

УДК 621.92; 621.135

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНО- СОПРЯЖЕННОГО ШЛИФОВАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ

**Н. В. Сурду**

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
Отдел общетехнических исследований в энергетике\*  
Контактный тел.: (0572) 94-15-21  
E-mail: surdu@ipmach.kharkov.ua

**Н. А. Сафонов**

Кандидат технических наук, научный сотрудник  
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов\*  
Контактный тел.: (0572) 95-95-18

**С. Ф. Лушпенко**

Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник  
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов\*  
Контактный тел.: (0572) 95-95-18  
E-mail: lushpenko@ipmach.kharkov.ua

\*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН  
Украины  
ул. Д. Пожарского, 2/10, г. Харьков, 61046

*Наведено аналітичні залежності для моделювання процесу формоутворення криволінійних поверхонь деталей методом планетарно-спряженого шліфування*

*Ключові слова: планетарно-спряжене шліфування, математичне моделювання процесу формоутворення*

*Приведены аналитические зависимости для моделирования процесса формообразования криволинейных поверхностей деталей методом планетарно-сопряженного шлифования*

*Ключевые слова: планетарно-сопряженное шлифование, математическое моделирование процесса формообразования*

*Formulas for simulation of a curved surface shaping process with a method of planetary-conjugate grinding are presented*

*Key words: planetary-conjugate grinding, simulation of a shaping process*

Шлифование сложно-профильных криволинейных поверхностей деталей (например, профиль пера турбинных лопаток, кулачки и т.п.), изготавливаемых из труднообрабатываемых материалов является одной из наиболее сложных задач размерной абразивной обработки. Связано это с тем, что существующее в настоящее время оборудование для шлифования чаще всего не позволяют использовать режимы [1,2,3], при которых надежно обеспечивается обработка без тепловых дефектов (шлифовальные трещины и прижоги).

В Институте проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины успешно развивается концепция снижения энергоемкости шлифования путем совершенствования кинематики формообразующих движений инструмента и детали [1,2], направленного на обеспечения условий для комплексного влияния СОТС на процессы пластического деформирования и разрушения металлов и проявления адсорбционно-пластифицирующего эффекта (АПЭ).

Одним из наиболее производительных способов шлифования труднообрабатываемых материалов яв-

ляется способ [1] планетарно-сопряженного шлифования, который за счет обеспечения условий для проявления АПЭ позволяет не только надежно обеспечивать бездефектную, в том числе глубинную обработку, но и значительно повысить при этом ее производительность. Однако указанный способ предназначен для обработки только плоских поверхностей, поэтому была поставлена задача оценить возможность использования этого способа формообразования для обработки криволинейных поверхностей. Разработке математической модели и проверке возможности планетарно-сопряженного шлифования криволинейных поверхностей и посвящена настоящая работа.

Способ планетарно-сопряженного формообразования криволинейных поверхностей методом шлифования предполагает использование специализированного инструмента, который представляет собой планетарный механизм выполненный следующим образом. На вращающемся с угловой скоростью  $\omega_0$  корпусе, симметрично и на одинаковом расстоянии от оси с возможностью вращения вокруг планетарных осей установлено несколько абразивных кругов. Точки, во-

круг которых вращаются шлифовальные круги с угловой скоростью  $\omega_0$ , расположены на одной окружности радиуса  $d$ . Таким образом, каждый шлифовальный круг в процессе обработки изделия совершает сложное движение, состоящее из переносного перемещения вокруг оси вращения корпуса планетарной головки с угловой скоростью  $\omega_0$  и с угловой скоростью  $\omega$  вокруг планетарной оси.

Задача моделирования планетарно-сопряженного шлифования заключается в том, что для некоторой криволинейной поверхности, описывающей, например, обрабатываемый контур спинки профиля пера турбинной лопатки, необходимо построить сопрягаемый в процессе шлифовки контур режущей поверхности шлифовального круга.

Математическую задачу построения непрерывной кривой линии, описывающей сопрягаемый контур шлифовального инструмента, определим следующим образом.

Пусть в декартовой системе координат задано уравнение кривой  $y=f(x)$ , которая представляет собой линию контура готовой поверхности обрабатываемого изделия.

