

Стаття присвячена аналізу і математичному моделюванню параметрів потоків даних інформаційно-телекомунікаційної мережі на основі моделювання потоків даних. Створено математичну модель, яка описує параметри потоків даних між вузлами мережі при фіксованій інформаційній структурі. Розроблено математичну модель потоків даних стратифікованої багаторівневої інформаційної структури мережі, яка характерна для сучасних технологій побудови мереж

Ключові слова: інформаційно-телекомунікаційна мережа, інформаційна структура, технічна структура, потоки даних, математичне моделювання

Статья посвящена анализу и математическому моделированию параметров потоков данных информационно-телекоммуникационной сети на основе моделирования потоков данных. Создана математическая модель, которая описывает параметры потоков данных между узлами сети при фиксированной информационной структуре. Разработана математическая модель потоков данных стратифицированной многоуровневой информационной структуры сети, которая характерна для современных технологий построения сетей

Ключевые слова: информационно-телекоммуникационная сеть, информационная структура, техническая структура, потоки данных, математическое моделирование

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПАРАМЕТРІВ ПОТОКІВ ДАНИХ ІНФОРМАЦІЙНО- ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

В. В. Косенко

Кандидат технічних наук, доцент
Харківський науково-дослідний
інститут технології машинобудування
вул. Кривоконівська, 30, м. Харків, Україна, 61016
E-mail: kosv.v@ukr.ua

Д. Н. Бугас

Кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник
Кафедра управління проектами в міському
господарстві і будівництві
Харківський національний університет міського
господарства ім. А. Н. Бекетова
вул. Революції, 12, м. Харків, Україна, 61002,
E-mail: dnbug@mail.ru

1. Вступ

При проектуванні та модернізації інформаційно-телекомунікаційних мереж (ІТМ) складних автоматизованих систем управління, як правило, особливу увагу приділяють підвищенню пропускної спроможності каналів і ліній зв'язку, модернізації та пошуку нових технічних рішень, які дозволять поліпшити характеристики процесів управління. Проте, характерною особливістю багатьох мультисервісних ІТМ є специфічні флуктуаційні профілі трафіку потоків даних, а саме, присутність деякої кількості досить сильних викидів на тлі відносно низького середнього рівня [1, 2]. З цієї причини, незважаючи на випереджаючий розвиток технологій фізичного і каналного рівня, в повному обсязі реалізувати потенціал ІТМ можливо лише за рахунок ефективного адаптивного управління доступними мережевими ресурсами в умовах зростаючих вимог до оперативності обміну інформацією.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В теперішній час багато уваги приділяється дослідженню та розробці методів побудови інформаційно-

телекомунікаційних мереж та розподілених інформаційних систем [1, 2]. Потоки даних в сучасних ІТМ характеризуються неоднорідністю та значним розбросом параметрів, що обумовлено їх мультисервісною природою, наявністю даних різноманітних форматів, отриманих з різних джерел [3].

За наявності жорстких вимог до надійності та пропускної спроможності спеціалізованої ІТМ, одним з етапів її проектування має бути аналіз потоків даних та визначення їх параметрів. Для цього використовується статистичний аналіз, математичне моделювання, статичний та динамічний аналіз джерел та потоків даних [4, 5].

Однак, дослідження технічної структури мережі та визначення параметрів потоків даних без урахування завдань та прикладних додатків, що функціонують у вузлах мережі не дозволяє отримати ефективні рішення внаслідок флуктуаційності та нестационарності потоків даних. Моделювання потоків даних має базуватися на дослідженні інформаційної структури мережі [6]. Це дає можливість ефективно використовувати ресурси мережі, забезпечуючи виконання вимог до надійності та оперативності обробки інформації [7]. Одним з найбільш перспективним напрямком розвитку методів побудови ІТМ є застосування методів адаптивного управління [8].

Застосування адаптивного управління ресурсами мережі потребує дослідження, аналізу та моделювання потоків даних, що виникають при функціонуванні та взаємодії прикладних додатків у вузлах мережі. На теперішній час вказана задача є недостатньо формалізованою і потребує розробки комплексних математичних моделей, що відображають інформаційну та технічну структуру мережі та наявні в ІТМ потоки даних.

3. Мета та задачі дослідження

Мета дослідження – дослідження та математичне моделювання параметрів потоків даних інформаційно-телекомунікаційної мережі на основі моделі інформаційної структури для підвищення ефективності методів адаптивного управління ресурсами мережі.

Для досягнення поставленої треба виконати наступні задачі:

- виконати аналіз структури мережі для визначення параметрів потоків даних;
- використовуючи математичну модель інформаційної структури мережі, розробити модель параметрів потоків даних при фіксованій структурі мережі;
- розробити математичну модель потоків даних стратифікованої інформаційної структури мережі.

4. Аналіз та моделювання структури мережі

Аналіз структури мережі є необхідною умовою при виборі варіантів побудови ІТМ і управління мережею через те, що структура є основним чинником, що впливає на якість обміну даними між прикладним програмним забезпеченням, і, відповідно, на якість вирішення прикладних завдань системи управління [9, 10].

