

10. Домарецький, В. А. Технологія екстрактів, концентратів і напоїв із рослинної сировини [Текст] : підр. / В. А. Домарецький, В. Л. Прибильський, М. Г. Михайлов; за ред. В. А. Домарецького. – Вінниця: Нова Книга Ю 2005. – 408 с.
11. Черевко, О. І. Процеси і апарати харчових виробництв [Текст] : підр. / О. І. Черевко, А. М. Поперечний. – Харк. держ. акад. технол. та орг. харчування. – Харків, 2002. – 420 с.

*Представлено концепцію побудови математичної моделі поведінки дисперсних систем у нерівноважних процесах харчових виробництв. Сформульовано математичну постановку крайової задачі механіки для дисперсних вологонасичених середовищ. Розроблено методи розв'язання поставленої задачі з використанням методів скінчених елементів по просторовим параметрам і скінчених різниць по аргументу часу. Виконано програмну реалізацію розроблених алгоритмів*

*Ключові слова: дисперсні матеріали, математична модель, тверда фаза, перероблення, деформування, визначальні співвідношення*

*Представлена концепция построения математической модели поведения дисперсных систем в неравновесных процессах пищевых производств. Сформулирована математическая постановка краевой задачи механики для дисперсных влагонасыщенных сред. Разработаны методы решения поставленной задачи с использованием методов конечных элементов по пространственным параметрам и конечных разностей по аргументу времени. Выполнена программная реализация разработанных алгоритмов*

*Ключевые слова: дисперсные материалы, математическая модель, твердая фаза, переработка, деформирование, определяющие соотношения*

УДК 678.073.002.8 : 621.9

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МЕХАНІЧНОГО ОБРОБЛЕННЯ ДИСПЕРСНИХ ОРГАНІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

**Є. В. Штефан**

Доктор технічних наук, професор,  
завідувач кафедри\*

E-mail: eshtefan@ukr.net

**Д. В. Риндюк**

Кандидат технічних наук, доцент\*\*

E-mail: rel\_dv@ukr.net

**С. В. Кадомський**

Кандидат технічних наук, доцент

E-mail: Kadomsky\_v@ukr.net

\*Кафедра машинобудування, стандартизації та сертифікації обладнання\*\*\*

\*\*Кафедра теоретичної механіки та ресурсощадних технологій\*\*\*

\*\*\*Національний університет харчових технологій  
вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01601

## 1. Вступ

Встановлення взаємозв'язку між конструктивними особливостями обладнання та технологічними параметрами процесів перероблення сировинних матеріалів є інформаційною базою для створення нових та удосконалення існуючих технологій харчових виробництв [1]. Оскільки переважна більшість сировинних матеріалів є висококонцентрованими дисперсними системами, то особливе місце серед процесів їх перероблення займають технології за участю твердих фаз, що здійснюються, як правило, з використанням обладнання із зовнішнім підведенням енергії – змішування, подрібнювання, екструзії, транспортування, ущільнення, формування, гранулювання, диспергування і т. п. Для ефективного виконання відповідних технологічних операцій необхідно забезпечити раціональну конструкцію робочих органів і режимів оброблення

дисперсних матеріалів (ДМ), тобто на етапі проектування обрати необхідні конструктивно-технологічні параметри. У якості наукової основи проведення проектувальних робіт доцільно використовувати теоретичні методи дослідження, які ґрунтуються на модельному описуванні подібних процесів [2] з використанням відповідних нелінійних просторово-нестационарних крайових задач математичної фізики, що дозволяє врахувати конструктивні параметри обладнання, технологічні характеристики процесів та структурно-механічні властивості сировини у реальному масштабі часу. Однак отримання аналітичних рішень цих задач, як правило, пов'язано зі значними математичними труднощами. Це обумовлює актуальність подальшого розвитку методів математичного моделювання нерівноважних процесів деформування ДМ, які дозволять науково обґрунтувати визначення раціональних конструктивних параметрів елементів обладнання, а

також енергоощадні режими оброблення сировини, що забезпечують необхідну якість готової продукції.

---

## 2. Постановка проблеми в загальному виді та її зв'язок з важливими науковими й практичними завданнями

---

Інтенсифікація процесів перероблення дисперсних матеріалів, що особливо помітна останнім часом в харчовій промисловості, обумовлює усе більш жорсткі вимоги до показників ефективності роботи основних технологічних систем. Тому при проектуванні такого обладнання необхідне визначення взаємозв'язку між конструктивними (розміри робочих зон машин, форма й швидкості руху робочих органів і т. п.) і технологічними (продуктивність машини, тиск, температура, фізико-механічні характеристики оброблюваного матеріалу й т. п.) параметрами. Традиційний підхід до проектування такого типу обладнання заснований на емпіричних залежностях і експериментальному досвіду і не дозволяє дати кількісну оцінку взаємовпливу конструктивно-технологічних параметрів процесів обробки та структурно-механічних характеристик сировини. Тому задача по використанню сучасних методів математичного моделювання, що дозволяють врахувати ефекти взаємного переміщення складових фаз та їх реологічні властивості, є актуальною.