Исходя из этой кривой, будем вести поточечное построение искомой – сопрягаемой кривой. Пусть также определена точка с координатами  $A(0,h)$ , вокруг которой вращается со скоростью  $\omega_0$  отрезок прямой линии длины  $d$  (рис. 1).

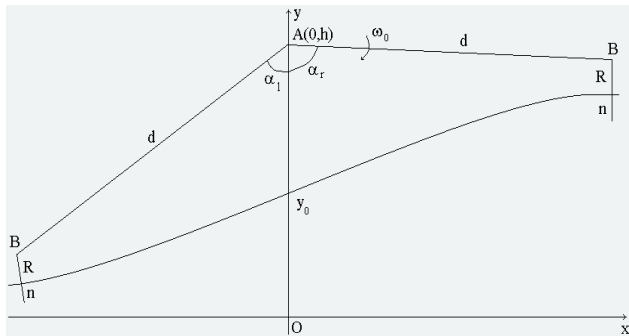


Рис. 1. Схема определения зоны обработки

Точки окружности радиуса  $d$  представляют собой геометрическое место центров окружностей радиуса  $R$ . На рис. 1 это есть точки  $B$ .

Можно предположить, что для некоторого участка монотонно изменяющейся кривой линии, описываемой зависимостью  $y=f(x)$  и некоторых определенных соотношений между величинами  $y$ ,  $d$ ,  $R$  всегда существуют два угла  $h$  и  $\alpha_r$  (рис. 1), определяющие два крайних положения отрезка  $AB$ , при которых окружность радиуса  $R$  касается кривой линии  $y=f(x)$ . Найдём значения этих двух крайних углов  $\alpha_r$  и  $\alpha_1$ .

Сформулируем в аналитическом виде условия касания окружности радиуса  $R$  и кривой с уравнением  $y=f(x)$ . Пусть точка касания имеет координаты  $(x_c, y_c)$  (рис. 2). Тогда расстояние между точкой касания и центром окружности  $B$  с координатами  $(x_0, y_0)$  равно радиусу  $R$ :  $R^2 = (y_c - y_0)^2 + (x_c - x_0)^2$ . Длина отрезка  $AB$  равна  $d$ :  $d^2 = x_0^2 + (h - y_0)^2$ . Обе точки: точка касания и центр окружности принадлежат нормали  $n$  к кривой  $y=f(x)$ .

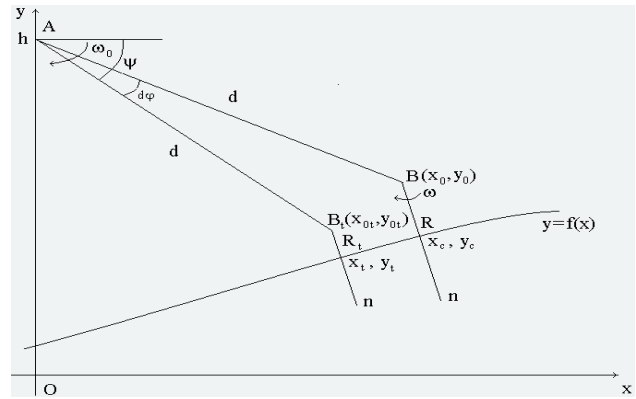


Рис. 2. Схема определения точек касания

Запишем уравнение нормали, проходящей через точку касания:  $y = y_c - (x - x_c)/f'(x_c)$ . Учтём, что центр окружности принадлежит этой прямой, а также то, что точка касания находится на кривой  $y=f(x)$ . Тогда имеем ещё одно равенство:  $y_0 = f(x_c) - (x_0 - x_c)/f'(x_c)$ .

Таким образом, получена система из трёх уравнений для трёх неизвестных  $x_0, y_0, x_c$ :

$$\begin{cases} x_0^2 + (h - y_0)^2 = d^2 \\ (x_c - x_0)^2 + (f(x_c) - y_0)^2 = R^2 \\ f(x_c) - y_0 = \frac{x_0 - x_c}{f'(x_c)} \end{cases}$$

Заменим во втором уравнении квадрат разницы  $(f(x_c) - y_0)^2$ , используя третье уравнение:

$$R^2 = \left( \frac{x_0 - x_c}{f'(x_c)} \right)^2 + (x_c - x_0)^2 = (x_c - x_0)^2 \left( \frac{1}{[f'(x_c)]^2} + 1 \right)$$

$$\text{и отсюда имеем: } x_c - x_0 = R \cdot f'(x_c) / \left( \sqrt{[f'(x_c)]^2 + 1} \right)$$

