

Вероятностный анализ сейсмической опасности территории Молдовы и сопредельных районов

© Р. З. Буртиев, 2015

Институт геологии и сейсмологии АН РМ, Кишинев, Молдова

Поступила 8 июля 2015 г.

Представлено членом редколлегии А. В. Кендзерой

Запропоновано новий підхід до аналізу сейсмічної небезпеки, де як сейсмічну небезпеку розглянуто ймовірність того, що в точці земної поверхні за час t відбудеться n сейсмічних струсів, m з яких матимуть інтенсивність не менше як I^k балів. Розроблено алгоритм розрахунку сейсмічної небезпеки в термінах бала макросейсмічної шкали і «ЄВРОКОД 8». За допомогою кластерного аналізу в Румунії виділено 13 сейсмічних зон. Марковську модель сейсмічності виділених зон побудовано для визначення розподілу параметрів землетрусів. Побудовано карта сейсмічної небезпеки Болгарії, Румунії та Молдови на основі каталогу ROMPLUS.

Ключові слова: імовірнісний аналіз сейсмічної небезпеки, «ЄВРОКОД 8», марковська модель сейсмічності.

Введение. ВАСО (вероятностный анализ сейсмической опасности) включает в себя четыре основных этапа. На первом этапе, как и в ДАСО (детерминистский анализ сейсмической опасности), определяются сейсмические зоны и предполагается, что очаги землетрясений распределены равномерно в геофизическом пространстве, которое занимает зона очагов землетрясений. В этом состоит основное отличие от ДАСО, где фиксируется ближайший к объекту активный разлом, т. е. разлом, в котором с вероятностью, равной единице, может возникнуть очаг землетрясения.

На втором этапе строится марковская модель сейсмического режима. На основе эргодической непрерывной марковской цепи возможно предсказание магнитуды, места возникновения землетрясений и их среднего числа в фиксированный период времени. В ДАСО этому соответствует закон повторяемости Гутенберга—Рихтера.

Третьим шагом является определение параметров затухания сейсмического эффекта. В данном случае анализ сейсмической опасности проводится на основе бала макросейсмической шкалы и по строительным нормам Европейского Союза «EUROCOD 8». Предполагается, что отклонение (ошибка измерений) наблюдаемых макросейсмических значений интенсивности сейсмических воздействий от их теоретических значений является случайной величиной. На величину ошибок измерений влияет множество неучтенных независи-

мых факторов (ни один из них не доминирует), которые вносят незначительный по величине вклад в общую ошибку. Предполагается, что ошибки носят случайный характер, поддаются обработке с помощью математической статистики и распределены по нормальному закону [Тейлор, 1985].

На четвертом этапе на конкретной площадке, которая находится в радиусе воздействия группы сейсмических зон, вычисляется суммарная мера сейсмической опасности. Для сейсмического районирования территория, находящаяся в зоне влияния сейсмических зон, покрывается географической сетью с некоторым шагом дискретности. В узлах сети рассчитывается мера сейсмической опасности по принятым нормам сейсмической опасности.

Вероятностная модель сейсмического режима. Уравнение макросейсмического поля связывает с каждым землетрясением с параметрами (φ, ψ, h, m) : φ, ψ — координаты эпицентра, h — глубина, m — магнитуда, интенсивность сейсмических толчков в пунктах наблюдений $Q_i(\varphi_i, \psi_i)$. Таким образом, для предсказания интенсивности сейсмического воздействия в точках земной поверхности достаточно предсказать значения параметров (место возникновения, магнитуда) и частоту возникновения землетрясений.

Зона очагов землетрясений охватывает некоторое пространство геофизической среды. Если это пространство и диапазон магнитуды землетрясений разбить на непересекающиеся

четырёхмерные интервалы, то параметры каждого землетрясения будут принадлежать одному и только одному интервалу. Интервалы F_i, Ψ_j, H_k, M_m образуются разбиением диапазонов возможных значений параметров землетрясений на $R_\varphi, R_\psi, R_h, R_m$ частей соответственно.