Аналіз останніх досліджень в області механічного оброблення дисперсних матеріалів свідчить, що для модельного описування відповідних процесів, як правило, використовуються системи рівнянь механіки суцільних середовищ, які не дозволяють враховувати структурну неоднорідність матеріалів [1–4]. Але для ефективного проектування відповідного технологічного обладнання необхідно враховувати структурно-механічні особливості оброблюваних матеріалів, а також реологічні властивості твердої фази, такі як пружність, пластичність, в'язкість [5]. Це потребує відповідного ускладнення математичних співвідношень за рахунок використання положень механіки дисперсних матеріалів, що, у свою чергу, у наслідок появи проблем розв'язання поставлених задач, суттєво обмежує їх практичне застосування.

---

## 3. Мета та задачі дослідження

---

Мета та задачі дослідження полягають у розробленні нових теоретичних методів дослідження процесів деформування дисперсних матеріалів органічного походження з врахуванням реальних конструктивно-технологічних та просторово-часових параметрів їх перероблення. Практичне використання таких методів дозволить підвищити ефективність проектування процесів та обладнання харчових виробництв.

Для досягнення зазначеної мети були поставлені такі задачі:

1. Розвинути математичне формулювання крайової задачі механіки дисперсних середовищ у режимі пружно-в'язко-пластичного деформування твердої фази.

2. Розробити методику та провести експериментальні дослідження по визначенню реологічних властивостей твердої фази матеріалів органічного походження.

3. На основі проекційно – сіткових методів: методів скінчених елементів (МСЕ) та скінчених різниць (МСР) розробити математичні моделі процесів та обладнання з перероблення дисперсних харчових матеріалів.

4. З використанням методів математичного програмування розробити засоби (методи та програмне забезпечення) практичного використання запропонованих математичних моделей для визначення оптимальних конструктивно-технологічних параметрів процесів механічного оброблення дисперсних харчових матеріалів.

---

## 4. Розроблення математичної моделі

---

Розглядаючи конкретну переробну технологію, приймаємо концепцію подання сировинних дисперсних мас як двофазних сумішей пористої або зернистої твердої деформованої структури з рідиною чи газом, яку надалі будемо розглядати у вигляді моделі суцільного текучого середовища з приписуваними їй фізичними властивостями, які феноменологічно відображають молекулярну структуру середовища і внутрішні рухи речовини, що відбуваються в ній. Для описання механічної поведінки таких матеріалів необхідно використовувати поняття напружень, деформацій, щільності, а також швидкості зміни цих параметрів. Ці тензорні та скалярні характеристики мають локальну природу і визначаються за допомогою операцій граничного переходу, коли елементи простору (об'єми і поверхні) стягуються до точок (матеріальних). У традиційних моделях континуума точки ототожнюються з частками середовища (нескінченно малий об'єм матеріального континуума), а ті, у свою чергу, є елементарними носіями властивостей матеріалу. Подібне ототожнення в дисперсній масі ускладнюється через брак єдиної думки про те, що потрібно уявлення про частку в механіці дисперсних середовищ полягає в ототожненні її з твердими зернами різної дисперсності. Виникає такий парадокс: кожна частка середовища – це по суті тверде тіло, що деформується. Оскільки кожна дискретна частка взаємодіє із сусідніми, розподіл напружень у ній неоднорідний. З метою спрощення аналізу відносного руху часток ДМ прийняті наступні гіпотези та припущення:

1. Дисперсійне середовище розглядається як безперервна фаза, яка має інші фізико-механічні властивості на відміну від властивостей твердої фази і може змінювати свій об'єм. У свою чергу властивості матеріалу твердої фази в мікрооб'ємах дисперсної системи співпадають із властивостями макроскопічного компактного полікристалічного матеріалу.

2. Має місце об'ємна стискуваність матеріалів (здатність змінювати свій об'єм без порушення форми) за рахунок системи пор, капілярів та інших мікронеодомосконалостей.

3. Прийнята структурна модель ДМ, тобто фіксований об'єм, що зайнятий матеріалом, складаються з набору представницьких елементів (ПЕ), розміри яких є нижньою границею застосування моделі суцільного середовища, за межею якої застосовують моделі, що будуються на основі молекулярної та статистичної фізики.

4. Для врахування параметрів дисперсності, крім традиційних для суцільного середовища характеристик напружено - деформованого стану, структурна модель ДМ доповнюється двома параметрами: об'ємною вмістністю дисперсійного середовища  $\alpha_2$ , та відносною густини дисперсного матеріалу  $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$ , що характеризує ступінь відхилення густини дисперсного матеріалу від ідеального компактного стану.