Проанализировав последнее равенство, можем сделать следующий вывод: если  $f'(x_c) > 0$ , то есть в точке касания функция  $f(x)$  возрастает, то  $x_0 < x_c$ . Другими словами: точка касания имеет абсциссу больше, чем абсцисса центра окружности. И наоборот, если функция убывает:  $f'(x_c) < 0$ , то  $x_0 > x_c$ , то есть точка касания расположена ближе к оси ординат, чем центр окружности. При условии  $f'(x_c) = 0$ , когда нормаль  $n$  в точке касания перпендикулярна оси  $Ox$ , получаем равенство этих абсцисс  $x_0 = x_c$ . Следовательно, анализируемая зависимость между абсциссами точки касания  $x_c$  и центром окружности с радиусом  $R$  отображает очевидный геометрический факт (рис. 1 и рис. 2).

Но вернёмся к нашей системе. В первом уравнении системы заменим  $x_0$  его выражением через переменную  $x_c$  из последнего равенства,  $y_0$  – из третьего:

$$d^2 = \left[ x_c - \frac{Rf'(x_c)}{\sqrt{[f'(x_c)]^2 + 1}} \right]^2 + \left[ h - f(x_c) + \frac{x_0 - x_c}{f'(x_c)} \right]^2$$

И далее, в последней скобке выполнив очевидную замену, чтобы избавиться от переменной  $x_0$ , получим окончательно

$$d^2 = \left[ x_c - \frac{Rf'(x_c)}{\sqrt{[f'(x_c)]^2 + 1}} \right]^2 + \left[ h - f(x_c) - \frac{R}{\sqrt{[f'(x_c)]^2 + 1}} \right]^2$$

Решая численным путем это трансцендентное уравнение, получим два корня, которые и будут двумя абсциссами точек касания. Мы здесь предполагаем, что соотношения между параметрами  $d, R, h$  и данной функцией  $f(x)$  таковы, что это уравнение имеет два действительных противоположных по знаку корня. Хотя, может быть и более двух действительных корней, то есть касание возможно и между крайними точками в силу особенностей функции  $f(x)$ . Тогда надо найти все эти корни на соответствующем отрезке и взять наибольший и наименьший корни.

Теперь, имея абсциссу точки касания, находим центр окружности радиуса  $R$ :

$$x_0 = x_c - R \frac{f'(x_c)}{\sqrt{[f'(x_c)]^2 + 1}}$$

Далее, ординату  $y_0$  можно найти, используя одно из первых двух уравнений системы:  $y_0 = h - \sqrt{d^2 - x_0^2}$ . Здесь перед корнем берём знак «минус», ибо ордината центра окружности не может быть больше  $h$  в силу высказанных выше предположений. Определение координат точки  $B$  даёт возможность найти углы  $\alpha_r$  и  $\alpha_l$ .  $\cos \alpha_r = \frac{h - y_0^r}{d}, \sin \alpha_r = \frac{x_0^r}{d}; \cos \alpha_l = \frac{h - y_0^l}{d}, \sin \alpha_l = \frac{x_0^l}{d}$ , где  $(x_0^r, y_0^r)$  и  $(x_0^l, y_0^l)$  – координаты двух центров окружностей с радиусом  $R$ , что соответствует двум различным корням трансцендентного уравнения  $x_f^r$  и  $x_f^l$ .

Теперь займёмся поточечным построением искомой кривой. Сначала вычислим угол  $\alpha = \alpha_r + \alpha_l$  (рис. 1), внутри которого окружность радиуса  $R$  имеет общие точки с графиком кривой  $y = f(x)$ . Разделим угол  $\alpha$  на  $n$  равных частей  $d\varphi = \frac{\alpha}{n}$  и будем отсчитывать углы  $\psi$  от горизонтального положения отрезка  $AB$  (рис. 2). Тогда при таком отсчёте углов начальная точка искомой кривой будет соответствовать углу  $\psi_0 = \pi/2 - \alpha_r$ , а конечная –  $\psi_n = \pi/2 - \alpha_r + \alpha = \pi/2 + \alpha_l$ .