Основною метою аналізу структури є визначення параметрів потоків даних, що проходять по каналах зв'язку і поступають на вузли мережі [11–13]. Необхідно враховувати, що потоки даних формуються завданнями, які запускаються на вузлах мережі [14–16]. У зв'язку з цим представляється доцільним застосувати підхід до аналізу структури мережі, заснований на дослідженні взаємодії додатків при виконанні завдань. При цьому, в першу чергу необхідно визначити параметри потоків даних між додатками при виконанні всього комплексу завдань (інформаційна модель мережі), а потім, враховуючи розміщення додатків по вузлах мережі, визначити параметри потоків даних між вузлами мережі (технічна модель мережі).

Результатами аналізу повинні стати чисельні значення характеристик мережі: навантаження на канали зв'язку і структуроутворююче устаткування, інтенсивності потоків даних і запитів, що поступають на вузли мережі. При цьому вказані характеристики повинні обчислюватися з урахуванням особливостей конкретної структури мережі.

Математичний апарат для аналізу структури ІТМ є комплексною математичною моделлю, тобто системою моделей, котра включає:

- 1) математичну модель інформаційної структури мережі;
- 2) математичну модель потоків даних між елементами мережі;

3) математичну модель технічної структури мережі. Перша з вказаних моделей є базовою для двох інших. Інформаційна структура інформаційно-телекомунікаційної задається набором параметрів:

$$SI = \{N, M, D, L, R, S_k, A_{km}, G, H, Z\}. \quad (1)$$

Модель визначається такими параметрами:

- кількість працюючих користувачів – N;
- кількість задіяних вузлів – M;
- кількість системних прикладень, що виконуються – D;
- кількість вирішуваних завдань – L;
- кількість використовуваних сховищ даних – R;
- кортеж S:

$$S_k = \{p_k, d_k, u_k, W_k\}; (k=1, 2, \dots, L),$$

котрий описує завдання k, у якому задаються рядки таких матриць зв'язку завдань: p_k – із системними прикладеннями, d_k – із сховищами даних, u_k – користувачами, а також W_k – встановлення послідовності запуску системних прикладень конкретним завданням;

– множини опису об'ємів даних – A_{km} ,

$$A_{km} = \{v_{km}, b_{km}\}, (k=1, 2, \dots, L; m=1, 2, \dots, D),$$

які потребують системні прикладення при використанні їх конкретними завданнями, та складаються з рядків матриць обсягу об'ємів даних v_{km} , якими обмінюється прикладення m із сховищем даних при вирішенні завдання k, та b_{km} , якими обмінюється те саме прикладення з іншими системними прикладеннями;

– матриця розміщення системних прикладень по вузлах мережі – G;

– матриця підключення користувачів до вузлів – H;

– матриця розміщення баз даних по вузлах – Z.

Цей набір однозначно визначає інформаційну структуру корпоративної мережі. Визначення окремих складових моделі (1) є предметом окремого дослідження і в даній роботі не розглядається.

Докладно розглянемо другу з комплексу математичних моделей ІТМ, а саме модель потоків даних для двох варіантів структури мережі: однорідної та стратифікованої багаторівневої.

5. Модель параметрів потоків даних при фіксованій інформаційній структурі мережі

Використовуючи математичну модель інформаційної структури ІТМ (1), визначимо параметри потоків даних між її вузлами.

Визначимо матрицю інтенсивностей потоків запитів користувачів на запуск завдань

$$\Lambda = \|\lambda_{ij}\|, (i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, L), \quad (2)$$

де $\lambda_{ij} > 0$ – інтенсивність потоку запитів від користувача номер i на запуск завдання номер j.

Зазначимо, що повинна виконуватися умова: $\lambda_{ij} = 0$ якщо $u_{ji} = 0$ і $\lambda_{ij} > 0$ якщо $u_{ji} = 1$ для всіх $i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, L$.

Значення елементів матриці Λ визначаються специфікою роботи користувачів корпоративної системи, тому будемо вважати їх відомими.

Очевидно, що потоки запитів користувачів спочатку надходять на вузли мережі, до яких прикріплені користувачі. Закріплення користувачів за вузлами задається матрицею H .

Інтенсивність потоків запитів на запуск завдань визначає і інтенсивність запусків системних прикладень, які використовуються для рішення задач. Сумарна інтенсивність потоків запитів на запуск задачі номер $k - \lambda_k$ обчислюється по формулі:

$$\lambda_k = \sum_{i=1}^N \lambda_{ik}, \quad (k = 1, 2, \dots, L). \quad (3)$$

Якщо ввести вектор-рядок інтенсивності запусків завдань в системі: $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$, то, використовуючи (3), можна визначити загальну інтенсивність потоків запитів:

$$\lambda = e_N \Lambda, \quad (4)$$

де e_N – одиничний вектор-рядок розмірності N .

Вектор-рядок γ визначимо як:

$$\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_D) = \left\| \gamma_j = \sum_{k=1}^L \lambda_k P_{kj} \right\| = \lambda P, \quad (5)$$

тобто кожний його елемент визначає сумарну інтенсивність запуску системного прикладення номер j всіма задачами, які вирішуються системою, а безпосередньо вектор-рядок γ визначає інтенсивність запуску системних прикладень при функціонуванні АСУ.