5. На відрізку часу, що передує  $t_1 > t_0$ , має місце рух часток недеформованого середовища. На поточному часовому інтервалі  $[t_1, t_2]$ , рух часток середовища може бути представлено суперпозицією кінцевих зсувів рухомого недеформованого середовища, а також переміщень, обумовлених її деформацією.

У межах прийнятих припущень для описування термомеханічних процесів у дисперсних матеріалах обрано тривимірний евклідовий простір з різними системами координат: декартовою  $ox^1 x^2 x^3$  (з базисними векторами  $\mathbf{I}_i$  що пов'язані з окремими структурними елементами) та конвективною  $Ox^1 X^2 X^3$  (з базисними векторами  $\mathbf{g}_i$ ), що „вморожена” в структурні елементи. Для визначення напруженого стану незалежно від обраної системи координат повни напруження  $\boldsymbol{\sigma}^t$  у ПЕ дисперсної суміші визначаються суперпозицією напружень у твердій фазі  $\boldsymbol{\sigma}$  та гідростатичного тиску у рідинному дисперсійному середовищі  $\mathbf{P}$  (тиск у порах):

$$\boldsymbol{\sigma}^t = \alpha_1 \boldsymbol{\sigma} + \alpha_2 \mathbf{P}, \quad (1)$$

а також по аналогії з механікою волого насичених ґрунтів “ефективними” (або “фіктивними”) напруженнями:  $\boldsymbol{\sigma}^f = (\boldsymbol{\sigma}^t + \mathbf{P})$ .

Динамічні аспекти регламентуються рівняннями балансу у формі закону збереження кількості руху з врахуванням закону збереження маси у межах ПЕ ДМ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u} + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v}) + \nabla (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u} \times \mathbf{u} + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{v} \times \mathbf{v}) - \nabla (\alpha_1 \boldsymbol{\sigma} - \alpha_2 \mathbf{P}) - \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 = 0, \quad (2)$$

де  $\mathbf{u}$  і  $\mathbf{v}$  вектори середньої швидкості зсуву твердих часток та точок газорідкої фази відповідно;  $\alpha_1, \alpha_2$  – об'ємні вмісти твердої та газорідкої фази в представницькому об'ємі відповідно;  $\rho_1, \rho_2$  – їхні середні густини;  $\mathbf{P}$  - вектор гідростатичного тиску у газорідкій фазі;  $\mathbf{F}_1$  і  $\mathbf{F}_2$  – вектори об'ємних сил у твердій і рідкій фазах відповідно;  $\nabla$  – оператор диференціювання по матеріаль-

ним координатам,  $\nabla = \frac{\partial}{\partial t}$ .

При цьому для кожної з фаз ДМ рівняння відносно руху фаз представляються у вигляді:

$$\alpha_1 \left( \rho_1 \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \rho_2 \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right) - \nabla \boldsymbol{\sigma}^f - \frac{\mathbf{R}}{a_2} - \alpha_1 (\rho_1 - \rho_2) \mathbf{G} = 0, \quad (3)$$

$$\rho_2 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla \mathbf{P} - \frac{\mathbf{R}}{\alpha_2} + \rho_2 \mathbf{G} = 0, \quad (4)$$

де відповідно до конкретного механізму взаємопроникнення фаз дисперсної системи (фільтрація, дифузія і т.п.) враховується сила  $\mathbf{R}$ , яка пропорційна відношній середній швидкості потоку газорідкої фази (аналог сили в'язкого опору):

$$\mathbf{R} = \frac{\mu}{a^2} \alpha_1 \alpha_2 (\mathbf{v} - \mathbf{u}), \quad (5)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості (кг·с/м) для нестисливої рідини;  $a$  – узагальнений коефіцієнт, що враховує конфігурацію простору пор дисперсійного середовища.

Для ДМ зі значними силами міжфазної взаємодії (тісто, кондитерські маси та ін.) можна припустити, що відносний рух фаз відсутній ( $\mathbf{v} = \mathbf{u}$ ), тобто дисперсний матеріал рухається, як одне ціле. Для таких матеріалів доцільно використати припущення про нехтування розділення між фазами шляхом об'ємного осереднення характеристик дисперсної системи (густина, швидкостей, напружень). Таким чином, з врахуванням  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$  рівняння (2) приймає вигляд:

$$\bar{\rho} \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \nabla \boldsymbol{\sigma} - \bar{\rho} \mathbf{G} = 0. \quad (6)$$

Зазначимо, що для процесів, які проходять повільно (немає інерційних ефектів:  $\rho_2 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$ ;  $\rho_2 \mathbf{G} = 0$ ), рівняння (4) з врахуванням (5) відображає закон фільтрації в ізотропному пористому середовищі:

$$\mathbf{v} - \mathbf{u} = \frac{a^2}{\mu \alpha_1} \nabla \mathbf{P}. \quad (7)$$

При невеликих градієнтах тиску або швидкостях фільтрації рівняння (7) не протирічить лінійному закону Дарсі.

