.$$

здесь $\Theta_i^T \in R^{n-1}$ – произвольный ненулевой вектор, ω_i – произвольный скаляр, $\bar{b}_i^L$ – левый делитель нуля максимального ранга вектора b_i, $i = \overline{1,(r-1)}$, при этом использовано разбиение матрицы входа на столбцы $B = (b_1|\ \ b_2|\ \ \cdots|\ \ b_{r-1}|\ \ b_r)$.

Введем обозначения:

$$\tilde{A} = (A + b_1 f_1^T + b_2 f_2^T + \cdots + b_{r-1} f_{r-1}^T)\,, \qquad (6)$$

$$\det\left(\lambda I_n - \tilde{A}\right) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + \alpha_1\lambda + \alpha_0\,. \qquad (7)$$

Теорема 1. (обобщение теоремы Ван дер Воуда [9]). Для полностью управляемой линейной MIMO-системы (1) существует такой вектор $k \in R^m$, что обеспечивается полином

$$\det\left(\lambda I_n - \tilde{A} + BKC\right) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0\,, \qquad (8)$$

если и только если

$$U1 = \begin{bmatrix} \tilde{K} \\ \Delta\alpha \tilde{k}_\psi^{-1} \end{bmatrix} \bar{C}^R = 0\,, \qquad (9)$$

где

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} f_1^T & f_2^T & \cdots & f_{r-1}^T \end{bmatrix}^T, \qquad (10)$$

$$\Delta\alpha^T = \begin{bmatrix} a_0 - \alpha_0 & a_1 - \alpha_1 & \cdots & a_{n-2} - \alpha_{n-2} & a_{n-1} - \alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

$$C_{\text{лент}} = \overline{\begin{bmatrix} -\bar{b}_r^L \tilde{A} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{b}_r^L & -\bar{b}_r^L \tilde{A} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{b}^L & -\bar{b}_r^L \tilde{A} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{b}_r^L & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -\bar{b}_r^L \tilde{A} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{b}_r^L \end{bmatrix}}^R = \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_1 \\ \tilde{\Psi}_2 \\ \tilde{\Psi}_3 \\ \vdots \\ \tilde{\Psi}_{n-1} \\ \tilde{\Psi}_n \end{bmatrix}. \qquad (13)$$

$$\tilde{k}_\psi = \begin{bmatrix} \tilde{\psi}_n & \tilde{\psi}_{n-1} & \cdots & \psi_2 & \tilde{\psi}_1 \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Теорема 2. Если для полностью управляемой линейной MIMO-системы (1) существует такой вектор $k \in R^m$,что обеспечивается полином (8), то

$$K = \begin{bmatrix} \tilde{K} \\ \Delta\alpha \tilde{k}_\psi^{-1} \end{bmatrix} C^+\,, \qquad (14)$$

где C^+ – псевдообратная матрица.

Параметризация всех регуляторов (14), обеспечивающих характеристический полином (8), осуществляется путем замены в расчетных соотношениях вектора b_r на любой другой вектор b_i из разбиения матрицы входа B на столбцы, а также путем варьирования элементов векторов Θ_i^T и скаляров ω_i в (5), удовлетворяющих условию

$$\tilde{K}\bar{C}^R = \begin{bmatrix} f_1^T & f_2^T & \cdots & f_{r-1}^T \end{bmatrix}^T \bar{C}^R = 0\,. \qquad (15)$$

Теорема 3. Если для полностью управляемой линейной MIMO-системы (1) выполняется условие (9), то могут быть реализованы только следующие векторы разности коэффициентов (11)

$$\Delta\alpha^{T} = \mu^{T} C \tilde{k}_{\Psi}, \qquad (16)$$

при условии, что выполняется (15). При этом параметризация всех векторов $\Delta\alpha^{T}$ осуществляется путем замены в расчетных соотношениях вектора b_r на любой другой вектор b_i из разбиения матрицы входа B на столбцы, а также путем варьирования элементов векторов μ^{T}, Θ_i^{T} и скаляров ω_i в (5), удовлетворяющих условию (15).

Таким образом, алгоритм нахождения модального управления для MIMO-системы обобщенным методом Ван дер Воуда, следующий:

1. Проверяем управляемость пары матриц (5) – лемма 1;
2. Проверяем условие (9). Параметризацией добиваемся выполнения этого условия;
3. Вычисляем регулятор K – выражение (14);
4. Оптимизируем систему управления параметризацией – выражение (16).