Оскільки кожне системне прикладення котре використовується для вирішення завдання k , обмінюється даними с другими системними прикладеннями, а також кожне прикладення знаходиться на будь-якому вузлі мережі, то можна визначити сумарний обсяг даних, які передаються між вузлами мережі для вирішення завдання k . Нехай $Z_k = \|z_{kij}\|$ – матриця, кожний елемент який z_{kij} дорівнює сумарному обсягу даних, що передаються між вузлами мережі i і j для вирішення завдання k . Тоді можна записати, що:

$$z_{kij} = \sum_{r=1}^D g_{mj} P_{kr} \left(\sum_{m=1}^D g_{mj} P_{km} b_{rm} \right) + \left[\sum_{r=1}^D g_{ri} P_{kr} \left(\sum_{m=1}^R s_{mj} d_{km} v_{rm} \right) \right], \quad (k = 1, 2, \dots, L; i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, M), \quad (6)$$

де перший доданок – обсяг даних, передаванні між всіма системними прикладеннями, котрі використовуються завданням k і встановлені на вузлах i та j . Другий доданок – обсяг даних, переданих між всіма системними прикладеннями та сховищами даних, котрі використовуються завданням k і встановлені на вузлах i та j .

Зазначимо, що у формулі (6) не враховуються потоки даних, котрі утворені запитами користувачів на запуск завдань і відповідями на запити (результати вирішення завдань). Однак, величину обсягу даних,

переданих між користувачем m ($m=1, 2, \dots, N$) і всіма вузлами мережі можна обчислити як:

$$\mu_m = \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^M u_{km} P_{kj} g_{ji} w_{kij} \Phi_{0mk} + \sum_{k=1}^L \sum_{j=1}^D \sum_{i=1}^M u_{km} P_{kj} g_{ji} \Phi_{1mk}, \quad (7)$$

де Φ_{0mk} – обсяг запиту на запуск завдання k від користувача m , Φ_{1mk} – обсяг відповіді користувачеві m за результатами вирішення завдання k . Перше доданок – це сумарний обсяг запитів на запуск завдань, що надходять від користувача номер m , а другий доданок – сумарний обсяг відповідей по рішеннями завдань, що запускаються користувачем m .

Якщо використовувати матрицю розподілу користувачів по вузлах – H , то можна обчислити сумарний обсяг потоку даних, що надходять на вузли та переданих вузлами, за якими закріплені користувачі – v^* . Так для вузла номером j маємо:

$$v_j^* = v_j^0 + v_j^1 = \sum_{m=1}^N \mu_m h_{mj}, \quad (j = 1, 2, \dots, M), \quad (8)$$

де сумарний обсяг даних, переданих користувачами, закріпленими за вузлом j :

$$v_j^0 = \sum_{m=1}^N h_{mj} \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^M u_{km} P_{kj} g_{ji} w_{kij} \Phi_{0mk}, \quad (9)$$

сумарний обсяг даних, одержуваних користувачами, закріпленими за вузлом j :

$$v_j^1 = \sum_{m=1}^N h_{mj} \sum_{k=1}^L \sum_{j=1}^D \sum_{i=1}^M u_{km} P_{kj} g_{ji} \Phi_{1mk}. \quad (10)$$

Далі можна обчислити сумарну величину обсягу даних, які поступають на вузли від користувачів (запити користувачів). Якщо π_j^0 – сумарний обсяг даних, які поступили на вузол j у вигляді запитів користувачів на запуск завдань, то маємо:

$$\pi_j^0 = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M h_{ni} \sum_{k=1}^L \sum_{m=1}^D g_{mj} P_{km} w_{kmm} u_{ki} \Phi_{0ik}, \quad (j=1, 2, \dots, M). \quad (11)$$

Тепер, використовуючи (6), можна визначити інтенсивності потоків даних між вузлами мережі при вирішенні завдання k . Природно, що ці інтенсивності визначаються інтенсивністю запуску задачі k до усіх користувачів мережі (системи). Також вважаємо, що кожен доданок, котрий використовується при вирішенні завдання, запускається один раз, хоча це обмеження легко обійти.

Матриця інтенсивності потоків даних між інформаційними вузлами мережі для рішення завдання k розраховується як:

$$A_k = \|\alpha_{kij}\| = \|\lambda_k z_{kij}\| = \lambda_k Z_k, \quad (k=1, 2, \dots, L, i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, M), \quad (12)$$

де α_{kij} – сумарна інтенсивність потоків даних між вузлами i та j при вирішенні завдання k , а сумарні інтенсивності потоків даних, що передаються між вузлами інформаційними вузлами мережі при вирішенні всіх завдань визначаються матрицею $\mathbf{A} = \|\alpha_{ij}\|$, яка обчислюється, як:

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^L \mathbf{A}_k, \quad \mathbf{A} = \|\alpha_{ij}\|, \quad \alpha_{ij} = \sum_{k=1}^L \alpha_{kij} = \sum_{k=1}^L \lambda_k z_{kij}, \quad (13)$$

де α_{ij} – сумарна інтенсивність потоків даних від вузла i до вузла j . Формули (12) та (13) визначають загрузку каналів зв'язку та комунікаційного обладнання мережі.