З використанням фундаментальних законів термодинаміки - рівнянь балансу енергії, ентропії та вільної енергії  $\phi$  (на базі перетворення Лежандра) з врахуванням закону Фур'є отримано рівняння теплопереносу у межах ПЕ

$$\frac{\lambda^{ij}}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial X^j} (g^{ij} \sqrt{g} \frac{\partial T}{\partial X^i}) - \rho^t C_v \dot{T} = \frac{\rho^t}{\rho^t} T \sigma^T \varepsilon^e + \rho^t (\dot{W}_R + \dot{W}_h) - \rho^t q^v - \rho^t T \frac{\partial \dot{W}_d}{\partial T}, \quad (8)$$

де  $\lambda^{ij}$  та  $C_v$  – коефіцієнти теплопровідності та теплоємності відповідно;  $T$  – температура;  $\boldsymbol{\sigma}^e = \rho^t \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varepsilon^e \partial T}$ ;  $W_R,$

$W_h$  та  $W_d$  величини робіт, що пов'язані з ефектами динамічного повернення стану при релаксаційних процесах різної фізичної природи, незворотного рівноважного процесу деформування та, що витрачається на зміну внутрішньої структури ДМ відповідно.

Для формулювання визначальних співвідношення (між деформаціями та напруженнями) у межах ПЕ ДМ розроблена методика, яка складається з наступних етапів:

1. *Вводиться у розгляд два рівні структурного аналізу ДМ – мікроаналіз* (на основі розглядання окремого мікрофрагменту (частки) дисперсної системи формулюються співвідношення щодо параметрів його механічної поведінки) *та мікроаналіз*, де виконується осереднення параметрів по макрооб'єму ПЕ (рис. 1, а).

Запропоновано ввести у розгляд ідеалізований мікрофрагмент ДМ – елементарний об’єм у вигляді кругового порожнього циліндра (рис. 1, б).

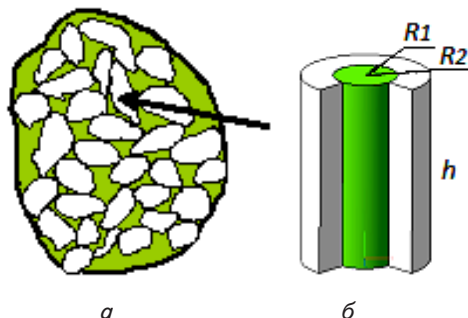


Рис. 1. Два рівні структурного аналізу ДМ: а – макрофрагмент; б – ідеалізований мікрофрагмент ДМ у вигляді полого циліндра висотою h та радіусами R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>

Матеріал даного циліндра (тверда фаза ДМ на мікро рівні) вважається нестисливим, а його вісь збігається з напрямком одного з головних компонентів тензора швидкостей деформації. В області зайнятій циліндром R<sub>1</sub><r<R<sub>2</sub>; 0<z<h розглядаються тільки два компоненти швидкості переміщень точок матеріалу v<sub>r</sub> і v<sub>z</sub>, які задовольняють рівнянню нерозривності:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \tag{9}$$

2. Для нівелювання результатів введеної ідеалізації розглядається параметр швидкості локальної (на мікрорівні) енергії деформування твердої фази з подальшим її осередненням по всьому об’єму циліндра:

$$D = \sigma_0 \gamma_0 \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1} \sqrt{\frac{\psi e^2 + \phi \Gamma^2}{\gamma_0^2}} \right)^{n+1} + \sigma_T \gamma_0 \frac{1}{\alpha_1} \sqrt{\frac{\psi e^2 + \phi \Gamma^2}{\gamma_0^2}}. \tag{10}$$

При виведенні (10) враховані параметри дисперсності матеріалу  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1 = \frac{R_1^2}{R_2^2}$ ,  $\phi = \alpha_1$ ;  $\psi = \frac{\alpha_1}{2\alpha_2}$ , а також узагальнена реологічна модель матеріалу твердої фази  $\sigma = \sigma_0 \left( \frac{\gamma'}{\gamma} \right) + \sigma_m$ , де  $\sigma_T$  – границя текучості,  $\gamma = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{R_2^4}{r^4} e^2 + \Gamma^2}$  – параметр інтенсивності швидкостей деформацій ПЕ,  $\sigma_0, \gamma_0, n$  – константи апроксимації експериментальних даних;  $e, \Gamma$  – перший та другий інваріанти тензора напружень;  $w = \frac{1}{\alpha_1} \sqrt{\psi e^2 + \phi \Gamma^2}$ .

