

У статті розроблено та досліджено статичну модель сумісної оптимізації виробничого плану підприємства та плану доставки готової продукції до заданої множини споживачів. Модель враховує випадкові коливання продуктивності технологічних ліній та попиту на продукцію. В результаті одержана задача стохастичної оптимізації виробничо-транспортного типу

Ключові слова: ланцюг поставок, стохастична оптимізація, випадковий попит, випадкова продуктивність ліній

В статтє розроблена и исследована статическая модель совместной оптимизации производственного плана предприятия и плана доставки готовой продукции заданному множеству потребителей. Модель учитывает случайные колебания производительностей технологических линий и спроса на продукцию. В результате получена задача стохастической оптимизации производственно - транспортного типа

Ключевые слова: цепь поставок, стохастическая оптимизация, случайный спрос, случайная производительность линий

УДК 658.07

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.44815

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНА ВЫПУСКА И ДОСТАВКИ ПРОДУКЦИИ С УЧЕТОМ ФАКТОРОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Ю. В. Курджи

Ассистент

Кафедра менеджмента и

маркетинга на морском транспорте

Одесский национальный морской университет
ул. Мечникова, 34, г. Одесса, Украина, 65029

E-mail: yulia.kurudzhi@mail.ru

1. Введение

В деятельности большинства видов логистических систем, как известно [1], присутствуют элементы неопределенности и риска. Они могут быть вызваны колебаниями рыночного спроса на производимую продукцию и на логистические услуги, конкуренцией, политической нестабильностью, природными факторами и др. Эти факторы нарушают устойчивость работы цепей поставок, снижают надежность взаимных поставок, снижают качество логистических услуг.

Для формализованного описания функционирования цепей поставок в настоящее время используются классические модели и методы: многоиндексные задачи линейного, нелинейного, динамического и стохастического программирования. В работе [2], например, исходная задача стохастического программирования с помощью стандартного приема сводится к своему детерминированному эквиваленту (случай так называемой одноэтапной стохастической оптимизации).

При моделировании работы цепей поставок важным является учет факторов внешней и внутренней неопределенности [3]. При координации действий различных звеньев цепи поставок важно предвидеть возможные риски и использовать современные методы управления рисками. Этим определяется актуальность такого рода исследований.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Моделированию и оптимизации различных логистических систем в последние годы уделяется значительное внимание в специальной литературе. Так, на

пример, в монографиях [4, 5] рассматриваются модели, основанные на использовании классических моделей теории управления запасами, а также оптимизации размещения производства (с учетом транспортировки готовой продукции). В статьях [6–8] исследуется возможность использования для моделирования и совместной оптимизации планов производства и перевозки продукции для цепей поставок различной конфигурации аппарат линейного программирования. В работах [9–11] предложено использовать для моделирования многоуровневой цепи поставок комбинацию известной модели управления запасами Вагнера-Уайтина и классической транспортной задачи математического программирования в динамической постановке.

Ряд цитированных выше работ (например, [6]), учитывает случайное колебание спроса в пунктах доставки готовой продукции, т.е. фактор внешней неопределенности. В то же время в процессе функционирования цепей поставок могут возникать и другие, так сказать, внутренние, факторы риска. Они связаны, к примеру, с внезапными отказами производственного оборудования, колебаниями производительности рабочих, поставкой некачественного сырья и др.

Поэтому при моделировании логистических систем и оптимизации совместных планов работы различных звеньев цепей поставок важно учитывать влияние как внутренних, так и внешних факторов неопределенности.

3. Цель и задачи исследования

Целью работы является исследование влияния факторов внешней и внутренней неопределенности на функционирование цепи поставок.

Задачей исследования является разработка метода оптимизации совместных планов выпуска готовой продукции и ее доставки в пункты назначения с учетом одновременного влияния факторов внешней и внутренней неопределенности.

Для решения этой задачи требуется применить аппарат линейного и нелинейного математического программирования. В основе предлагаемого метода лежит обобщение результатов работы [6].