Визначимо тепер навантаження на вузли мережі. Будемо виходити з того, що навантаження на вузол, на якому встановлено СП або структурний елемент сховища даних, визначається інтенсивністю потоку запитів до цих системних прикладень (баз даних). З формули (4) відомі інтенсивності запуску системних прикладень, встановлених на вузлах мережі γ_j ($j=1, 2, \dots, D$). Використовуючи ці дані, а також дані про розподілення системних прикладень по вузлах мережі (матриця G), обчислимо інтенсивність потоків запитів на запуск СП номер j , який встановлений на вузлі i :

$$\beta_{ji} = \gamma_j g_{ji}, \quad (j = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, M). \quad (14)$$

Матрична форма формули (14) виглядає як:

$$\mathbf{V}^* = \|\beta_{ji}\| = \Gamma_{dg} G, \quad (j=1, 2, \dots, D; i=1, 2, \dots, D), \quad (15)$$

де $\Gamma_{dg} = \|\gamma_{ij}^*\|$ – діагональна матриця, у якій $\gamma_{ij}^* = \gamma_i$, а $\gamma_{ij}^* = 0$, якщо $i \neq j$.

Якщо $\beta_{ji} = 0$, то це означає, що СП номер i не встановлено на вузлі номер j . Відзначимо також, що формула (14) дозволяє обчислити значення інтенсивності потоку запитів на запуск програми від всіх завдань.

Якщо потрібно обчислити інтенсивність потоку запитів на запуск системного прикладення j , який виникає при виконанні завдання k на вузлі i , то можна скористатися формулою:

$$\beta_{kji} = \lambda_k g_{ji} d_{kj}, \quad k=1, 2, \dots, L; j=1, 2, \dots, R; i=1, 2, \dots, M, \quad (16)$$

звідкіля випливає, що:

$$\beta_{ji} = \sum_{k=1}^L \beta_{kji}. \quad (17)$$

Якщо на вузлі i встановлено сховище даних, тоді можна визначити інтенсивність потоків запитів від системних прикладень до сховища номер j при вирішенні завдання номер k :

$$\begin{aligned} \phi_{kij} &= \lambda_k s_{ji} d_{kj}, \\ (k=1, 2, \dots, L; j=1, 2, \dots, R; i=1, 2, \dots, M), \end{aligned} \quad (18)$$

звідкіля можна отримати вираз для обчислення сумарної інтенсивності потоків запитів k сховищу даних номер j , котре встановлено на вузлі i при вирішенні всіх завдань:

$$\phi_{ij} = \sum_{k=1}^L \lambda_k s_{ji} d_{kj} = \sum_{k=1}^L \phi_{kij}, \quad (j=1, 2, \dots, R; i=1, 2, \dots, M), \quad (19)$$

якщо $\phi_{ij} = 0$, то на вузлі i не встановлено сховище даних з номером j , а матрична форма: $\Phi = \|\phi_{ji}\|$, ($j=1, 2, \dots, R; i=1, 2, \dots, M$).

Якщо на одному вузлі встановлено декілька системних прикладень або декілька сховищ даних, то сумарна інтенсивність потоків запитів на запуск системних прикладень, котрі встановлені на вузлі i , обчислюється за формулою:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^D \beta_{ji}, \quad (20)$$

а сумарна інтенсивність потоків запитів до сховищ даних, встановлених на вузлі i , обчислюється за формулою:

$$\phi_i = \sum_{j=1}^R \phi_{ji}. \quad (21)$$

Таким чином, визначено **PSI(SI)** – множину параметрів потоків даних для фіксованої інформаційної структури мережі:

$$\mathbf{PSI}(\mathbf{SI}) = \{\Lambda, Z_k, A_k, A, \mathbf{V}^*, \Phi\}. \quad (22)$$

Модель (22) описує параметри потоків даних між вузлами ITM.

6. Математична модель потоків даних стратифікованої інформаційної структури мережі

Для синтезу стратифікованої інформаційної структури інформаційно-телекомунікаційної мережі розглянемо моделі, що дозволяють визначити параметри потоків даних між вузлами різних рівнів (страт) багаторівневої інформаційної структури, відповідної найбільш поширеним технологіям побудови мереж (наприклад, VLAN і VPN) [17, 18]. Це надалі дасть можливість визначити завантаження каналів зв'язку і мережевого устаткування. Така структура відповідає структурі корпоративної мережі, де підмережі створюються для обслуговування окремих підрозділів, а корпоративні сервери для доступу до корпоративних ресурсів.

Розглянемо мережу із стратифікованою інформаційною структурою (стратифікація для простоти – до 3-х рівнів, що не протирічить існуючим технологіям), яка складається з ряду підмереж. У кожен підмережу входить своя група інформаційних вузлів мережі (група вузлів першого рівня), а відповідна нею підмережа – підмережа першого рівня. У свою чергу групи першого рівня можуть об'єднуватися в групи другого рівня, а останні в групи третього рівня.

Отже, хай всі вузли мережі розбиті на n груп ($n=1, K_1$). Кожна група номер n задається вектор-стовпчиком:

$$(\mathbf{c}_{1n})^T = (c_{1n1}, \dots, c_{1ni}, \dots, c_{1nM}), \quad (23)$$

де $c_{1ni} = 1$, якщо вузол номер i входить до складу групи номер n і, якщо вузол номер i не входить до складу групи номер n . Для елементів векторів \mathbf{c}_{1n} виконуються умови:

– для будь-якого $n \in \overline{1, K_1}$ справедлива нерівність

$$\sum_{i=1}^M c_{1ni} \geq 1,$$

що означає, що в кожному групі входить як мінімум один вузол;

– для будь-якого $i \in \overline{1, M}$ справедлива нерівність

$$\sum_{n=1}^{K_1} c_{1ni} = 1,$$

що означає, що один вузол може входити до складу тільки однієї групи.