Сейсмическая зона рассматривается как фазовое пространство (ФП), которое изменяет свои состояния в случайные моменты времени [Burtiev, 1985, 2012]. Под состояниями подразумеваются четырёхмерные интервалы $[F_i, \Psi_j, H_k, M_m]$: $i = 1, \dots, R_\varphi$; $j = 1, \dots, R_\psi$; $k = 1, \dots, R_h$; $m = 1, \dots, R_m$. В таком случае положение ФП в любой момент времени определится заданием четырёхмерного случайного процесса:

$$\Omega(t) = \{ \xi_\varphi(t), \xi_\psi(t), \xi_h(t), \xi_m(t) \}, \quad (1)$$

где $\xi_\varphi(t), \xi_\psi(t), \xi_h(t), \xi_m(t)$ — одномерные скачкообразные случайные процессы, описывающие соответствующие траектории параметров землетрясений.

Исчерпывающим способом определения случайного процесса является задание его совместной конечномерной функции распределения. Однако определение конечномерной функции распределения, за исключением некоторых тривиальных случаев, является задачей, практически невыполнимой. Существует класс марковских процессов, где совместные конечномерные функции распределения выражаются через одно- и двумерные распределения.

Во многих временных последовательностях случайных событий существует зависимость от прошлого. Модели, которые охватывают все возможные формы зависимости между событиями, являются реальным отражением действительности, хотя это приводит к большим трудностям при изучении их вероятностной структуры и статистическом анализе. Поэтому принимается компромиссное решение — выбирается модель, которая учитывает достаточные для адекватности модели зависимости и которая поддается статистическому анализу. Наилучшее соответствие указанным требованиям проявляет класс марковских процессов, в которых моделируется зависимость от результата наблюдения в последний момент времени. Такая модель является приемлемым компромиссом между зависимостью от всей предыстории процесса и полной независимостью случайных событий в последовательности.

Обозначим через Σ_v интервал (F_i, Ψ_j, H_k, M_m) , что равносильно свертыванию индексов, об-

щее число которых составит $R_v = R_\varphi R_\psi R_h R_m$. Назовем Σ_v элементарной сейсмической зоной. Учитывая лексикографический порядок индексов, при котором растёт последний индекс, затем предпоследний и так далее [Соколов, 1972], получим удобную для приложений форму:

$$v = (i-1)R_\psi R_h R_m + (j-1)R_h R_m + (k-1)R_m + n. \quad (2)$$

Пространством состояний марковской цепи является объединение всех элементарных зон землетрясений $\Xi = \{ \Sigma_v \}$, $v = 1, \dots, R_s$, где R_s — число состояний (четырёхмерные интервалы).

Исследования показывают, что последовательность произошедших в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_N землетрясений является реализацией однородной четырёхмерной непрерывной эргодической марковской цепи [Burtiev, 2012].

Эргодические марковские цепи обладают замечательным для практических приложений свойством: стационарное предельное распределение такой цепи с любой степенью точности можно определить из одной достаточно длинной ее реализации [Романовский, 1948; Джадж и др., 1977; Langrock, Jahn, 1979; Huisinga, Meerbach, 2005; Groß, 2009]:

$$P \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v^j}{N} = \pi_j \right\} = 1, \quad (3)$$

где N — общее число землетрясений, v^j — число случившихся в зоне Σ_j землетрясений. Это означает, что с вероятностью π_j можно предсказать элементарную сейсмическую зону, где может произойти будущее землетрясение. При осуществлении ВАСО элементарная зона рассматривается как материальная точка, что является достаточным при наличии функции затухания интенсивности сейсмических воздействий с расстоянием, для расчета сейсмической опасности параметром.

Вероятностный анализ сейсмической опасности. Предположим, что пункт наблюдения находится в радиусе влияния S сейсмических зон $Z_s, s = 1, \dots, S$. Число состояний в регионе с номером s обозначим через R_s .

Метод анализа сейсмической опасности осуществляется на примере некоторого сейсмического региона Z_s , например Вранча. Событие, состоящее в том, что происходит землетрясение с параметрами из состояния Σ_j , обозначим тем же идентификатором.