4. Основные результаты исследования по учету факторов внешней и внутренней неопределенности при моделировании цепи поставок

Приведем модель оптимизации планов производства готовой продукции k видов из g видов сырья и доставки ее в конечные пункты потребления D_1, D_2, \dots, D_M через перевалочные пункты P_1, P_2, \dots, P_N [6]. При этом величины спроса $d_{km}(\omega)$ являются непрерывными взаимно независимыми случайными величинами с заданными плотностями распределения $\phi_{km}(d)$:

$$S = \sum_{k=1}^K s_k x_k + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N s'_{kn} x_{kn} + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M s''_{knm} y_{knm} + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \left(s_{km}^- \int_0^{z_{km}} (z_{km} - u) \phi_{km}(u) du + s_{km}^+ \int_{z_{km}}^{\infty} (u - z_{km}) \phi_{km}(u) du \right) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^K a_{kr} x_k \leq b_r, \quad r = 1, 2, \dots, R; \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^N x_{kn} = x_k, \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{kn} = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M y_{knm} \leq w_n, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad (4)$$

$$z_{km} = \sum_{n=1}^N y_{knm}, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad (5)$$

$$x_k, x_{kn}, y_{knm} \geq 0, \quad \forall k, n, m. \quad (6)$$

Здесь x_k – количество готовой продукции k -го вида, запланированное для выпуска предприятием; x_{kn} – количество готовой продукции k -го вида, которое планируется для перевалки в пункте P_n ; y_{knm} – количество готовой продукции k -го вида, которое планируется для доставки из перевалочного пункта P_n в пункт назначения D_m ; z_{km} – общее количество продукции k -го вида, которая планируется для доставки в пункт назначения D_m до реализации случайного спроса $d_{km}(\omega)$. a_{kr} – количество сырья r -го вида, которое необходимо затратить на производство единицы продукции k -го вида; b_r – количество имеющегося в наличии ресурса вида r ; w_n – пропускная способность перевалочного пункта P_n ; S_k – производственные издержки по выпуску единицы продукции k -го вида; s'_{kn} – стоимость перевозки, включая перевалку гото-

вой продукции k -го вида в пункт P_n ; s''_{knm} – стоимость перевозки единицы продукции k -го вида из пункта перевалки P_n в пункт назначения D_m ; s_{km}^- – убытки, вызванные дефицитом продукции k -го вида в пункте назначения D_m ; s_{km}^+ – издержки по хранению единицы этой продукции в том же пункте.

Случайные колебания рыночного спроса относятся к факторам внешней неопределенности для рассматриваемой интегрированной цепи поставок.

Рассмотрим, каким образом можно в исходной модели оптимизации учесть факторы внутренней неопределенности, которые проявляются, например, в колебаниях производительности труда рабочих, внезапных отказах производственного оборудования, нарушении технологий.

Влияние этих факторов в модели можно учесть, считая коэффициенты a_{kr} случайными величинами с известными законами распределения. Если a_{kr} – случайная величина, то может оказаться, что для данного производственного плана $\{x_k\}$ общее количество требуемого ресурса (сырья) r -го вида больше, чем b_r . Это означает, что вся работа не может быть выполнена за необходимое время. В этой ситуации можно представить себе два выхода: либо сдавать заказ с опозданием, либо вводить сверхурочные работы. В обоих случаях на заводе возникают дополнительные затраты. Условимся считать, что если действительное количество сырья r -го вида меньше запланированного на величину Δ_r , то это влечет за собой убытки в размере $\pi_r \Delta_r$, где π_r – плата за приобретение дополнительной единицы сырья r -го вида.