Вузли, які обмінюються даними з вузлами інших груп (або всіх груп) називатимемо відкритими вузлами, а ресурси, розміщені на таких вузлах, – відкритими ресурсами.

З вектор-столбцов \mathbf{c}_{1n} можна скласти матрицю $\mathbf{C}_1 = \|\mathbf{c}_{1n}\|$, яка задає розбиття вузлів мережі на групи.

Користуючись матрицею \mathbf{C}_1 і матрицею \mathbf{A} , визначеною раніше (13), можна обчислити інтенсивності потоків даних між групами. Для цього обчислимо:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1) = \|\mathbf{a}_{1ij}\| = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}(\mathbf{C}_1)^T, \quad (24)$$

де елемент матриці $a_{1ij} = \sum_{k=1}^M c_{1jk} \cdot \left(\sum_{r=1}^M (c_{1ir} \cdot a_{krm}) \right)$ – сумарна

інтенсивність потоків даних між групою вузлів номер i і групою вузлів номер j інформаційної структури мережі. При цьому a_{1ii} – сумарна інтенсивність потоків даних між вузлами в групі номер i .

Для матриці, побудованої по формулі (24), справедлива лема, по якій перетворення матриці \mathbf{A} що задається даною формулою, зберігає сумарну інтенсивність потоків даних, тобто сума інтенсивностей потоків даних залишається незмінною при об'єднанні вузлів в групи: сума інтенсивностей потоків даних між вузлами усередині груп і між групами дорівнює сумі інтенсивностей потоків даних між всіма вузлами, сформульована нижче.

Якщо для елементів матриці \mathbf{C}_1 виконуються умови:

$$\sum_{n=1}^{K_1} c_{1ni} = 1 \quad \forall i \in \overline{1, M}, \quad (25)$$

то для елементів матриць \mathbf{A} і $\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1)$, зв'язаних співвідношенням (24), справедлива рівність:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} = \sum_{m=1}^{K_1} \sum_{n=1}^{K_1} a_{1mn}. \quad (26)$$

Формулу (24) можна використовувати для обчислення інтенсивностей потоків даних одного завдання між групами. Так для завдання номер k отримаємо

$$\mathbf{A}_{1k}(\mathbf{C}_1) = \|\mathbf{a}_{1kij}\| = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_k(\mathbf{C}_1)^T, \quad (27)$$

де $a_{1kij} = \sum_{m=1}^M c_{1jm} \cdot \left(\sum_{r=1}^M (c_{1ir} \cdot a_{krm}) \right)$ – сумарна інтенсивність

потоків даних завдання номер k між групою вузлів номер r і групою вузлів номер j інформаційної структури мережі. При цьому a_{1kij} – сумарна інтенсивність потоків даних завдання номер k між вузлами в групі номер i .

Оскільки для кожного завдання справедливо правило збереження потоків даних, для будь-якої матриці \mathbf{C}_1 при заданих матрицях \mathbf{A} і $\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1)$ виконується рівність:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1) = \sum_{k=1}^L \mathbf{A}_{1k}(\mathbf{C}_1). \quad (28)$$

Отримані результати дають можливість оцінити потоки даних і, відповідно, завантаження структурованого устаткування інформаційно-телекомунікаційної мережі на першому рівні (рівні доступу) в цілому і потоками кожного завдання.

Оскільки ІТМ розглядається як стратифікована (частіше дворівнева або триврівнева) структура, то групи, утворені з вузлів мережі (групи першого рівня – рівня доступу) також об'єднуються в групи з раніше освічених груп першого рівня (групи другого рівня). Число груп другого рівня позначимо K_2 . Кожна група номер n другого рівня задається вектор-столбцом:

$$(\mathbf{c}_{2n})^T = (c_{2n1}, \dots, c_{2n1}, \dots, c_{2nK_1}), \quad (29)$$

де $c_{2ni} = 1$, якщо вузол номер i входить до складу групи номер n і, якщо вузол номер i не входить до складу групи номер n . Для елементів векторів \mathbf{c}_{2n} виконуються умови:

1. Для будь-якого $n \in \overline{1, K_2}$ справедлива нерівність, що означає, що в кожному групі другого рівня входить як мінімум одна група першого рівня.

2. Для будь-якого $i \in \overline{1, K_1}$ справедлива нерівність, що означає, що одна група першого рівня може входити до складу тільки однієї групи другого рівня.

З вектор-столбцов \mathbf{c}_{2n} можна скласти матрицю $\mathbf{C}_2 = \|\mathbf{c}_{2n}\|$, $n = \overline{1, K_2}$, $i = \overline{1, K_1}$, яка задає розбиття груп першого рівня на групи другого рівня для ІТМ.

Тепер, користуючись матрицями \mathbf{C}_2 і \mathbf{A}_1 , можна обчислити інтенсивності потоків даних між групами другого рівня:

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{C}_2) = \|\mathbf{a}_{2ij}\| = \mathbf{C}_2 \left(\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1) - \text{diag}(\mathbf{A}_1(\mathbf{C}_1)) \right) (\mathbf{C}_2)^T, \quad (30)$$

де елемент матриці $a_{2ij} = \sum_{k=1}^{K_1} c_{2jk} \cdot \left(\sum_{r=1}^{K_1} (c_{2ir} \cdot a_{1rk}) \right)$ – сумарна

інтенсивність потоків даних між групою другого рівня номер i і групою другого рівня номер j ІТМ. При цьому a_{2ii} – сумарна інтенсивність потоків даних між групами вузлів першого рівня що входять до групи другого рівня номер i .