Любая промежуточная точка этой кривой соответствует углу  $\psi_i = \pi/2 - \alpha_r + i \cdot \alpha/n, i = 1, n-1$ . Так как отрезок  $AB$  вращается с угловой скоростью  $\omega_0$ , то  $\psi_i = \pi/2 - \alpha_r + i d\varphi = \pi/2 - \alpha_r + i \omega_0 dt$ , где  $dt$  – соответствующий шаг по времени и тогда  $t_i = i dt$  есть соответствующее  $i$ -ой точке кривой значение параметра  $t$  (время).

Используя величину угла  $\psi_i$ , найдём координаты точки  $B_t$  (рис. 2) по следующим формулам  $x_{0t} = d \cos \psi_i, y_{0t} = h - d \sin \psi_i$ . Опустим из точки  $B_t$  нормаль к кривой  $y = f(x)$ :

$$y = y_{0t} + \frac{x_{0t} - x}{f'(x)}$$

Определим точку пересечения  $(x_t, y_t)$  этой нормали и графика обрабатываемой кривой  $y = f(x)$ . Подставим координаты искомой точки в последние два уравнения и получим следующую систему

$$\begin{cases} y_t = y_{0t} + \frac{x_{0t} - x_t}{f'(x_t)} \\ y_t = f(x_t) \end{cases}$$

Отсюда получаем следующее трансцендентное уравнение:  $f(x_t) = y_{0t} + (x_{0t} - x_t)/f'(x_t)$ , из которого каким-либо численным методом поиска находим абсциссу  $x_t$  точки пересечения. Умножением на величину  $f'(x_t)$  приведём это уравнение к виду

$(y_{0t} - f(x_t))f'(x_t) + x_{0t} - x_t = 0$ , который исключает операцию деления на нуль в случае равенства нулю производной.

Относительно координат точки  $B_t$  отметим следующее. Если записать уравнение исходной кривой в виде  $y - f(x) = 0$  и в силу того, что эта точка не принадлежит данной кривой, то после подстановки координат точки  $B_t$  в уравнение кривой по условию задачи необходимо должно выполняться неравенство:  $y_{0t} - f(x_{0t}) > 0$  или  $y_{0t} > f(x_{0t})$ . Другими словами, центр окружности радиуса  $R$  должен находиться «над кривой». Ввиду того, что точка  $B_t$  в свою очередь сама принадлежит окружности радиуса  $d$  с центром в точке  $A$  с координатами  $(0, h)$ , то тогда имеем следующее равенство:  $y_{0t} = h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2}$  (перед корнем стоит знак «минус», так как рассматриваем нижнюю половину окружности). Комбинируем равенство и неравенство и получаем следующее условие на исходные данные задачи:  $h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} > f(x_{0t})$ .

Поместим центр полярной системы координат в центр окружности радиуса  $R$ . Далее определяем расстояние по нормали от точки  $B_t$  до точки пересечения  $R_t = \sqrt{(x_{0t} - x_t)^2 + (y_{0t} - y_t)^2}$ . Величина  $R_t$  – радиус в этой полярной системе координат  $i$ -ой точки искомой кривой. Очевидно, что  $0 < R_t \leq R$ . Здесь левое неравенство строгое, ибо центр окружности в точке  $B_t$  не должен принадлежать кривой  $y_{0t} \neq f(x_{0t})$ . Полярный угол определим следующим образом. Так как окружность радиуса  $R$  имеет угловую скорость  $\omega = \omega_0(k+1)$ , то за время  $t_i$  данная окружность повернётся на угол  $\beta_i = \omega t_i$  (рис. 3).

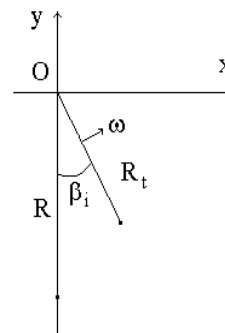


Рис. 3. К определению искомой точки кривой

Этот угол является полярным углом для  $i$ -ой точки, если  $y = f(x)$  есть уравнение прямой параллельной оси абсцисс. В случае кривой  $y = f(x)$  нормаль  $n$  к ней будет вращаться вокруг центра полярной системы при движении вдоль этой кривой. Пусть угол отклонения  $\gamma_i = \arctg(f'(x_t))$  нормали от оси ординат по ходу вращения шлифовального круга будет отрицательным, а в обратную сторону – положительным (в соответствии с принятым порядком отсчёта углов в полярной системе). Тогда полярный угол в общем случае будет  $\beta_i = \omega t_i + \gamma_i$ . Величина  $\beta_i$  и будет полярным углом  $i$ -ой точки.