Так как параметры землетрясений могут принадлежать только одному состоянию (зем-

летрясение может произойти только в одной из элементарных зон), получим полную группу несовместных событий, которые в объединении дают все пространство возможных распределений параметров землетрясений:

$$\{\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_{R_s}\}, \Sigma_i \cap \Sigma_j = 0, i \neq j, \Xi^S = \sum_{i=1}^{R_s} \Sigma_i. \quad (4)$$

Кроме того, предположим, что событие $B^k = \{I^k - 0,5 \leq I < I^k + 0,5\}$, означающее возникновение сейсмических толчков с интенсивностью I^k в некоторой точке земной поверхности, может произойти совместно с одним из R_s взаимно исключающих событий $\Sigma_r, r=1, \dots, R_s$. В этом случае имеет место выражение

$$B^k = \sum_{r=1}^{R_s} B^k \Sigma_r, \quad (5)$$

где события $B_k E_i$ и $B_k E_j$ с различными индексами i и j являются несовместными. Событие B_k и полная группа событий (4) связаны формулой полной вероятности:

$$P(B^k) = \sum_{j=1}^{R_s} P\left(\frac{B^k}{\Sigma_j}\right) p(\Sigma_j). \quad (6)$$

Интенсивность сейсмических воздействий в точке $Q(\varphi, \psi)$ в балах шкалы MSK-64 оценивается по формуле

$$I = 1,6 M_W - \frac{b_{\max} b_{\min}}{\sqrt{b_{\min}^2 \cos^2(\gamma - \gamma_0) + b_{\max}^2 \sin^2(\gamma - \gamma_0)}} \times \lg \sqrt{h^2 + r^2} + 7,2, \quad (7)$$

где $b_{\max} = 5,6$, $b_{\min} = 4,9$, γ — текущее значение угла, который образует радиус-вектор точки (φ, ψ) с положительной полуосью абсцисс, h — глубина очага, r — эпицентральное расстояние, M_W — моментная магнитуда, $\gamma_0 = 51^\circ$ — угол между большой осью эллипса затухания и положительным направлением оси абсцисс. Вероятности (3) составляют вектор распределений землетрясений по элементарным зонам:

$$\pi = (\pi_r), \quad r \in (1, R_s), \quad (8)$$

а условные вероятности [Burtiev, 1985]

$$p_r^k = P(B^k / \Sigma_r) = P\left(\{I^k - 0,5 \leq I < I^k + 0,5\} / \Sigma_r\right) =$$

$$= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{I^k - 0,5}^{I^k + 0,5} e^{-\frac{(I-I^k)^2}{2\sigma^2}} dI \quad (9)$$

являются элементами матрицы условных вероятностей [Burtiev, 2012]:

$$P_s = \begin{pmatrix} p_1^1 & p_1^2 & \dots & p_1^{12} \\ p_2^1 & p_2^2 & \dots & p_2^{12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{R_s}^1 & p_{R_s}^2 & \dots & p_{R_s}^{12} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

В этом случае умножением слева вектора (8) на матрицу (10) определяется вектор распределений интенсивности сейсмических воздействий, вызванные землетрясениями из сейсмической зоны Z_s :

$$\mathbf{p}_s = \pi_s P_s = \left(\sum_{j=1}^{R_s} \pi_j p_j^1, \sum_{j=1}^{R_s} \pi_j p_j^2, \dots, \sum_{j=1}^{R_s} \pi_j p_j^{12} \right). \quad (11)$$

Землетрясение с вероятностью γ_s может произойти в одной из S сейсмических зон $Z_s, s = 1, \dots, S$. Если точка $Q(\varphi, \psi)$ находится в радиусе сейсмического воздействия зоны Z_s , то суммарная вероятность интенсивности сотрясений может быть оценена формулой

$$\beta_k = \sum_{s=1}^S p_k^s \gamma_s, \quad \beta = (\beta_1, \dots, \beta_{12}). \quad (12)$$

Пусть в пункте наблюдения $Q(\varphi, \psi)$ за время t с вероятностью $p(t, n)$ происходит n сейсмических толчков. Условная вероятность появления m_k сейсмических толчков с интенсивностью I^k при их общем числе n будет соответствовать биномиальной схеме [Сеньо, 2007]:

$$p_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} \beta_k^m (1-\beta_k)^{n-m}. \quad (13)$$

Умножением вероятности (13) на $p(t, n)$ придем к выражению для безусловной вероятности:

$$p_{\varphi, \psi}(t, n, m, I^k) = p(t, n) \frac{n!}{m!(n-m)!} \beta_k^m (1-\beta_k)^{n-m}, \quad (14)$$

где в географической точке $Q(\varphi, \psi)$ за время t случится n сейсмических толчков, m из которых с интенсивностью I^k .

