

# Математична модель електричного поля системи катодного захисту магістрального трубопроводу

© В. В. Лукович<sup>1</sup>, В. В. Лукович<sup>2</sup>, 2010

<sup>1</sup>Інститут проблем матеріалознавства НАН України, Київ, Україна

<sup>2</sup>Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН України, Київ, Україна

Надійшла 6 лютого 2009 р.

Представлено членом редколегії В. М. Шуманом

В расчетах параметров катодной защиты магистральных трубопроводов используется величина переходного сопротивления противокоррозионного покрытия. Удельное сопротивление покрытия без повреждений оценивается значениями от сотен килоом до десятков мегаом на метр в квадрате, в то время как величина переходного сопротивления изменяется в интервале от десятка килоом (когда покрытие качественное) до десятков (а то и единиц) ом на метр в квадрате (когда покрытие некачественное). Переходное сопротивление скорее служит критерием качества покрытия. В статье вместо него введено величину доли повреждений, определяемую отношением суммарной площади повреждений на данном отрезке трубопровода к площади всей его поверхности. Разработаны математическая модель, алгоритм и программа расчета параметров защиты. Результаты расчета по данным измерений на действующих трубопроводах приведены на графиках.

In calculations of cathode protection parameters for the main pipelines the value of transitional resistance of anti-corrosion coating is used. Specific resistance of the coating without defects is valued by numbers from hundreds of kiloOhm/m<sup>2</sup> to tenths of megOhm/m<sup>2</sup>, while the value of transitional resistance changes within the interval from ten kiloOhm/m<sup>2</sup> (when the coating is of good quality) to tens (and even units) Ohm/m<sup>2</sup> (when it is of poor quality). This transitional quality rather serves as a criterion of the coating quality. In this work we introduce instead of it the value of a share of defects, which is determined as a ratio of integrated area of defects within the given section of the pipeline and the area of its whole surface. Mathematical model has been designed, algorithm and a program of calculation of protection parameters. Results of calculations according to the data of measurements on the pipelines in action have been illustrated by the diagrams.

У статті [Лукович, 2008] запропонована математична модель поля катодного захисту трубопроводу з використанням величини частки пошкоджень замість величини перехідного опору протикорозійного покриття. У цій моделі величину частки пошкоджень вважаємо відомою.

Пропонуємо математичну модель розрахунку частки пошкоджень та інших параметрів захисту відрізка труби з кількома катодними перетворювачами за даними електрометричних вимірювань. Введемо систему координат  $Oxuz$  так, щоб площина  $xOy$  збігалась із землею поверхнею, яку приймемо за плоску, площина  $xOz$  проходила через вісь трубопроводу, а площина  $yOz$  — через одно із заземлень (замінімо заземлення точковими джерелами). Потенціал  $U$  у довільній точці ґрунту визна-

чимо за допомогою виразу [Остапенко та ін., 1988]

$$U = \frac{\rho}{2\pi} \sum_{j=1}^m I_j \left[ (x - x_{aj})^2 + (y - y_{aj})^2 + z^2 \right]^{-1/2} - \frac{\rho}{4\pi} \int_{x_0}^{x_n} J(\xi) \sum_{l=0}^1 \left[ (x - \xi)^2 + y^2 + (z - (-1)^l h)^2 \right]^{-1/2} d\xi, \quad (1)$$

де  $\rho$  — питомий опір ґрунту;  $I_j$  — величина струму  $j$ -го заземлення;  $x_{aj}, y_{aj}, z_{aj}=0$  — його координати,  $[x_0, x_n]$  — вибраний нами відрізок трубопроводу;  $J$  — густина струму, який натікає на трубопровід;  $h$  — глибина розміщення труби (відстань від поверхні ґрунту до осі трубопроводу). Величину  $h$  вважаємо змінною (глибина розміщення труби може змінюватись).