Наконец, можно вычислить координаты искомой точки в декартовой системе, связанной с центром движущейся окружности (рис. 3):  $x_{t_i} = R_t \sin \beta_i, y_{t_i} = R_t \cos \beta_i$ . Этим заканчивается алгоритм поточечного построения искомой кривой.

Итак, искомая кривая построена, но всегда ли возможно такое построение? Выше уже сформулировано одно из условий на исходные данные, выражающее тот факт, что ординаты окружности радиуса  $d$  должны быть больше ординат функции  $y=f(x)$ . Теперь выясним условие существования нормали к кривой  $f(x)$  из любой её точки и пересекающей дугу окружности, заключённой в интервале углов  $[\alpha_1, \alpha_r]$ .

Обратимся к рис. 4, где отрезок  $B_tC$  длиной  $R_t$  есть отрезок упомянутой нормали.

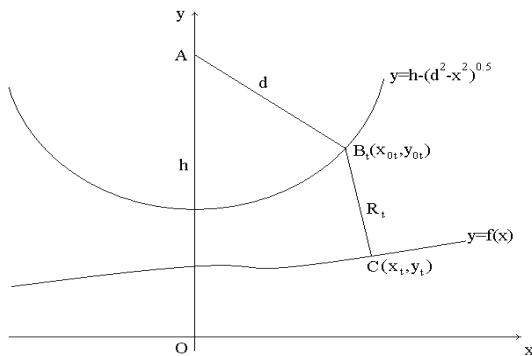


Рис. 4. Расчетная схема

Составим систему из двух уравнений, первое из которых будет уравнением «нижней» полуокружности, а второе – уравнением нормали к данной кривой в точке их пересечения  $C$ :

$$\begin{cases} y_{0t} = h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} \\ y_{0t} - y_t = -\frac{x_{0t} - x_t}{f'(x_t)} \end{cases}$$

Будем искать из этой системы координаты точки пересечения  $B_t$  нормали и окружности. Исключив ординату, получим уравнение:

$$\begin{aligned} \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} &= h - y_t + (x_{0t} - x_t)/f'(x_t) \\ \text{относительно переменной } x_{0t} \text{ или} \\ d^2 - x_{0t}^2 &= (h - y_t)^2 + 2 \frac{(x_{0t} - x_t)(h - y_t)}{f'(x_t)} + \frac{(x_{0t} - x_t)^2}{[f'(x_t)]^2} \end{aligned}$$

Относительно неизвестной абсциссы  $x_{0t}$  это уравнение – квадратное, а именно:

$$\begin{aligned} \left[ 1 + \frac{1}{[f'(x_t)]^2} \right] x_{0t}^2 + \frac{2}{f'(x_t)} \left[ h - y_t - \frac{x_t}{f'(x_t)} \right] x_{0t} + \\ + \left[ h - y_t - \frac{x_t}{f'(x_t)} \right]^2 - d^2 = 0 \end{aligned}$$

Существование действительных корней  $x_{0t}$  приведенного уравнения гарантируется условием неотрицательности дискриминанта:

$$\begin{aligned} \frac{1}{[f'(x_t)]^2} \left[ h - y_t - \frac{x_t}{f'(x_t)} \right]^2 - \\ - \left\{ \left[ h - y_t - \frac{x_t}{f'(x_t)} \right]^2 - d^2 \right\} \frac{[f'(x_t)]^2 + 1}{[f'(x_t)]^2} \geq 0 \end{aligned}$$

откуда после очевидных преобразований получаем следующее условие в окончательном виде:

$$[(h - y_t)f'(x_t) - x_t]^2 \leq d^2 ([f'(x_t)]^2 + 1).$$

Рассмотрим выписанное условие более подробно. Что оно означает геометрически? В левой части выражение  $(h - y_t)f'(x_t) - x_t$  представляет собой абсциссу точки, принадлежащей нормали, ордината которой есть  $h$  (рис. 5).