Среднее число сейсмических толчков m_k интенсивности $I^k, k = 0, 1, \dots, 12$ определяется

формулой [Burtiev, 1985]

$$E(m_k) = n\beta_k. \quad (15)$$

По аналогии со строительными нормами ЕС «EUROCOD 8» анализ сейсмической опасности проводится на основе расчетной меры:

$$P(50, n \geq 1) = 1 - P(50, 0) = 1 - e^{-\lambda_k 50}, \quad (16)$$

где λ_k — годовая интенсивность превышений порога интенсивности I^k в баллах шкалы MSK-64 или же некоторого уровня параметров смещений грунта a_k . Предполагается, что возникновение сейсмических толчков с интенсивностью, превышающей некоторый порог I^k или же a_k , соответствует пуассоновскому процессу с параметром λ_k . В европейском стандарте ВАСО используется порог максимальных ускорений, который будет превышен с вероятностью $\alpha = 0,1$ хотя бы один раз в 50 лет. Соответствующий период повторения превышения в пункте $Q(\varphi, \psi)$ составит 475 лет.

Условная вероятность превышения порога интенсивности I^k в баллах макросейсмической шкалы MSK-64 определится формулой

$$p_r^k = P(I \geq I^k / E_r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{I_k}^{12} e^{-\frac{(I-I)^2}{2\sigma^2}} dI. \quad (17)$$

Функция затухания пикового ускорения имеет вид [Lungu et al., 2002]

$$\hat{a}_h = \ln pga_h = c_1 + c_2 M_{GR} + c_3 \ln \sqrt{r^2 + h^2} + c_4 h + \varepsilon, \quad (18)$$

где M_{GR} — магнитуда Гутенберга—Рихтера; r — эпицентральное расстояние; h — глубина очага; c_1, c_2, c_3, c_4 — искомые коэффициенты; ε — случайная величина с нулевым средним и стандартным отклонением $\sigma_\varepsilon = \sigma_{\ln PGA}$ (стандартное отклонение переменной $\sigma_{\ln PGA}$). Параметры модели затухания были оценены с

использованием различных наборов данных, которые представляют секторы, расположенные в трех направлениях из зоны Вранча (см. таблицу): Молдова (азимут менее 90°, северный сектор); Черновода (азимут 90—180°, юго-восточный сектор); Бухарест (азимут 180—270°, юго-западный сектор) [Sokolov et al., 2007].

Вероятность превышения порога интенсивности a_k сейсмических воздействий в значениях пиковых ускорений равна

$$p_r^k = P\left(\frac{\ln pga_h \geq \ln a_k}{E_i}\right) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\ln a_k}^{\ln a_{\max}} e^{-\frac{(\ln a - \ln pga_h)^2}{2\sigma^2}} da. \quad (19)$$

Применяя приведенные формулы (1)—(7), получим вероятность (17) и (19) того, что в точке $Q(\varphi, \psi)$ эффект сейсмического воздействия, вызванного землетрясениями из S сейсмических зон, превысит порог интенсивности I^k или же некоторый уровень параметра смещений грунта a_k . Интенсивность превышений уровня интенсивности I^k или параметра смещения a_k за время t определяется по формуле

$$\lambda_k = \lambda t \beta_k, \quad (20)$$

где β_k задано формулой (12), λ — годовая интенсивность общего числа землетрясений в сейсмических зонах.

Сейсмическое зонирование территории Румынии осуществлялось с помощью кластерного анализа, который располагает множеством методов оптимизации кластерного решения. Решение в 13 кластеров (сейсмических зон) оказалось оптимальным решением для территории Румынии на основе каталога ROMPLUS (www.infp.ro).