У рівнянні (1) величина  $J(x)$  густини струму віднесена до всієї поверхні труби. У реальних умовах струм потрапляє на трубу практично лише через пошкодження протикорозійного покриття. Введемо величину частки пошкоджень  $d(x)$  за допомогою відношення загальної суми площ усіх пошкоджень на довільному відрізку труби до площі поверхні цього відрізка. В результаті величина  $J(x)=2\pi a d(x)J_d(x)$ . На поверхні ґрунту над трубопроводом вираз (1) з урахуванням частки пошкоджень матиме вигляд

$$U_n = \frac{\rho}{2\pi} \sum_{j=1}^m I_j [(x-x_{aj})^2 + y_{aj}^2]^{-1/2} - \rho a \int_{x_0}^{x_n} d(\xi) J_d(\xi) [(x-\xi)^2 + h^2]^{-1/2} d\xi, \quad (2)$$

а на зовнішній поверхні протикорозійного покриття —

$$U_a = \frac{\rho}{2\pi} \sum_{j=1}^m I_j [(x-x_{aj})^2 + (y-y_{aj})^2 + h^2]^{-1/2} - \frac{\rho a}{2} \int_{x_0}^{x_n} d(\xi) J_d(\xi) \sum_{l=0}^1 [(x-\xi)^2 + W_l^2]^{-1/2} d\xi, \quad (3)$$

де

$$W_l = \begin{cases} a, & l=0; \\ 2h, & l=1, \end{cases}$$

$a$  — радіус трубопроводу.

Різниця потенціалів  $F$  трубопроводу — поверхня ґрунту дорівнює різниці потенціалу трубопроводу  $U_\tau$  і потенціалу на поверхні ґрунту  $U_n(F=U_\tau-U_n)$ . Розв'язок величини  $U_\tau$  побудуємо у такий спосіб. Якщо розділити відрізок труби  $[x_0, x_n]$  на  $n$  відрізків, кінці яких збігаються з точками вимірювання величин  $F_i$  (даних електрометричних вимірювань), і задати на цих кінцях потенціали  $U_{i-1}$  і  $U_i$  (координати величин  $U_i$  збігаються з координатами точок вимірювання величин  $F_i$ ), розв'язок рівняння

$$\frac{1}{\rho_\tau} \frac{d^2 U_\tau}{dx^2} = -J \quad (4)$$

на відрізку  $[x_{i-1}, x_i]$  матиме вигляд

$$U_\tau = U_{\tau i-1} \frac{x_i - x}{x_i - x_{i-1}} + U_{\tau i} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} +$$

$$+ \rho_\tau \frac{2\pi a (x_i - x)}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^x (\xi - x_{i-1}) d(\xi) J_d(\xi) d\xi + \rho_\tau \frac{2\pi a (x - x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \int_x^{x_i} (x_i - \xi) d(\xi) J_d(\xi) d\xi. \quad (5)$$

Величину струму  $I$  у довільній точці відрізка  $[x_{i-1}, x_i]$  визначимо за формулою

$$\frac{1}{\rho_\tau} \frac{dU_\tau}{dx} = I.$$

Продиференціювавши  $U_\tau$  по  $x$ , при  $x=x_{i-1}$  отримаємо

$$I_{i-1} = \frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i} - U_{\tau i-1}}{x_i - x_{i-1}} + \frac{2\pi a}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x_i - \xi) d(\xi) J_d(\xi) d\xi, \quad (6)$$

при  $x=x_i$

$$I_i = \frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i} - U_{\tau i-1}}{x_i - x_{i-1}} - \frac{2\pi a}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (\xi - x_{i-1}) d(\xi) J_d(\xi) d\xi. \quad (7)$$

За правилом Кірхгофа, алгебрична сума величин струмів у заданій точці дорівнює нулю. Віднявши від рівняння (6) (замінивши в ньому  $i$  на  $i+1$ ) рівняння (7), отримаємо

$$\frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i+1} - U_{\tau i}}{x_{i+1} - x_i} - \frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i} - U_{\tau i-1}}{x_i - x_{i-1}} = - \frac{2\pi a}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (\xi - x_{i-1}) d(\xi) J_d(\xi) d\xi - \frac{2\pi a}{x_{i+1} - x_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x_{i+1} - \xi) d(\xi) J_d(\xi) d\xi, \quad x_i \neq x_{ait}, \quad (8)$$

якщо від точки  $x_i$  немає відтоку струму (через дренажний кабель або технологічну перемичку), і

$$\frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i+1} - U_{\tau i}}{x_{i+1} - x_i} - \frac{1}{\rho_\tau} \frac{U_{\tau i} - U_{\tau i-1}}{x_i - x_{i-1}} = I_{0i} - \frac{2\pi a}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (\xi - x_{i-1}) d(\xi) J_d(\xi) d\xi - \frac{2\pi a}{x_{i+1} - x_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x_{i+1} - \xi) d(\xi) J_d(\xi) d\xi, \quad x_i = x_{ait}, \quad (9)$$