Пусть требуется определить план производства и доставки продукции $\{x_k, x_{kn}, y_{knm}\}$, который минимизирует выражение S плюс средний убыток от недостатка ресурсов. Для любого набора случайных величин a_{kr} определим случайные величины v_r по формуле

$$v_r = \sum_{k=1}^K a_{kr} x_k, \quad r = 1, 2, \dots, R.$$

Плотность распределения случайной величины a_{kr} обозначим через $\psi_{kr}(a)$, а через μ_{kr} и σ_{kr}^2 – ее среднее значение и дисперсию соответственно. Требуется определить плотность распределения случайной величины v_r . Считая, что $\{a_{kr}\}$ – независимые в совокупности случайные величины, по правилу нахождения плотности распределения суммы независимых случайных величин находим

$$\Psi_r(v) = \psi_{1r}\left(\frac{v}{x_1}\right) * \psi_{2r}\left(\frac{v}{x_2}\right) * \dots * \psi_{Kr}\left(\frac{v}{x_K}\right), \quad (7)$$

где $*$ – символ свертки плотностей.

Среднее значение и дисперсия случайной величины будут такими:

$$\mu_r = \sum_{k=1}^K \mu_{kr} x_k, \quad \sigma_r^2 = \sum_{k=1}^K \sigma_{kr}^2 x_k^2.$$

Если, например, a_{kr} нормально распределена, то v_r также будет нормально распределенной случайной величиной с плотностью

$$p_r(v; \mu_r, \sigma_r) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\mu_r)^2}{2\sigma_r^2}}$$

Отметим, что если v_r можно рассматривать как сумму большого числа случайных величин (т. е. при больших K), то по центральной предельной теореме ее распределение будет приближенно нормальным, даже если случайные величины a_{kr} имеют произвольные распределения.

Ограничения (2) в данном случае становятся вероятностными и примут вид:

$$\int_0^{b_r} \psi_r(v) dv \geq 1 - \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, R, \tag{8}$$

где ε – заданная малая вероятность.

Поскольку плотность $\psi_r(v)$ определена, то задача сводится к минимизации выражения

$$\bar{S} = S + \sum_{r=1}^R \pi_r \int_{b_r}^{\infty} (v - b_r) \psi_r(v) dv \tag{9}$$

при ограничениях (3)–(6), (8).

Дадим численную иллюстрацию построенной модели оптимизации для случая, когда предприятие-изготовитель выпускает два вида товаров ($K=2$) с использованием трех видов сырья ($R=3$). Продукция предприятия доставляется в три пункта назначения ($M=3$) через два пункта перевалки ($N=2$). Положим $s_{km}^- = 5, s_{km}^+ = 50, \pi_r = 0,1, k = 1, 2, m = 1, 2, 3, r = 1, 2, 3$.

Рассмотрим случай, когда величины спроса $d_{km}(\omega)$ имеют экспоненциальное распределение с параметрами λ_{km} , т. е. их плотности $\phi_{km}(d) = \lambda_{km} e^{-\lambda_{km}d}, k = 1, 2, m = 1, 2, 3$.

Случайные величины $\psi_{kr}(a)$ также распределены экспоненциально с параметрами λ_{kr} , т. е. их плотности распределения имеют вид: $\psi_{kr}(a) = \lambda_{kr} e^{-\lambda_{kr}a}, k = 1, 2, r = 1, 2, 3$. Тогда величина v_r , согласно с формулой свертки (7), будет иметь плотность распределения

$$\psi_r(v) = \frac{\lambda_{1r} \lambda_{2r}}{x_1 x_2 \left(\frac{\lambda_{2r} v}{x_2} - \frac{\lambda_{1r} v}{x_1} \right)} \left(e^{-\lambda_{1r} v / x_1} - e^{-\lambda_{2r} v / x_2} \right),$$

$r = 1, 2, \dots, R$.

Необходимые для расчетов значения представлены в табл. 1.

В табл. 2 приведены результаты расчетов, выполненных с помощью пакета Excel.

Параметры $\{x_k, x_{kn}, y_{knm}\}$ определяют план производства и доставки продукции по распределительным каналам. Таким образом, продукция 1-го вида будет выпущена в объеме 120,38 ед.: 91,72 ед. поступит в пункт перевалки P_1 и 28,66 ед. – в пункт P_2 . Вся выпущенная продукция 2-го вида (108,28 ед.) будет доставлена в конечные пункты потребления через перевалочный пункт P_1 . В пункт назначения D_1 будет доставлено 20,06 ед. продукции 1-го вида и 50,14 ед. продукции 2-го вида через перевалочный пункт P_1 . 61,84 ед. товара 1-го вида и 38,45 ед. товара 2-го вида поступит в пункт

D_2 через P_1 . Пункт потребления D_3 получит 38,48 ед. продукции 1-го вида (9,82 ед. через пункт P_1 и 28,66 ед. через P_2) и 19,69 ед. продукции 2-го вида.