Начало системы координат совмещается со средней точкой трехмерных интервалов $\{F_i, L_j, H_k\}$, $i = 1, \dots, R_\varphi$; $j = 1, \dots, R_\lambda$; $k = 1, \dots, R_h$. На

Коэффициенты уравнения затухания пикового ускорения

Коэффициенты	Данные	0—90	90—180	180—270
c_1	5,571	4,150	8,136	6,470
c_2	0,937	0,913	0,876	0,923
c_3	-1,256	-0,962	-1,657	-1,403
c_4	-0,0069	-0,006	-0,0076	-0,007
$\Sigma_{\ln PGA}$	0,398	0,415	0,348	0,366

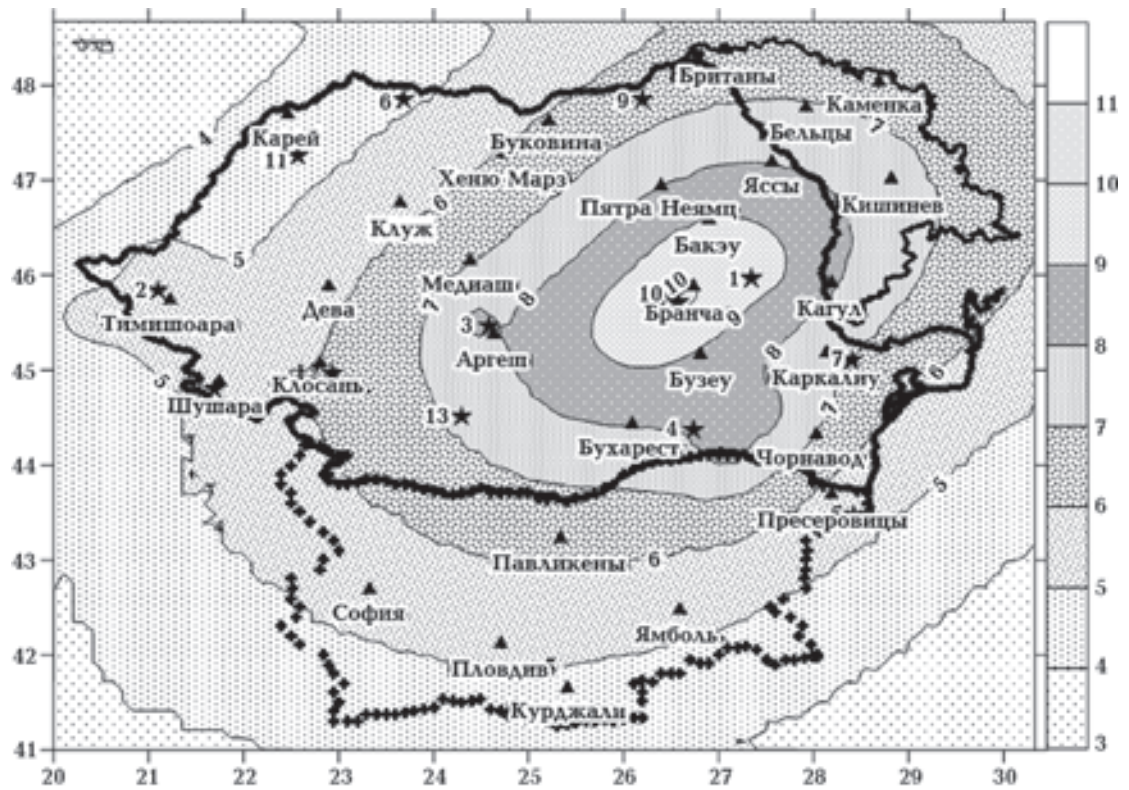


Рис. 1. Карта сейсмической опасности территорий Молдовы, Румынии и Болгарии в балах шкалы MSK-64.