Формула збереження потоків для другого рівня має вигляд:

$$\sum_{i=1}^{K_2} \sum_{j=1}^{K_2} a_{2ij} = \sum_{m=1}^{K_1} \sum_{n=1}^{K_1} a_{1mn} - \sum_{m=1}^{K_1} a_{1mn}. \tag{31}$$

Формулу (30) можна використовувати для обчислення інтенсивностей потоків даних одного завдання між групами другого рівня. Так для завдання номер до отримаємо:

$$A_{2k}(C_2) = \|a_{2kij}\| = C_2 (A_{1k}(C_1) - \text{diag}(A_{1k}(C_1))) (C_2)^T, \tag{32}$$

де $a_{2kij} = \sum_{m=1}^{K_1} c_{2jm} \cdot \left(\sum_{r=1}^{K_1} (c_{2ir} \cdot a_{1krm}) \right)$ – це сумарна інтенсивність потоків даних завдання номер до між групою другого рівня номер і і групою другого рівня номер j інформаційної структури ІТМ.

Оскільки інтенсивність потоків даних між вузлами складається з інтенсивностей потоків даних, що утворюються завданнями, які використовують додатки встановлені на вузлах, то за відсутності поглинання потоків на вузлах мережі зберігається сумарна інтенсивність потоків даних від різних завдань в мережі, незалежно від розбиття на підмережі.

Отриманий результат дає можливість оцінити завантаження структуротворного устаткування ІТМ на другому рівні (рівні розподілу). Представляють практичний інтерес такі характеристики, як сумарні інтенсивності потоків даних на кожному рівні ієрархічної структури [19, 20]. Сумарну інтенсивність потоків даних в мережі вузлів першого рівня A_{10}^* :

$$A_{10}^* = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij}, \tag{33}$$

де підсумовуються інтенсивності потоків даних між всіма вузлами мережі.

Сумарна інтенсивність потоків даних усередині груп першого рівня обчислюється за формулою:

$$A_1(A_1(C_1)) = \sum_{i=1}^{K_1} a_{1ii}, \tag{34}$$

оскільки виходячи з визначення елементів матриці $A_1(C_1)$ – це сумарна інтенсивність потоків даних, які передаються тільки усередині груп першого рівня.

Потоки даних між групами першого рівня передається на другому рівні, при цьому частина потоків передається усередині груп другого рівня.

Сумарна інтенсивність потоків даних на другому рівні (сумарна інтенсивність потоків даних між групами першого рівня) обчислюється за формулою:

$$A_{20}^*(A_1(C_1)) = \sum_{i=1}^{K_1} \sum_{j=1}^{K_1} a_{1ij} - \sum_{i=1}^{K_1} a_{1ii}. \tag{35}$$

Відзначимо, що в матриці A всі діагональні елементи нульові, оскільки немає обміну даними усередині вузлів мережі (комп'ютерів, серверів), тому і при розрахунку потоків на другому рівні не врахо-

вуються потоки усередині груп першого рівня (вони аналогічні вузлам корпоративної мережі на першому рівні).

Сумарна інтенсивність потоків даних усередині груп другого рівня рівна:

$$A_2^*(A_2(C_2)) = \sum_{i=1}^{K_1} a_{2ii}. \tag{36}$$

Ефективність структури мережі визначається сумарною інтенсивністю потоків між групами. При цьому, чим менше ця інтенсивність, тим більше потоків зосереджено усередині груп і, отже, менше витрат на організацію міжгрупового обміну, яка може бути значно складніше за організацію обміну даними усередині групи.

Як міру ефективності структури введемо коефіцієнти поглинання інтенсивностей потоків даних на кожному рівні. Коефіцієнт поглинання на кожному рівні відображає частку сумарної інтенсивності потоків, яка локалізується усередині рівня (усередині груп рівня). При збільшенні значення коефіцієнта поглинання, зменшується сумарна інтенсивність потоків між групами, тобто групи стають менш залежними один від одного.

Коефіцієнт поглинання для першого рівня $0 < \sigma_1 < 1$ рівний:

$$\sigma_1(C_1) = \frac{A_1^*(A_1(C_1))}{A_{10}^*(A_1(C_1))}. \tag{37}$$

Коефіцієнт поглинання для другого рівня $0 < \sigma_2 < 1$ рівний:

$$\sigma_2(C_2) = \frac{A_2^*(A_2(C_2))}{A_{20}^*(A_2(C_2))}. \tag{38}$$

Запропоновані коефіцієнти визначають якість формування структури мережі, оскільки, як наголошувалося, чим більше значення коефіцієнта поглинання рівня, тим менше витрат на передачу даних на більш високому рівні. Дані коефіцієнти можуть бути використані при вирішенні завдань синтезу інформаційної структури.

Отримані результати дозволяють визначати параметри потоків даних між (логічними) об'єднаннями вузлів мережі. Інформаційна структура мережі повинна реалізовуватися технічними засобами і втілюватися у вигляді технічної структури мережі.