Таблица 1

Исходные данные для расчета					
Условные обозначения	Значения параметров	Условные обозначения	Значения параметров	Условные обозначения	Значения параметров
b_1	200	s'_{121}	3,0	λ'_{21}	0,020
b_2	250	s'_{112}	2,3	λ'_{12}	0,013
b_3	400	s'_{122}	2,6	λ'_{22}	0,025
w_1	200	s'_{113}	3,0	λ'_{13}	0,020
w_2	100	s'_{123}	2,0	λ'_{23}	0,050
s_1	3,0	s'_{211}	1,5	λ''_{11}	5,0
s_2	2,0	s'_{221}	3,0	λ''_{21}	5,0
s'_{11}	3,5	s'_{212}	2,4	λ''_{12}	4,0
s'_{12}	4,0	s'_{222}	3,0	λ''_{22}	4,0
s'_{21}	2,0	s'_{213}	2,0	λ''_{13}	2,5
s'_{22}	3,0	s'_{223}	2,0	λ''_{23}	2,5
s'_{111}	2,0	λ'_{11}	0,040		

При этом расходы на производство, перевалку и перевозку продукции составят 7929,4 ден. ед.

Таблица 2

Результаты расчета					
Условные обозначения	Значения параметров	Условные обозначения	Значения параметров	Условные обозначения	Значения параметров
x_1	120,38	y_{111}	20,06	y_{211}	50,14
x_2	108,28	y_{121}	0	y_{221}	0
x_{11}	91,72	y_{112}	61,84	y_{212}	38,45
x_{12}	28,66	y_{122}	0	y_{222}	0
x_{21}	108,28	y_{113}	9,82	y_{213}	19,69
x_{22}	0	y_{123}	28,66	y_{223}	0

5. Обсуждение результатов построения оптимизационной модели с учетом факторов внешней и внутренней неопределенности

Полученная задача совместной оптимизации производственного плана предприятия и плана доставки готовой продукции с учетом случайного колебания спроса на продукцию и случайного колебания производительностей технологических линий значительно трудней в вычислительном отношении, чем исходная детерминированная модель без учета влияния внешних и внутренних факторов, поскольку функция (9) не обязательно вогнутая по параметрам управления $\{x_k, x_{kn}, y_{knm}\}$ и не сепарабельная. Левые части ограничений (8) также представляют собой не сепарабельную и не вогнутую функцию. В полученной задаче совместной оптимизации глобальный минимум может не совпадать с локальным. Для решения такого рода задач могут быть использованы известные методы оптимизации первого и второго порядков.

Кроме оптимизации планов производства и доставки готовой продукции, полученные результаты могут быть использованы также для разработки критерия целесообразности страхования рассмотренных рисков. Для этого можно воспользоваться результатами работ [12, 13], в которых анализировались риски, вызванные колебаниями рыночного спроса.

Рассмотренные выше модели совместной оптимизации производственной программы предприятия и доставки готовой продукции потребителям с учетом факторов внутренней и внешней неопределенности являются простейшими статическими моделями, однако они с некоторыми оговорками могут использоваться в практической деятельности логистических менеджеров (при наличии соответствующего программного обеспечения). Область их практического применения ограничена тем, что в них не учитывается, например, процесс поставки сырья на предприятие, возможность перевозки транспортом грузов других предприятий, перераспределение высвобождающихся в процессе перевозки транспортных средств между другими схемами перевозок и др. В связи с этим представляет также интерес изучение динамических моделей указанного класса, в которых производственный и перевозочный процессы рассматриваются на заданном горизонте планирования с учетом колебания рыночного спроса, а также поведе-

ния конкурирующих предприятий-производителей и транспортных предприятий [10, 11].