В практических приложениях проведем синтез системы управления для ОУ – процесса выращивания монокристалла CsI(Tl).

Матрица входа B для этого ОУ имеет два столбца

$$b_1^{T} = \begin{bmatrix} 0.7571 & -1.0644 & 0.1932 \end{bmatrix},$$

$$b_2^{T} = \begin{bmatrix} 4.6809 & 0.9886 & -0.3923 \end{bmatrix}.$$

Соответственно, левый делитель нуля $\bar{b}_1^{L}$ вектора b_1, правый делитель нуля $\bar{C}^{R}$ и псевдообратная матрица C^{+} матрицы C, следующие:

$$\bar{b}_1^{L} = \begin{bmatrix} 1.4059 & 1 & 0 \\ -0.2553 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}^{R} = \begin{bmatrix} -0.1006 \\ 0.8114 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C^{+} = \begin{bmatrix} 0.2121 & 0.2470 \\ -0.0095 & -1.1481 \\ 0.0291 & 0.9565 \end{bmatrix}.$$

По лемме 1 проверяем управляемость пары матриц $(A + b_1 f_1^{T}, b_2)$:

$$f_1^{T} = \begin{bmatrix} 58.7122 & 14.9810 & 1.8309 \end{bmatrix},$$

при $\Theta_1^{T} = \begin{bmatrix} 5 & -0.1 \end{bmatrix}$, $\omega_1 = 2.3$.

Рассматриваемая пара матриц управляема.

Проверяем условие (9):

$$\tilde{A} = (A + b_1 f_1^{T}) = \begin{bmatrix} 615.0183 & 38.7855 & 30.6085 \\ -873.1231 & -55.2258 & -43.4442 \\ 158.5263 & 9.8562 & 7.8399 \end{bmatrix}.$$

Сформируем ленточную матрицу (13) размером 8×9 из элементов $\bar{b}_1^{L}$, $-\bar{b}_1^{L}\tilde{A}$. Найдем правый делитель нуля максимального ранга этой матрицы и получаем

$$k_{\Psi} = \begin{bmatrix} 3.9176 & -5.5077 & 1 \\ 2.6258 & -33.4316 & 6.9624 \\ -0.1445 & -1.5891 & 5.6633 \end{bmatrix}.$$

Выберем вектор разности (11) в виде

$$\Delta\alpha^{T} = \begin{bmatrix} -1.055 & -10 & 0.1 \end{bmatrix}$$

и

$$\tilde{K} = f_1^{T},$$

тогда $U1 = \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0012 \end{bmatrix}$, т. е. существует такой вектор $k \in R^{m}$, что обеспечивается полином (8). Условие (9) выполняется.

Таким образом, задача стабилизации MIMO-системы обратной связью по выходу (2) с обеспечением заданного характеристического полинома (8) разрешима, а ее решение, в соответствии с формулировкой теоремы 2, находится по выражению (14).

Проведем параметризацию вектора разности коэффициентов характеристических полиномов (11) по выражению (16) выбором вектора μ^{T}, что дает возможность оптимизировать систему управления.

Выберем $\mu^{T} = \begin{bmatrix} 15 & -0.1 \end{bmatrix}$, тогда

$$\Delta\alpha^{T} = \begin{bmatrix} 315.2263 & -819.5766 & 143.0293 \end{bmatrix}.$$

В этом случае $\tilde{K}\bar{C}^{R} = 0.2451e-004$, а

$$K_0 = \begin{bmatrix} 12.36 & -0.94 \\ 15 & -0.10 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения замкнутой системы управления с регулятором K_0:

$$-388.74,\ -0.48,\ -0.07.$$

На рис. 1 приведены переходные характеристики ОУ и замкнутой системы (ЗС) с регулятором K_0 по каналу: температура основного нагревателя – диаметр монокристалла.