якщо з точки  $x_i$  по дренажному кабелю чи технологічній перемичці витікає струм величиною  $I_{0i}$ . На кінцях відрізка  $[x_0, x_n]$  (у точках  $x_0$  і  $x_n$ , які приймаємо за кінці зон захисту) величина струму вздовж осі трубопроводу дорівнює нулю. Рівняння (6) при  $x=x_0$  матиме вигляд

$$\frac{1}{\rho_T} \frac{U_{T1} - U_{T0}}{x_1 - x_0} = -\frac{2\pi a}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} (x_1 - \xi) d(\xi) J_d(\xi) d\xi, \quad (10)$$

а рівняння (7) при  $x=x_n$  —

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{U_m - U_{m-1}}{x_n - x_{n-1}} = \frac{2\pi a}{x_n - x_{n-1}} \int_{x_{n-1}}^{x_n} (\xi - x_{n-1}) d(\xi) J_d(\xi) d\xi. \quad (11)$$

Підставивши у вираз (2)  $U_{ii} - F_{ii}$  замість  $U_n$  отримаємо рівняння, яке разом зі співвідношеннями (8) — (11) утворює з переходом до дискретного аналогу повну систему рівнянь відносно невідомих  $U_{Ti}$  та  $J(x)$ . Однак розв'язок такої системи практично неможливий. Система рівнянь (8) — (11) відносно  $U_{Ti}$  погано зумовлена, коефіцієнти за невідомої величини  $J(x)$  у співвідношенні (2) задані наближено, величини  $F_{ii}$ , що отримані в результаті вимірювань, лише наближені до середніх їх значень на відрізку  $[x_{i-1}, x_i]$ . Тому розв'язок задачі побудуємо за ітераціями, доповнивши систему додатковими рівняннями.

Потенціали  $U_T$  та  $U_a$  відповідно на внутрішній та зовнішній поверхнях протикорозійного покриття пов'язані між собою за допомогою співвідношення

$$U_T - U_a - \varphi_{ст} = RJ \quad (12)$$

(на межі між поверхнею труби й електролітом густина струму, помножена на опір на цій межі, дорівнює різниці потенціалів на ній мінус стаціонарний потенціал металу). У рівнянні (12) величина  $J(x)$  густини струму віднесена до всієї поверхні труби. В реальних умовах струм потрапляє на трубу практично лише через пошкодження протикорозійного покриття. Тому в рівнянні (12) величини  $R$  і  $J$  замінимо на  $R_n$  і  $J_n$ , а  $U_T - U_a$  — на  $F_n$ . В результаті отримаємо

$$F_n - \varphi_{ст} = R_n J_n. \quad (13)$$

Доповнимо систему (13) — (16) рівнянням балансу струму, який натікає на трубу через пошкодження в протикорозійному покритті, та струму, який через дренажні кабелі повертається до катодних перетворювачів

$$2\pi a \int_{x_0}^{x_n} d(\xi) J_d(\xi) d\xi = \sum_{j=1}^m I_j. \quad (14)$$

Поділивши  $[x_0, x_n]$  на  $n$  відрізків  $[x_{i-1}, x_i]$  ( $i=1, \dots, n$ ) таким чином, щоб точки  $x_i$  збіглись з точками вимірювання величини  $F$  (замінимо при цьому вираз  $F = U_T - U_n$  на  $F_i = U_{Ti} - U_{ni}$ ) і замінивши на  $[x_{i-1}, x_i]$  величини  $d(x)$  і  $J_d(x)$  їх середніми значеннями  $d_i$  і  $J_{di}$ , в результаті перейдемо від неперервної моделі (2) — (14) до її дискретного аналогу, тобто системи лінійних алгебричних рівнянь відносно невідомих  $d_i, J_{di}, U_{ai}, U_{ni}, U_{ai}$ . Розв'язувати цю систему будемо за ітераціями. Результати розв'язування проілюструємо на графіках.

На рис. 1 зображено зміну різниці потенціалів трубопровід — поверхня ґрунту  $F$  та потенціалу труби  $U_T$  (відносно далекої землі) газопроводу «Союз» на ділянці 1478—1522 км. Катодні перетворювачі розміщені на відстанях 1480; 1491,5; 1501; 1510,5; 1516 км. На графіку видно, що величина  $U_T$  змінюється монотонно. Лінія величини  $F$ , яка знаходиться переважно над лінією  $U_T$ , залежно від величини пошкоджень то віддаляється від лінії  $U_T$  (якщо частка пошкоджень велика), то практично зливається з нею (якщо частка пошкод-

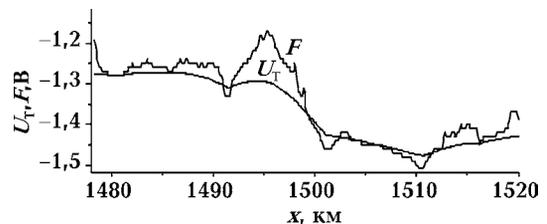


Рис. 1.