7. Обговорення результатів дослідження

Аналіз і формування структури ІТМ має враховувати виконувани на мережі застосування (завдання), які формують потоки даних. Аналіз проводиться шляхом виділення інформаційною і технічною складових структури, що визначають джерела і приймачі потоків даних і устаткування для управління цими потоками. Для проведення аналізу потрібно розробити засоби математичного опису інформаційної і технічної струк-

тури мережі, що дозволяють обчислювати характеристики мережі.

Розроблені математичні моделі, що дозволяють, використовуючи засоби опису інформаційної структури, проводити розрахунок характеристик інформаційної структури: параметри потоків даних застосовані між інформаційними вузлами, інтенсивність потоків даних, що поступають на вузли інформаційної структури. Моделі дозволяють диференційовано досліджувати потоки даних кожного застосування.

Таким чином, запропонований підхід до аналізу структури мережі орієнтований на задану множину системних прикладень, що запускаються у мережі і дає можливість проводити аналіз з урахуванням особливостей роботи задач, що важливі для ІТМ, спеціалізованої для вирішення конкретних завдань системи управління.

На відміну від більшості існуючих досліджень, дана робота орієнтована на формалізацію задачі адаптивного управління потоками даних мережі шляхом розробки комплексної математичної моделі структури мережі. Створено математичну модель потоків даних, що є частиною вказаної комплексної моделі. Однак запропонована модель носить дещо укрупнений характер. Подальші дослідження мають бути спрямовані на побудову часткових математичних моделей, що описують окремі компоненти інформаційної структури мережі.

Отримані результати можна розглядати як основу математичного забезпечення вирішення завдань адаптивного управління трафіком складної розподіленої мережі. Запропоновані моделі можуть використовуватися при розробці методів та деталізованих алгоритмів управління потоками даних спеціалізованої ІТМ.

8. Висновки

1. Розглянуто задачу аналізу структури мережі для вибору варіантів побудови ІТМ. Визначено структуру математичного апарату для аналізу структури мережі. Його основою є комплексна математична модель, компоненти якої описують інформаційну структуру, потоки даних та технічну структуру мережі. Описано основні параметри моделі інформаційної структури мережі, яка є основою для розробки моделей потоків даних. До множини параметрів моделі входять характеристики, які описують обмін даними між вузлами мережі при виконанні прикладних завдань, зокрема: інтенсивності потоків запитів користувачів, інтенсивності потоків даних між інформаційними вузлами, навантаження на вузли мережі, інтенсивності потоків запитів до сховища даних.

2. Створено математичну модель, яка описує параметри потоків даних між вузлами мережі при фіксованій інформаційній структурі. При цьому враховуються обмін даними між вузлами, який виникає внаслідок взаємодії застосувань, які реалізуються на окремих вузлах. Враховуються також запити користувачів до сховищ даних.

3. Розроблено математичну модель потоків даних стратифікованої багаторівневої інформаційної структури мережі, яка характерна для найбільш поширених сучасних технологій побудови мереж. Розглянуто мережу, яка має тривірневу стратифіковану структуру і складається з ряду підмереж, об'єднаних у групи першого, другого та третього рівня. Досліджуються та обчислюються інтенсивності потоків даних між вузлами в межах групи, а також обмін даними між групами вузлів. Це дає можливість визначити завантаження каналів зв'язку і мережевого устаткування при побудові технічної структури мережі.

Література

1. Iqbal, H. On the design of network control and management plane [Text] / H. Iqbal, T. Znati // Computer Networks. – 2011. – Vol. 55, Issue 9. – P. 2079–2091. doi: 10.1016/j.comnet.2011.01.018
2. Mangili, M. Optimal design of Information Centric Networks Original [Text] / M. Mangili, F. Martignon, A. Capone // Computer Networks. – 2015. – Vol. 91. – P. 638–653. doi: 10.1016/j.comnet.2015.09.003
3. Pang, L. Y. Data-source interoperability service for heterogeneous information integration in ubiquitous enterprises [Text] / L. Y. Pang, R. Y. Zhong, J. Fang, G. Q. Huang // Advanced Engineering Informatics. – 2015. – Vol. 29, Issue 3. – P. 549–561. doi: 10.1016/j.aei.2015.04.007
4. Sen, G. Exact approaches for static data segment allocation problem in an information network [Text] / G. Sen, M. Krishnamoorthy, N. Rangaraj, V. Narayanan // Computers & Operations Research. – 2015. – Vol. 62. – P. 282–295. doi: 10.1016/j.cor.2014.05.023
5. You, L. Cross-layer optimization of wireless multihop networks with one-hop two-way network coding [Text] / L. You, L. Ding, P. Wu, Z. Pan, H. Hu, M. Song, J. Song // Computer Networks. – 2011. – Vol. 55, Issue 8. – P. 1747–1769. doi: 10.1016/j.comnet.2011.01.008
6. Xi, N. Secure service composition with information flow control in service clouds [Text] / N. Xi, C. Sun, J. Ma, Y. Shen // Future Generation Computer Systems. – 2015. – Vol. 49. – P. 142–148. doi: 10.1016/j.future.2014.12.009
7. Angrishi, K. An end-to-end stochastic network calculus with effective bandwidth and effective capacity [Text] / K. Angrishi // Computer Networks. – 2013. – Vol. 57, Issue 1. – P. 78–84. doi: 10.1016/j.comnet.2012.09.003
8. Hashish, S. An adaptive rendezvous data dissemination for irregular sensor networks with multiple sinks [Text] / S. Hashish, A. Karmouch // Computer Communications. – 2010. – Vol. 33, Issue 2. – P. 176–189. doi: 10.1016/j.comcom.2009.08.013
9. Соколов, Н. А. Телекоммуникационные сети [Текст] / Н. А. Соколов. – М.: Альварес Паблшинг, 2003. – 128 с.
10. Торошанко, Я. І. Задачі моніторингу та аналізу параметрів телекомунікаційних мереж [Текст] / Я. І. Торошанко, А. О. Булаковська, М. С. Височіненко, В. С. Шматко // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2014. – № 3. – С. 62–69.
11. Олифер, В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы [Текст] / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. – СПб.: Питер, 2010. – 944 с.
12. Іванущак, Н. М. Моделювання розвитку структур комп'ютерних мереж [Текст] / Н. М. Іванущак, В. В. Пасічник // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2013. – Т. 3, № 2 (63). – С. 13–19. – Режим доступу: <http://journals.urau.ua/eejet/article/view/14384/12199>