3. На основі (10) формулюється загальна структура визначальних співвідношень через компоненти тензорів напружень  $\sigma_{ij}$  і швидкостей деформацій  $e_{ij}$ :

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{\sigma_0 \left( \frac{w}{\gamma_0} \right)^n + \sigma_T}{w} \right) \left[ \phi e_{ij} + \left( \psi - \frac{1}{3} \phi \right) e \delta_{ij} \right]. \tag{11}$$

4. Конкретизуються співвідношення (11) відповідно до обраної моделі матеріалу. Згідно принципу дисипативного детермінізму для моделі пружно-в'язко-пластичного матеріалу достатньо задати параметри:

– вільну енергію Гельмгольца Δ, яка визначає зворотну складову механічної потужності деформування

$$W^0 = \frac{\partial \Delta}{\partial e^e} e^e, \tag{12}$$

де e<sup>e</sup> – тензор швидкостей зворотної (пружної) деформації;

– узагальнений дисипативний потенціал D;

– скалярну функцію λ(Φ), що визначає функцію механічної дисипації (у нерівності Клаузіуса-Дюгема):

$$D_m = \lambda(\Phi) \cdot \Phi = \sigma_{ij} \cdot e^{ij}. \tag{13}$$

Рівняння (12) визначає визначальні співвідношення для пружного режиму деформування ПЕ:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^e \cdot e_{kl}^e, \tag{14}$$

де D<sup>e</sup><sub>ijkl</sub> компоненти тензора пружних властивостей матеріалу твердої фази.

Для забезпечення загального вигляду визначальних співвідношень у формі (11) функціонал Φ, що визначає у просторі напружень границю зворотного і незворотного станів макро – об’єму ДМ слід представити у вигляді:

$$\Phi(p, \tau, \alpha_1, \kappa, t) = \frac{\tau^2}{\phi} + \frac{p^2}{\psi} - \kappa(t) = 0, \tag{15}$$

де P – рівень гідростатичного тиску в дисперсному середовищі; τ<sup>2</sup> – другий інваріант девіатора ефективних напружень; κ(t) – визначає характерний розмір поверхні навантаження у процесі деформування. З врахуванням (13, 14) отримаємо визначальні співвідношення незворотного режиму деформування представницького елемента ДМ

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{\lambda(\Phi)} \left[ \phi e_{ik}^n + \left( \psi - \frac{1}{3} \phi \right) e^n \delta_{ik} \right]. \tag{16}$$

Розглядаючи процес нерівноважного незворотного деформування, вважаємо, що повні ефективні напруження σ, можуть бути представлені у вигляді суми рівноважної σ<sup>p</sup> і нерівноважної складових σ<sup>v</sup>:

$$\sigma = \sigma^p + \sigma^v. \tag{17}$$

Особливістю даної моделі є те, що поняття стаціонарного (рівноважного) пружно в'язко пластичної течії матеріалу виявляються альтернативним описуванню пружно-пластичної поведінки ДМ.

Рівноважну складову тензора напружень (17) визначаємо на підставі (16):

$$\sigma_{ik}^p = \frac{\sqrt{\rho k(t)}}{\sqrt{\phi \gamma^2 + \psi e^2}} \left[ \phi e_{ik}^n + \left( \psi - \frac{1}{3} \phi \right) e^n \delta_{ik} \right], \quad (18)$$

де  $\gamma$  – другий інваріант девіатора швидкостей деформації  $e_{ik}$ . У свою чергу для нерівноважної складової тензора напружень на підставі (16) маємо:

$$\sigma_{ik}^v = 2\eta \left[ \phi e_{ik}^n + \left( \psi - \frac{1}{3} \phi \right) e^n \delta_{ik} \right], \quad (19)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості твердої фази матеріалу.

Рівняння (17) з врахуванням (18) та (19) дозволяє визначити незворотну складову швидкості деформування ДМ:

$$e_{ik}^n = \frac{\sqrt{\phi \gamma^2 + \psi e^2}}{\phi \psi \left( \sqrt{\rho k} + 2\eta_k \sqrt{\phi \gamma^2 + \psi e^2} \right)} \times \left[ \sigma_{ik} + \left( \frac{1}{3} \phi - \psi \right) \rho \delta_{ik} \right], \quad (20)$$

або у матричному вигляді

$$\{e^n\} = [Z^n] \{\sigma\}, \quad (21)$$

де  $[Z^n]$  матриця, компоненти якої визначають параметри в'язко – пластичної моделі ДМ.