жень мала). Зазначимо, що частка пошкоджень цього відрізка труби незначна. На рис. 2 зображено змінення частки пошкоджень вздовж відрізка труби 1478—1522 км. З графіка видно, що на більшості поверхні труби частка пошкоджень значно менша за 0,001 і лише на відрізку 1489—1504 км в окремих місцях майже вдвічі більша. Відповідно вели-

чина  $F$  у точці 1995 км близька до  $-1$  В. Величина струму катодних перетворювачів у точках 1491,5 і 1501 км також більша, ніж на сусідніх.

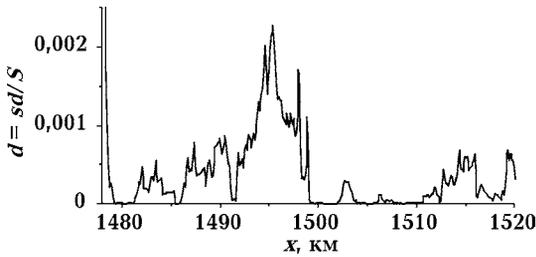


Рис. 2.

Змінення величини струму вздовж труби показано на рис.3. На відрізку від 1478 до 1480 км струм збільшується, а в точці 1480 км зменшується на 2,2 А (на величину струму катодного перетворювача), після чого від від'ємного значення величини зростає до нуля (на межі зони захисту). Від межі наступної зони захисту струм зростає до наступної точки дренажу і т. д.

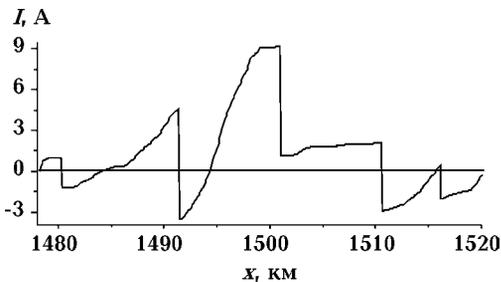


Рис. 3.

Запропоновані математичні моделі дають можливість оптимізувати режим роботи катодних перетворювачів. Знайдену за моделю величину частки пошкоджень можна використовувати для розрахунку струму катодних перетворювачів, які забезпечували б оптимальніший режим захисту. На рис. 4 зображено графіки величин  $U_i$  і  $F$  для різних режимів катодного захисту. Пунктирними лініями відтворено режим рис. 1, а суцільним лініям відповідає змінений режим роботи катодних перетворювачів. При цьому змінено витрати електроенергії у точках 1480 км з 2,2 до 1,5 А, у точці 1501 км — з 8 до 6 А, у точці

1510 км — з 5 до 2 А і у точці 1516 км — з 2,5 до 2 А.

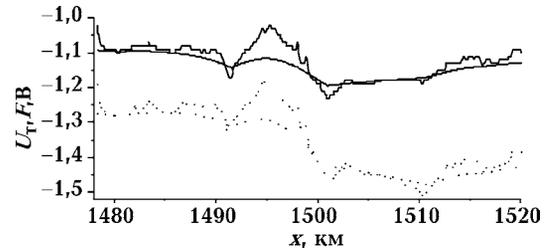


Рис. 4.

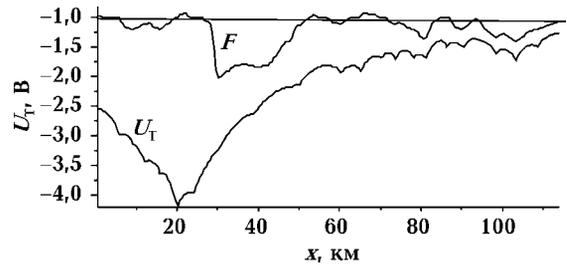


Рис. 5.