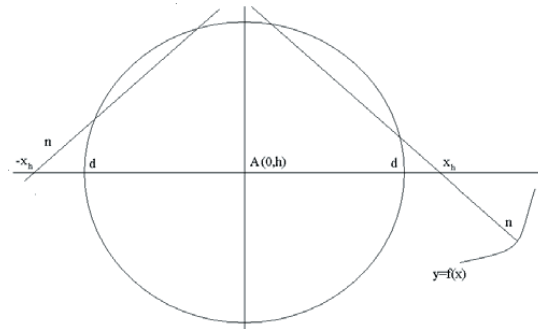


Рис. 5. Область недопустимых решений

Действительно, точка с координатами  $(x_h, h)$  принадлежит нормали к исходной кривой:  $h - y_t = -(x_h - x_t)/f'(x_t)$ , откуда получаем, что  $-x_h = (h - y_t)f'(x_t) - x_t$ . Значит, исходя из полученного условия, абсолютная величина этой абсциссы должна быть меньше величины  $d\sqrt{[f'(x_t)]^2 + 1} > d$ , то есть она может быть больше радиуса окружности  $d$  (рис. 5). Это значит, что нормаль  $n$  к кривой  $f(x)$  пересекает только верхнюю половину окружности радиуса  $d$ , угол  $\alpha_r > \pi/2$  в этом случае, что исключается условиями задачи. Аналогичная ситуация возникает и для отрицательных абсцисс  $x_h$ . Такие дополнительные решения (пересечение нормали с верхней полуокружностью) появились вследствие возведения в квадрат исходного уравнения. Для исключения таких решений перепишем условие в следующем виде  $[(h - y_t)f'(x_t) - x_t]^2 \leq d^2$  или окончательно  $|(h - y_t)f'(x_t) - x_t| \leq d$ .

Выше уже упоминалось неравенство  $0 < R_t \leq R$ .

Распишем более подробно его правую часть.  $R_t^2 = (x_{0t} - x_t)^2 + (y_{0t} - y_t)^2 = (y_{0t} - y_t)^2 ([f'(x_t)]^2 + 1) \leq R^2$ .

Здесь, следуя уравнению нормали, была проведена замена:

$$(x_{0t} - x_t)^2 = (y_{0t} - y_t)^2 [f'(x_t)]^2.$$

Теперь получаем следующее:

$$(y_{0t} - y_t)^2 \leq R^2 / ([f'(x_t)]^2 + 1) \leq R^2 / ((f'_{\min})^2 + 1),$$

где  $(f'_{\min})^2$  – квадрат минимального значения производной на рассматриваемом интервале. Окончательно условие на параметр  $R$  можно записать в виде:  $[h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} - f(x_t)]^2 \leq R^2 / ((f'_{\min})^2 + 1)$  или  $[h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} - f(x_t)]^2 [(f'_{\min})^2 + 1] \leq R^2$ . Здесь тоже проведём геометрический анализ. В левой части в квадрате стоит разность ординат двух принадлежащих нормали точек, умноженная на величину, зависящую от наклона этой же нормали. Если  $f'(x_t) = 0$ ,

то  $R_t$  будет равно разности ординат этих точек, в противном случае величина наклона нормали (или касательной) оказывает своё влияние, ибо  $R_t$  есть длина отрезка упомянутой нормали. После упрощения представленное неравенство примет вид:  $|h - \sqrt{d^2 - x_{0t}^2} - f(x_t)| \sqrt{f_{\min}^2 + 1} \leq R$ . Кроме параметра  $k$ , в этом условии завязаны все параметры задачи.

Выше было определено  $\alpha = \omega_0 t$ , где  $t$  – время процесса. По условию процесса сопряженного формообразования за это время режущий абразивный инструмент (окружность радиуса  $R$ ) должен совершить не более одного оборота. Угловая скорость окружности с радиусом  $R$  есть  $\omega_0(k+1)$ . Тогда имеем:  $\omega_0(k+1)t \leq 2\pi$ . Или  $\omega_0(k+1)\alpha/\omega_0 = \alpha(k+1) \leq 2\pi$ . Отсюда  $k \leq 2\pi/\alpha - 1$ .