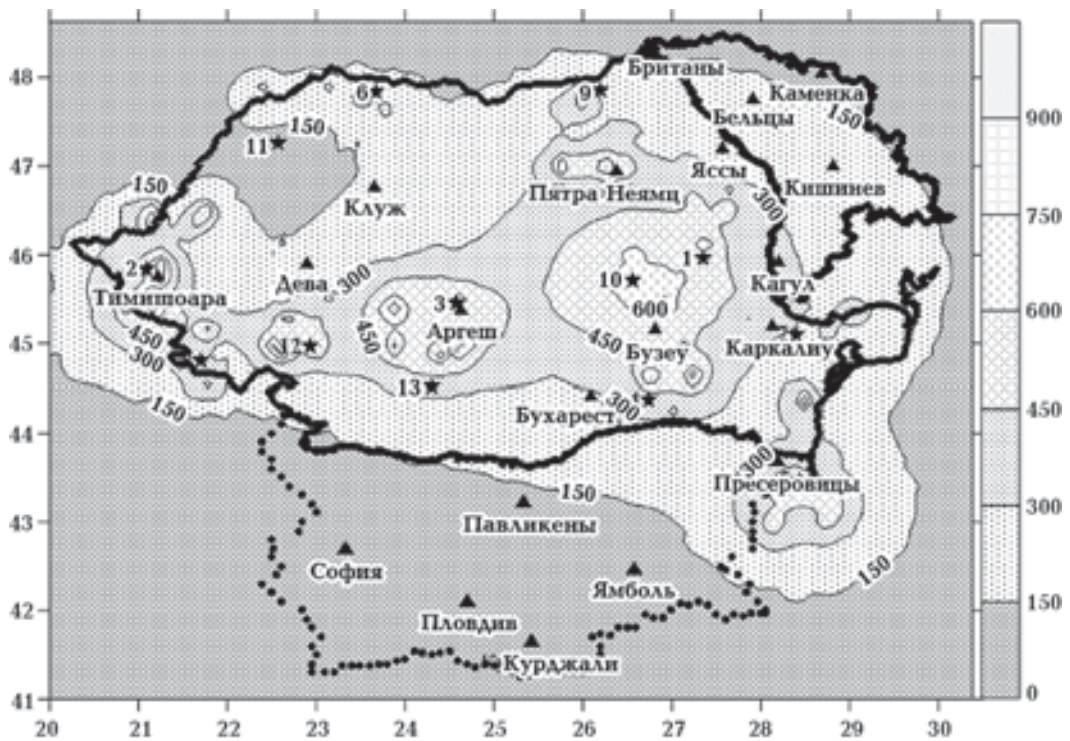


Рис. 2. Карта сейсмической опасности территорий Молдовы, Румынии и Болгарии по нормам «EUROCOD 8».

основе полученных значений построена карта сейсмической опасности территории Молдовы, Румынии и Болгарии (рис. 1) с использованием гипоцентрального расстояния. Карта сейсмической опасности отражает интенсивность сейсмического эффекта в баллах шкалы MSK-64 и состоит из точек, в которых соответствующая вероятность (16) положительна. Карта (рис. 2), построенная по нормам «EUROCOD 8», состоит из точек, в которых вероятность (16) равна 0,1.

Легенда карт сейсмической опасности, представленных на рис. 1—2, следующая:

- слева и внизу указаны географические широты и долготы с шагом в 1° для Молдовы, Румынии, Болгарии. Справа показана числовая и цветовая шкала невязок;
- на изолиниях указаны значения макросейсмических баллов и значения пиковых ускорений;
- сейсмические станции с указанием их названий внизу обозначены символом «▲»;
- государственные границы обозначены символами «+»;
- центры кластеров (сейсмических зон) обозначены звездочкой, число слева означает номер сейсмической зоны.