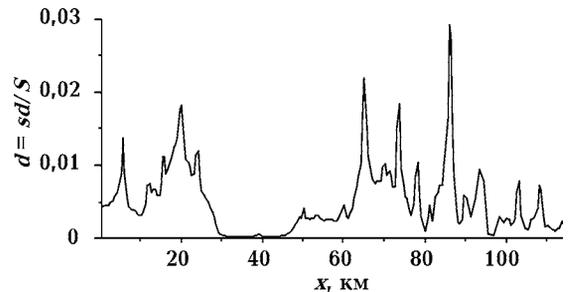


Рис. 6.

Проведені розрахунки на ділянці траси газопроводу «Союз» з досить якісним протикорозійним покриттям. Побудовано графіки за результатами розрахунків за цією моделлю і даними обстежень трубопроводу в Середній Азії. Вибрано ділянку траси завдовжки 113 км (позначимо умовно її координати від 0 до 113 км). На рис. 5 показано змінення величин  $F$  і  $U_i$  трубопроводу, протикорозійне покриття якого неякісне. На ділянці розміщено 24 діючі катодні перетворювачі, величина струму яких велика. У точках 19 й 20 км струм катодних перетворювачів дорівнював відповідно 20 і 50 А, однак не забезпечував на цій ділянці надійного захисту (різниця потенціалів трубопровід — поверхня ґрунту вища  $-1$  В). Зміна величини пошкоджень, показана

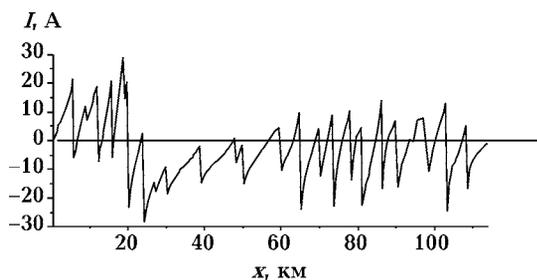


Рис. 7.

на рис. 6, значно більша, ніж на рис. 2. У такій ситуації навіть досвідченому спеціалісту-практику важко підібрати більш-менш надійний режим роботи. На рис. 7 видно, як змінюється величина струму вздовж трубопроводу. Як на рис. 3, так і на рис. 7 не для кожного катодного перетворювача можна виділити окрему зону захисту (відрізок трубопроводу, на якому величина струму зростає від нуля до найбільшого значення в точці дренажу, де зменшується на величину струму катодного перетворювача до найнижчого в цій зоні від'ємного значення, від якого зростає до нуля). Спостерігаємо також, коли в одну зону захисту потрапляє декілька катодних перетворювачів.

І в цьому випадку розрахунок параметрів захисту за запропонованою моделлю міг би допомогти спеціалісту-практику знайти опти-

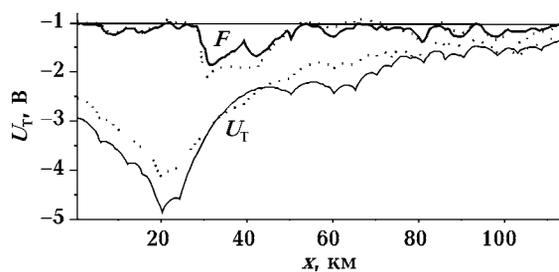


Рис. 8.

мальніший режим роботи. Рис. 8 ілюструє таку можливість. У цьому випадку потрібно було на тих ділянках трубопроводу, де величина  $F$  значно нижча за  $-1$  В, зменшити величину струму, а на тих, де  $F$  вища за  $-1$  В, збільшити її. На рис. 8 пунктирним лініям відповідають криві, зображені на рис. 5, а суцільним — оптимальніший режим роботи, за якого величина  $F$  в окремих місцях ближча до рівня  $-1$  В і не піднімається над ним. Зазначимо, що й раніше були спроби розрахунку параметрів захисту цього відрізка трубопроводу. Однак розв'язати цю задачу вдалось лише з вводом частки пошкоджень протикорозійного покриття замість величини перехідного опору його та використанням у математичній моделі залежності між поляризаційними різницею потенціалів і густиною струму (за даними поляризаційної кривої).

### Список літератури

- Лукович В. В. Математичне моделювання процесу поляризації трубопроводу // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. — 2008. — Вип. 44. — С. 10—12.  
Остапенко В. Н., Ягупольская Л. Н., Лукович В. В.,

- Кохановский И. Н., Егоров Е. В., Кузьменко Ю. А., Калькутин Ю. Г. Электрохимическая защита трубопроводов от коррозии. — Киев: Наук. думка, 1988. — 192 с.