Для иллюстрации процесса построения поверхности шлифовального круга по приведенному выше алгоритму зададимся следующими исходными данными. Пусть поверхность детали описывается функцией вида  $f(x) = 0,1 - x^2$ ,  $h = 1,0$ ,  $d = 0,6$ ,  $R = 0,4$ ,  $k = 4$ ,  $\omega_0 = 10,0$ . Построение кривой начинается из выяснения взаимного расположения обрабатываемой кривой и окружности радиуса  $d$  (планетарного механизма). С этой целью на отрезке оси абсцисс  $[-d, d]$  строится сетка  $\{x_i = -d + (2d/n) \cdot i, i = 0, 1, 2, \dots, n\}$ , где  $n$  – целое положительное число. Последовательно в каждой точке этой сетки проверяется неравенство  $h - \sqrt{d^2 - x_i^2} < f(x_i)$ . Если хотя бы в одной точке этой сетки оно выполняется, то тогда соответствующим образом необходимо изменить параметры  $d$  или ( $h$ ).

После выполнения условия непересечения окружности и кривой, определяем крайние точки касания шлифовального круга радиуса  $R$  и обрабатываемой кривой.

Здесь же одновременно проверяется условие наличия корней соответствующего трансцендентного уравнения, максимальное и минимальное значение которых соответствуют точкам касания шлифовального круга с поверхностью детали на входе и на выходе из зоны обработки. Попутно в этих точках вычисляются соответствующие углы отклонения радиуса  $d$  от вертикали  $\alpha_r$  и  $\alpha_l$ .

Аналогичным образом на сетке между точками входа и выхода проверяется наличие корней трансцендентного уравнения, которые являются точками пересечения нормалей, проходящих через точки сетки, и кривой  $y = f(x)$ .

После проверки условий существования искомой кривой, описывающей поверхность шлифовального круга, можно приступить к поточечному построению искомой кривой. Разобьём угол  $\alpha = \alpha_r + \alpha_l$  на  $n = 20$  равных частей то есть получим координаты искомой кривой в 21 точке в декартовой и полярной системах координат, центры которых находятся в геометрическом центре окружности с радиусом  $R$  (то есть шлифовального круга). Эти точки нумеруем, начиная с нуля, то есть  $0, 1, 2, \dots, n$ .

Для каждого значения угла  $\alpha_i = \alpha \cdot i/n$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  вычисляются значения координат центра шлифовального круга  $(x_{0t}, y_{0t})$  и соответствующая им точка пересечения  $(x_t, y_t)$  нормали, проходящей через точку  $(x_{0t}, y_{0t})$ , к кривой с этой же кривой  $y = f(x)$ . Величина отрезка между точками  $(x_{0t}, y_{0t})$  и  $(x_t, y_t)$  есть полярный радиус соответствующей точки. Далее вы-

числяется угол отклонения упомянутой нормали от вертикали по формуле  $\gamma_i = \text{arctg}(f'(x_t))$  и полярный угол  $\beta_i = \omega t_i + \gamma_i$ , где  $t_i = \alpha i/\omega_0 n$  – время, за которое планетарный механизм повернётся на соответствующий угол  $\alpha_i$ , и отсчитываемое от нулевой точки (точки входа). После определения полярных координат вычисляются декартовые координаты данной точки.

В конце данного описания алгоритма заметим, что искомая кривая получена в параметрическом виде, ибо полярные координаты  $(r(t_i), \beta(t_i))$ , а отсюда и декартовы – функции времени, как параметра.

На рис. 6-10 представлены графики контура шлифовального круга (светлая кривая) в моменты сопряжения его с обрабатываемой деталью (темная кривая) в точках с номерами 0, 5, 10, 17, 20 в процессе вращения планетарного механизма. Жирной синей точкой помечен центр шлифовального круга.