13. Гринберг, Я. Р. Математическое моделирование последовательного заполнения телекоммуникационных сетей с топологией «колесо» потоками связи [текст] / Я. Р. Гринберг, И. И. Курочкин // Труды Института системного анализа Российской академии наук. – 2008. – Т. 32. – С. 82–108.
14. Стерин, В. Л. Маршрутизация с балансировкой нагрузки по длине очереди на узлах телекоммуникационной сети [Текст] / В. Л. Стерин, Т. В. Вавенко, Д. М. Еферов // Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2013. – № 1 (977). – С. 45–49.
15. Парфьонов, Ю. Е. Вибір математичного апарату при розробленні імітаційних моделей інформаційних систем [Текст] / Ю. Е. Парфьонов // Системи обробки інформації. – 2011. – Вип. 3 (93). – С. 69–72.
16. Калекина, Т. Г. Обоснование критерия структурно-информационной связности при анализе надежности телекоммуникационных систем и сетей [Текст] / Т. Г. Калекина, Т. Н. Коваленко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2010. – № 1. – С. 66–70.
17. Шелухин, О. И. Моделирование информационных систем [Текст] / О. И. Шелухин. – М.: Горячая линия-Телеком, 2012. – 516 с.
18. Коновалов, Г. В. Многомерные сети – будущее инфокоммуникационных сетей [Текст] / Г. В. Коновалов // Электро-связь. – 2008. – № 4. – С. 28–32.
19. Климаш, М. М. Модель забезпечення параметрів якості обслуговування системи розподілу мультисервісного трафіку [Текст] / М. М. Климаш, О. А. Лаврів, Б. А. Бугиль, Р. І. Бак // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Радіоелектроніка та телекомунікації”. – 2011. – № 705. – С. 138–144.
20. Тимченко, О. В. Дослідження механізмів забезпечення якості обслуговування в мультисервісних мережах [Текст] / О. В. Тимченко, С. Аскар, А. Мухамад, А. Нашат // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ПІМЕ НАН України. – 2008. – Вип.47. – С. 133–142.

Досліджується проблема інтерпретації показників взаємозв'язку багатовимірних стійких випадкових величин. Запропоновано розглядати взаємозв'язок між ними в рамках факторної моделі. Серед досліджуваних законів розподілу виділено підклас таких, для яких можливе представлення величин, що наблюдаються, лінійною комбінацією незалежних. Показано, що в межах цього підкласу показник взаємозв'язку має такий саме сенс, як і коефіцієнт кореляції для нормального розподілу

Ключові слова: багатовимірні стійкі розподіли, показник взаємозв'язку, факторна модель, симетричне перемішування прихованих факторів

Рассмотрена проблема интерпретации показателей взаимосвязи многомерных устойчивых случайных величин. Предложено рассматривать взаимосвязь между ними в рамках факторной модели. Среди исследуемых законов распределения выделен подкласс таких, для которых возможно представление наблюдаемых величин линейной комбинацией независимых. Показано, что в рамках этого подкласса показатель взаимосвязи имеет тот же смысл, что и коэффициент корреляции для нормального распределения

Ключевые слова: многомерные устойчивые распределения, показатель взаимосвязи, факторная модель, симметричное перемешивание скрытых факторов

УДК 519.213.7, 519.237.7

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.50442

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ВЗАИМОСВЯЗИ МНОГОМЕРНЫХ УСТОЙЧИВЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ ФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ

В. Л. Шергин

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра искусственного интеллекта

Харьковский национальный

университет радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

E-mail: sherginvl@mail.ru

1. Введение

Одним из базовых понятий математической статистики является взаимосвязь случайных величин. Соответственно, построение количественных мер такой взаимосвязи является важным направлением этой отрасли науки. В рамках нормального закона распре-

деления универсальными показателями взаимосвязи служат коэффициенты корреляции, однако за пределами этого закона они теряют свою универсальность и даже не всегда существуют.

В общем случае разработка и выбор показателей связи между случайными величинами обусловлены не только законом распределения, но и целью исполь-