5. Формулюються визначальні співвідношення для пружно-в'язко-пластичного режиму деформування твердої фази матеріалу. Для цього використовуємо розкладання вектора  $\{e^n\}$  у (20) в ряд Тейлора по часовому аргументу  $t_n < t < t_n + \Delta t_n$  в околиці моменту  $t_n$  в припущенні про малість  $\Delta t_n$ :

$$\begin{aligned} \{e^i\}_{n+1} &= \sum_{m=0}^m \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} \{e^i\}_{t_n} \frac{(\Delta t_n)^m}{m!} + 0(\Delta t_n)^{m+1} \approx \\ &\approx \{e^n\}_n + \left[ \dot{Z}^n \right]_n \{\sigma\}_n + [Z^n]_n \{\dot{\sigma}\}_n. \end{aligned} \quad (22)$$

Враховуючі адитивне розкладання швидкості деформування (1) та лінійну інтерполяцію (21) на часових шарах  $t_n$  та  $t_{n+1}$   $\{e^n\} = (1 - \bar{\omega}) \{e^n\}_n + \bar{\omega} \{e^n\}_{n+1}$ , з (14)

слідують співвідношення у матричному вигляді:

$$\{\dot{e}\} = [D^{evp}]_n \{e\} - \{VP\}_n, \quad (23)$$

де  $[D^{evp}]_n$  – конституціональна матриця пружно-в'язко-пластичності,  $\{VP\}$  – вектор реологічного корегування напружень.

В роботі наведені вирази співвідношень (23) для окремих реологічних режимів деформування ДМ.

Система рівнянь (1)–(23) доповнюється завданням відповідних початкових та граничних умов, що відображають специфіку конкретної задачі.

Адекватність розв'язання наведеної системи рівнянь в значній мірі залежить від структурно-механіч-

них та реологічних параметрів  $\sigma_T$ ,  $\sigma_0$ ,  $k(t)$ ,  $D_{ijkl}^e$  та ін. У спеціальній та довідковій літературі для матеріалів органічного походження інформація про такі властивості наведена недостатньо [6].

В даній роботі запропоновано експериментальна методика (рис. 2) з використанням спеціального пресуючого обладнання (рис. 3), яке забезпечує високий тиск (400-500 МПа) ущільнення ДМ до стану з незначним (в ідеалі наближеним до нуля) об'ємним вмістом газорідинної фази. Отриманий в результаті матеріал можна умовно вважати компактним (однофазним), тобто матеріалом твердої фази досліджуваного ДМ.

Методика апробована для визначення реологічних властивостей твердої фази для матеріалів рослинного походження – лузги соняшника та гречки, стружки сосни та дуба, пшеничної соломи та висівки [7].

Розроблено методи розв'язання поставленої задачі з використанням методів скінчених елементів по просторовим параметрам і скінчених різниць по аргументу часу (алгоритмічна модель). Виконано програмну реалізацію розроблених алгоритмів у вигляді спеціалізованого програмного забезпечення (цифрова модель), що призначено для розрахунку параметрів деформування дисперсних двофазних структур при заданих параметрах навантаження в режимі пружно-в'язко-пластичної течії твердої фази [8].

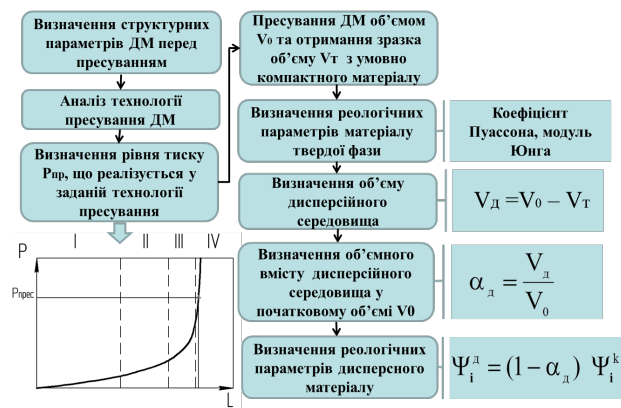


Рис. 2. Схема методики визначення реологічних параметрів дисперсних матеріалів

Одним зі шляхів ефективного практичного використання запропонованих математичних моделей зв'язаний з визначенням оптимальних конструктивно-технологічних параметрів технологічного обладнання по переробці дисперсних матеріалів (рис. 3, 4)

Для вирішення задачі оптимізації пропонується використати метод оснований на алгоритмі Левенберга-Марквардта [9, 10].

Алгоритмічна модель реалізована у вигляді інтелектуально-експертної системи PLAST-ОПТ (числова модель), призначеної для пошуку оптимального розподілу конструктивно-технологічних параметрів робочих органів машин на основі методів математичного програмування (рис. 5).