Список литературы

- Джадж Д., Ли И., Зельнер М. Оценивание параметров Марковских моделей по агрегированным временным рядам. Москва: Статистика, 1977, 221 с.
- Романовский В. И. Дискретные цепи Маркова. Москва: Гостехиздат, 1948, 274 с.
- Сеньо П. С. Теория ймовірностей та математична статистика. Київ: Знання, 2007, 558 с.
- Соколов Н. П. Введение в теорию многомерных матриц. Киев: Наук. думка, 1972, 175 с.
- Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. Москва: Мир, 1985, 272 с.
- Burtiev R., 2012. Evaluation of seismic hazards from several seismic zones. *Environ. Eng. Manag. J.* 12, 32—42.
- Burtiev R. Z., 1985. Seismic Hazard Mapping Based on Multi-dimensional Markov Model of a Seismic Regime. *Gerlands Beitrage zur Geophysik, Leipzig* 95, 499—508.
- Groß J., 2009. Markov-Prozesse und Markov-Netzwerke. Carl von Ossietzky Universität, Oldenburg, 32 p.
- Huisinga W., Meerbach E., 2005. Markov Processes for Everybody. Introduction to the theory of continuous time Markov processes. Fachbereich Mathematik und Informatik. Freien Universität Berlin & DFG Research Center Matheon, Berlin, 34 p.
- Langrock P., Jahn W., 1979. Einführung in die Theorie der markoffschen Ketten und ihre Anwendungen. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. Leipzig, 268 p.
- Lungu D., Aldea A., Demetriu S., Arion C., 2002. Probabilistic zonation of Vrancea seismic hazard. *EUROCODE 8 representation of design action. Earthquake lost estimation and risk reduction. Proceedings of the International Conference, Bucarest*, 137—150.
- Sokolov V., Wenzel F., Mohindra R., Grecu B., Radulian M., 2007. Probabilistic seismic hazard assessment for Romania considering intermediate-depth (Vrancea) and shallow (crustal) seismicity: *International Symposium on Strong Vrancea Earthquakes and Risk Mitigation, October 4–6, 2007, Bucharest*, 1—16.

Probabilistic seismic hazard analysis of Moldova and adjacent territories

© R. Z. Burtiev, 2015

A new approach to seismic hazard assessment is proposed. It means that in a certain location of the Earth's surface during the time t will occur a certain number n of shakes and m of them with intensity I^k . The algorithm of seismic hazard estimation in terms of macroseismic scale and «EURO-CODE 8» standard is elaborated. The cluster analysis has identified in Romania 13 seismic zones. To define the distribution of earthquakes parameters the Markov model of identified seismic zones of seismicity is constructed. The PSHA of Bulgaria, Romania and Moldova territories on the basis of ROMPLUS catalogue is carried out.

Key words: Probabilistic seismic hazard analysis, EUROCOD 8, markov model of seismicity.

References

- Judge D., Lee J., Zellner M., 1977. Parameter Estimation Markov models for aggregated time series. Moscow: Statistika, 221 p. (in Russian).
- Romanovskiy V. I., 1948. Discrete Markov chains. Moscow: Gostekhizdat, 274 p. (in Russian).
- Senio P. S., 2007. Probability theory and mathematical statistics. Kyiv: Znannya, 558 p. (in Ukrainian).
- Sokolov N. P., 1972. Introduction to the theory of multi-dimensional matrix. Kiev: Naukova Dumka, 175 p. (in Russian).
- Taylor J., 1985. Introduction to the theory of errors. Moscow: Mir, 272 p. (in Russian).
- Burtiev R., 2012. Evaluation of seismic hazards from several seismic zones. *Environ. Eng. Manag. J.* 12, 32—42.
- Burtiev R. Z., 1985. Seismic Hazard Mapping Based on Multi-dimensional Markov Model of a Seismic Regime. *Gerlands Beitrage zur Geophysik, Leipzig* 95, 499—508.
- Groß J., 2009. Markov-Prozesse und Markov-Netzwerke. Carl von Ossietzky Universität, Oldenburg, 32 p.
- Huisinga W., Meerbach E., 2005. Markov Processes for Everybody. Introduction to the theory of continuous time Markov processes. Fachbereich Mathematik und Informatik. Freien Universität Berlin & DFG Research Center Matheon, Berlin, 34 p.
- Langrock P., Jahn W., 1979. Einführung in die Theorie der markoffschen Ketten und ihre Anwendungen. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. Leipzig, 268 p.
- Lungu D., Aldea A., Demetriu S., Arion C., 2002. Probabilistic zonation of Vrancea seismic hazard. *EURO-CODE 8 representation of design action. Earthquake lost estimation and risk reduction. Proceedings of the International Conference, Bucharest*, 137—150.
- Sokolov V., Wenzel F., Mohindra R., Grecu B., Radulian M., 2007. Probabilistic seismic hazard assessment for Romania considering intermediate-depth (Vrancea) and shallow (crustal) seismicity: *International Symposium on Strong Vrancea Earthquakes and Risk Mitigation, October 4–6, 2007, Bucharest*, 1—16.