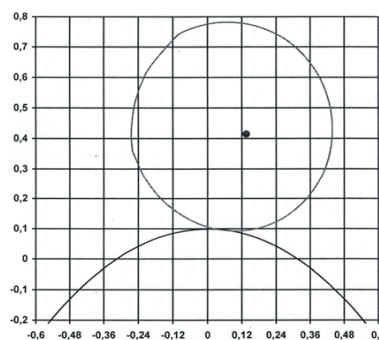


Рис. 6. Взаимное расположение обрабатываемой детали и шлифовального круга при сопряжении их в точке входа

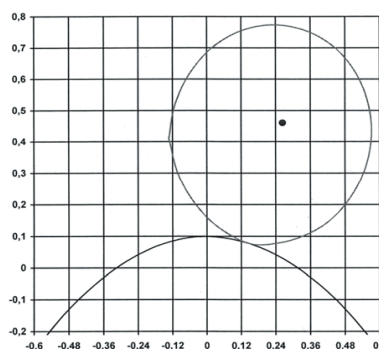


Рис. 7. Взаимное расположение обрабатываемой детали и шлифовального круга при сопряжении их в 5-ой точке

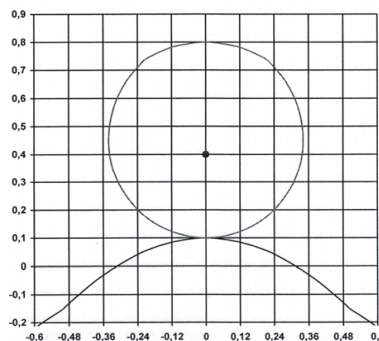


Рис. 8. Взаимное расположение обрабатываемой детали и шлифовального круга при их сопряжении в 10-ой точке

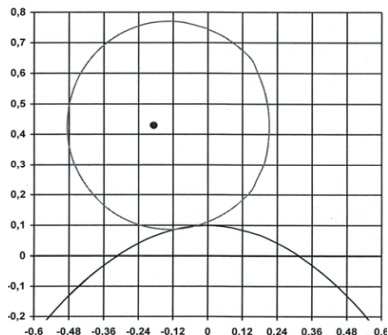


Рис. 9. Взаимное расположение обрабатываемой детали и шлифовального круга при их сопряжении в 17-ой точке

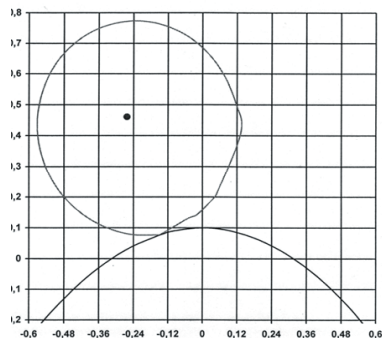


Рис. 10. Взаимное расположение обрабатываемой детали и шлифовального круга при сопряжении их в точке выхода

### Выводы

1. Разработана математическая модель процесса планетарно-сопряженного формообразования криволинейных поверхностей, которая позволяет определить возможность обработки поверхности деталей таким способом.

2. Показана принципиальная возможность планетарно-сопряженного формообразования криволинейных поверхностей.

3. Для изучения и анализа возможностей данного способа формообразования сложных криволинейных поверхностей необходимо создать программный комплекс для компьютерного имитационного моделирования процесса с возможностью оптимизации конструктивных и технологических параметров.

### Литература

1. Сурду Н. В. Адсорбционное влияние сред при шлифовании // Пробл. машиностроения. – Харьков, 1999. – Т. 2. – №1-2. – С.106-113.
2. Сурду Н. В., Тарелин А. А. “Холодное” шлифование – реальность? // Бизнес-мост. – Харьков. – 2004. – №2 (21). – С. 15- 17.
3. Сурду Н. В. Повышение эффективности шлифования путем совершенствования кинематики процесса // Оборудование и инструмент для профессионалов. – Харьков. – 2004. – №2 (49). – С. 32-36.
4. Сурду Н. В. Повышение эффективности шлифования труднообрабатываемых материалов за счет усовершенствования кинематики процессов. // Дис. канд. техн. наук: 05.03.01.- Харьков, 2005.- 237с.
5. Сурду Н. В., Тарелин А.А., Романов В.В., Фистик А.Г. Пути повышения эффективности процессов резания труднообрабатываемых материалов. Восточно-Европейский журнал передовых технологий.- Харьков.- Вып. 6/1(30).- 2007 г.- С.9-17.
6. Пат. №2066268 РФ, МКИ В24В 1/00 Способ шлифования / Сурду Н.В., Буюкли И.М., Тарелин А.А., Горбачев А.Ф. (Украина). – №5064223; Заявл. 05.10.92; Опубл. 10.09.96, Бюл. №25.– 5 с.