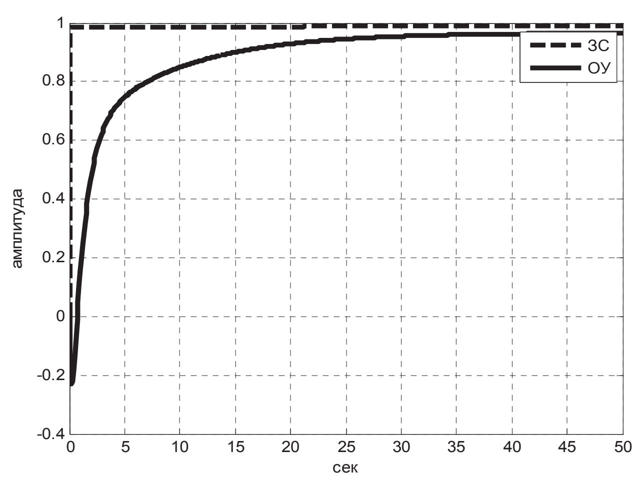

Рис. 1. Переходные характеристики ОУ и замкнутой системы: изменение амплитуды (в относительных единицах) реакции системы на входное воздействие, в зависимости от времени (сек) переходного процесса

Из рис. 1 следует, что синтезированная система модального управления обеспечивает высокое качество регулирования диаметра в процессе выращивания за счет параметризации вектора μ^T путем выбора только двух целочисленных значений этих параметров.

6. Выводы

На основе обобщенного подхода Ван дер Воуда для многосвязного процесса кристаллизации проведен синтез модального управления. Получен стабилизирующий регулятор по выходу, который обеспечивает в замкнутой системе высокое динамическое качество управления для инерционных объектов, каким является процесс выращивания. Длительность переходного процесса для объекта управления составляет 25 с, для замкнутой системы – менее 0,2 с.

В производственных условиях тепловые режимы процесса выращивания часто подвергается воздействию кратковременных возмущений, что может привести к неравномерному распределению активатора по длине кристалла. Это ухудшает качество конечной продукции. Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром монокристалла собственное значение, равное −388,74, которое позволяет системе оперативно среагировать на такое возмущение и уменьшить его влияние на качество монокристалла.

Таким образом, синтезированный регулятор может быть успешно использован для управления выращиванием крупногабаритных сцинтилляционных монокристаллов.

Литература

1. Wonham, W. M. On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems [Text] / W. M. Wonham // IEEE Trans. Automat. Control. – 1967. – Vol. AC-12, № 6. – P. 660–667.
2. Simon, D. D. A Theory of Modal Control [Text] / D. D. Simon, S. K. Mitter // Inform. Contr. – 1968. – Vol. 13. – P. 316–353.
3. Kalman, R. E. Controllability of linear dynamical systems [Text] / R. E. Kalman, Y. C. Ho, K. S. Narendra // Contrib. Differ. Equations. – 1962. – Vol. 1(2). – P. 189–213.
4. Ackermann, J. Der Entwurf Linearer Regelungssysteme im Zustandsraum [Text] / J. Ackermann // Regelungestechnik und Prozessedaten verarbeitung. – 1972. – Vol. 7. – P. 297–300.
5. Van der Woude, J. W. A note on pole placement by static output feedback for single input systems [Text] / J. W. Van der Woude // Systems & Control Letters. – 1988. – Vol. 11. – P. 285–287.
6. Буков, В. Н. Решение матричных уравнений методом канонизации [Текст] / В. Н. Буков, В. Н. Рябченко, В. В. Косьянчук, Е. Ю. Зыбин // Вестник Киевского ун-та. Сер. Физ.-матем. Науки. – 2002. – Вып. 1. – С. 19–28.
7. Мисриханов, М. Ш. Ленточные критерии управляемости и наблюдаемости линейных динамических систем [Текст] / М. Ш. Мисриханов // А и Т. – 2005. – № 2. – С. 93–104.
8. Мисриханов, М. Ш. Анализ и синтез линейных динамических систем на основе ленточных формул [Текст] / М. Ш. Мисриханов, В. Н. Рябченко // Вестник ИГЭУ. – 2009. – № 2. – С. 81–84.
9. Мисриханов, М. Ш. Метод синтеза стабилизирующего управления динамической системой на основе развития идеи Ван дер Воуда [Текст] / М. Ш. Мисриханов, В. Н. Рябченко // Повышение эффективности работы энергосистем. Труды ИГЭУ. Системы управления и автоматизации. – 2009. – Вып. IX. – С. 383–399.
10. Горилецкий, В. И. Рост кристаллов [Текст]: монография / В. И. Горилецкий, Б. В. Гринев, Б. Г. Заславский и др. – Х.: АКТА, 2002. – 535 с.