Інтелектуально-експертна система PLAST-ОПТ складається з наступних основних підсистем:

1. Підсистема PLAST-GRN

а) графічний редактор для створення геометричної моделі;

- b) сітковий генератор для автоматизованого генерування скінченно-елементної моделі;
- c) завдання граничних та початкових умов згідно розрахункової схеми;
- d) обчислюваного процесора, що реалізує режими деформування ДМ з відповідними розрахунками технологічних параметрів (YPPOR.exe, YVPPOR.exe);
- e) візуалізації результатів розрахунків у вигляді кольорової карти досліджуваних функцій;
- f) база даних для зберігання обчислювальних експериментів.

- f) завдання параметрів та критеріїв оптимізації;
- g) встановлення обмежень на параметри оптимізації;
- h) введення результатів математико-статистичного аналізу обчислювальних експериментів з архіву підсистеми REGRES(ЦКОП);
- i) обчислювальний процесор, що реалізує розв'язання одноцільової задачі оптимізації опираючись на LMA алгоритми (opt.cmd);
- j) обчислювальний процесор, що реалізує розв'язання задачі пошуку компромісу, опираючись на LMA алгоритми (kompromis.cmd);
- k) база даних оптимального розподілу конструктивно-технологічних параметрів вузла пресування гранулятора.

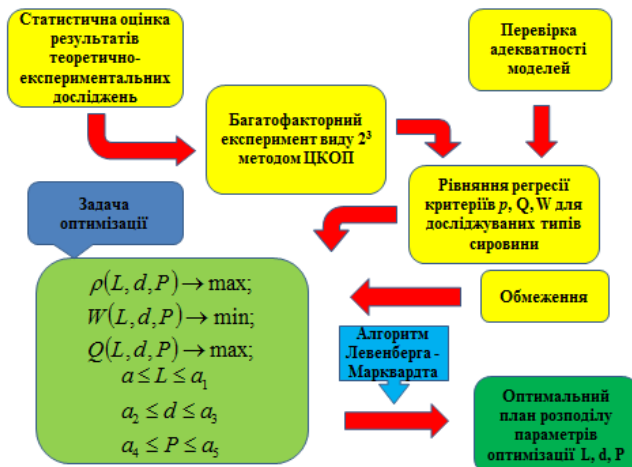


Рис. 3. Алгоритм розв'язування одноцільової задачі оптимізації

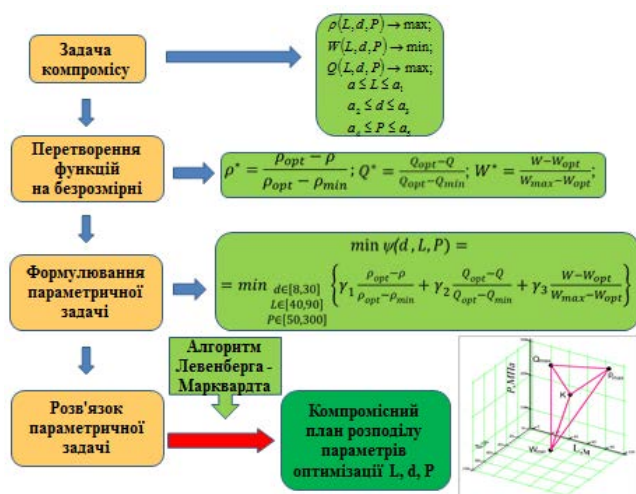


Рис. 4. Алгоритм розв'язування задачі компромісу

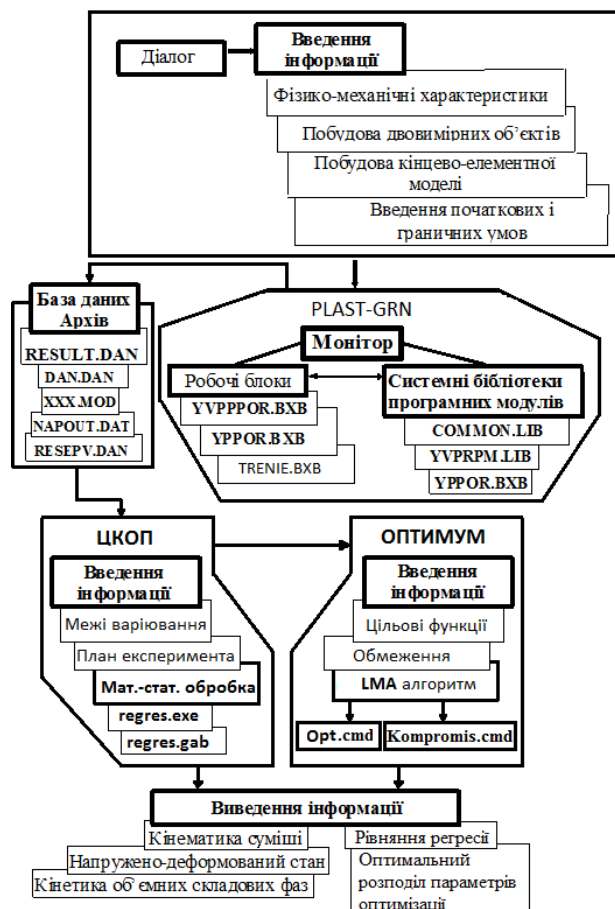


Рис. 5. Схема функціонування інтелектуально-експертної системи "PLAST – ОПТ"