6. Выводы

Приведена статическая модель совместной оптимизации производственного плана предприятия и плана доставки готовой продукции потребителям. В результате получена задача одноэтапной стохастической оптимизации производственно-транспортного типа и построен ее детерминированный эквивалент (нелинейная задача оптимизации).

Разработанная модель учитывает факторы внешней и внутренней неопределенности. В качестве фактора внешней неопределенности рассмотрено случайное колебание спроса в пунктах доставки готовой продукции: величины спроса d_{km} предполагаются взаимно независимыми случайными величинами с заданными плотностями распределения. В модели также учтено влияние внутренних факторов: производственные коэффициенты a_{kr} являются случайными величинами с известными законами распределения.

В дальнейшем результаты данной работы могут быть обобщены на случай построения динамических моделей управления запасами с учетом факторов внутренней и внешней неопределенности.

Литература

1. Christopher, M. Logistics and supply chain management (creating, value-adding networks), 4th Edn. [Text] / M. Christopher. – Harlow, Prentice Hall, 2011. – 305 p.
2. Юдин, Д. Б. Задачи и методы стохастического программирования [Текст] / Д. Б. Юдин. – М.: Сов. радио, 1979. – 392 с.
3. Гаджинский, А. М. Логистика; 15-е изд., перераб. и доп. [Текст]: учебник / А. М. Гаджинский. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К⁰», 2008. – 472 с.
4. Brandimarte, P. Introduction to distribution logistics [Text] / P. Brandimarte, G. Zoretti. – NY: Wiley, 2007. – 581 p.
5. Bramel, J. The logic of logistics: theory, algorithms, and applications for logistics management [Text] / J. Bramel, D. Simchi-Levi. – Berlin: Springer, 1997. – 478 p.
6. Постан, М. Я. Модель оптимального планирования производства и доставки продукции предприятия по распределительным каналам [Текст] / М. Я. Постан, Д. А. Малиновский // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: Зб. наук. праць ОНМУ. – 2009. – № 15. – С. 19–28.
7. Куруджи, Ю. В. Об одной модели оптимизации плана выпуска и доставки продукции в цепи поставок [Текст]: зб. наук. праць / Ю. В. Куруджи // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: ОНМУ. – Одеса: ОНМУ. – 2014. – № 1 (21). – С. 27–38.
8. Куруджи, Ю. В. Применение линейного программирования для оптимизации плана выпуска и доставки продукции в цепи поставок [Текст] / Ю. В. Куруджи, М. Я. Постан // Технологический аудит и резервы производства. – 2014. – Т. 2, № 2 (16). – С. 42–47. doi: 10.15587/2312-8372.2014.23050
9. Постан, М. Я. Динамическая модель оптимального управления запасами товаров и их доставкой в деятельности логистической фирмы [Текст] / М. Я. Постан // Логистика: проблемы и решения. – 2009. – № 2. – С. 54–58.
10. Morozova, I. V. Dynamic Optimization Model for Planning of Integrated Logistical System Functioning [Text] / I. V. Morozova, M. Ya. Postan, S. N. Dashkovskiy // Proceedings of 3d International Conference “Dynamics in Logistics”, LDIC2012, Bremen, Germany. – Berlin: Springer, 2013. – P. 291–300.
11. Postan, M. Ya. Dynamic model for optimization of production and finished products delivery plans in supply chain [Text] / M. Ya. Postan, N. I. Chuhraj, Yu. V. Kurudzhi // Logistyka. – 2014. – Vol. 4. – P. 2345–2352.
12. Постан, М. Я. Метод оценки рисков при оптимизации планирования выпуска продукции предприятием в условиях случайного спроса [Текст] / М. Я. Постан // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – 2013. – № 4(16). – С. 321–325.
13. Куруджи, Ю. В. Разработка метода оценки рыночного риска при планировании работы цепи поставок при случайном спросе [Текст] / Ю. В. Куруджи // Технологический аудит и резервы производства. – 2014. – Т. 5, № 2 (19). – С. 31–35. doi: 10.15587/2312-8372.2014.27317