II. Підсистема REGRES (ЦКОП)

- a) завдання незалежних змінних та меж варіювання факторів;
- b) введення даних обчислювальних експериментів з архіву підсистеми PLAST-GRN;
- c) блок математико-статистичної обробки (regres.exe);
- d) база даних для зберігання результатів математико-статистичного аналізу;
- e) Підсистема ОПТИМУМ;

5. Висновки

Запропоновано новий методологічний підхід до побудови математичної моделі поведінки дисперсних систем у нерівноважних процесах харчових виробництв, який оснований на:

- формулюванні загальної математичної постановки крайової задачі пружно-в'язко-пластичності для дисперсних волого-насичених харчових матеріалів;
- співвідношеннях між силами та деформаційними параметрами в процесі формоутворення представницьких об'ємів з дисперсними харчовими

матеріалами, що отримані з використанням моделі мікро-фрагменту дисперсного матеріалу разом з дисипативним механізмом процесу нерівноважного деформування;

– розробленні методів розв'язання поставленої задачі з використанням методу скінчених елементів по просторовим параметрам і методу скінчених різниць по аргументу часу;

– програмній реалізації розроблених алгоритмів у вигляді спеціалізованого програмного забезпечення, яке дозволяє виконувати розрахунки оптимальних параметрів деформування дисперсних двофазних структур при відомому законі навантаження в режимі пружно-в'язко-пластичної течії твердої фази.

---

#### Література

1. Wang, Zhengfu Mathematical modeling on hot air drying of thin layer apple pomace [Text] / Zhengfu Wang, Junhong Sun, Xiaojun Liao, Fang Chen, Guanghua Zhao, Jihong Wu, Xiaosong Hu // Food Research International. – 2007. – Vol. 40, Issue 1. – P. 39–46.
2. Purlis, Emmanuel Modelling the browning of bread during baking [Text] / Emmanuel Purlis, Viviana O. Salvadori // Food Research International. – 2009. – Vol. 42, Issue 7. – P. 865–870.
3. Fois, Simonetta Rheology and microstructure of bimodal particulate dispersions: Model for foods containing fat droplets and starch granules [Text] / Simonetta Fois, Costantino Fadda, Roberto Tonelli, Manuela Sanna, Pietro Paolo Urgeghe, Tonina Roggio, Pasquale Catzeddu // Food Research International. – 2012. – Vol. 48, Issue 2. – P. 641–649
4. Fischer, Peter Rheology of food materials [Text] / Peter Fischer, Erich J. Windhab // Current Opinion in Colloid & Interface Science. – 2011. – Vol. 16, Issue 1. – P. 36–40.
5. Rindyuk, D. V. Information technology in designing high-performance equipment for biomass compacting [Text] / D. V. Rindyuk, S. Y. Lementar // Journal Food and Environment Safety of the Suceava University. – 2012. – Vol. XII, Issue 2. – P. 115–122
6. Валентас, К. Д. Пищевая инженерия: справочник с примерами расчетов: Пер.с англ. [Текст] / К. Д. Валентас, Е. Ротштейн, Р.П. Сингх // С.Пб.: Профессия, 2004. – 848 с.
7. Штефан, Є. В. Дослідження структурно-механічних властивостей дисперсних матеріалів рослинного походження [Текст] / Є. В. Штефан, Д. В. Риндюк // Вісник Вінницького національного аграрного університету. Збірник наук. праць. Серія: Технічні науки. – 2012. – Т.1, № 10 – С. 59–67
8. Rindyuk, D. V. The method of determination of the optimal parameters of dispersed materials granulation through consolidation [Text] / D. V. Rindyuk, S. Y. Lementar // Food and Environment Safety - Journal of Faculty of Food Engineering, Ștefan cel Mare University – Suceava. – 2012. – Vol. XI, Issue 2. – P. 15–18
9. Pai, P-F Forecasting regional electricity load based on recurrent support vector machines with genetic algorithms [Text] / P-F. Pai, W. C. Hong // Electric Power Systems Research. – 2005. – Vol. 74. – P. 417–425
10. Mohamed, Ibrahim O. Simultaneous estimation of thermal conductivity and volumetric heat capacity for solid foods using sequential parameter estimation technique [Text] / Ibrahim O. Mohamed // Food Research International. – 2009. – Vol. 42, Issue 2. – P. 231–236.