

Топологічна структура деформацій векторних полів Морса-Смейла на тривимірних многовидах роду 2

І.М. Іванюк, О.О. Пришляк

Анотація Ми розглядаємо деформації полярих полів Морса-Смейла без замкнених траєкторій на замкнених тривимірних многовидах роду 2. За кожним полем будується діаграма Хегора. Ми описуємо перетворення діаграм, що відповідають деформаціям полів. Розглядаються діаграми Хегора роду 2, в яких не більше чотирьох точок перетину між меридіанами. Досліджено ситуацію, коли вершини можуть мати прості петлі. Описано всі можливі переходи від однієї діаграми до іншої, використовуючи операції ковзання, витягування петель, перестановки вершин місцями. Знайдено всі негомеоморфні діаграми та всі їх можливі перетворення.

Ключові слова Діаграми Хегора · функції Морса · тривимірні многовиди · топологічна еквівалентність

УДК 517.91

Вступ

Діаграми Хегора є зручним способом задання замкнених орієнтованих тривимірних многовидів. Нагадаємо, що трійка (F, u, v) називається *діаграмою Хегора* многовиду M , де $F = \partial H = \partial H'$ — загальна поверхня роду g кренделів, $u = \{u_1, \dots, u_g\}$ — система меридіанів кренделя H і $v = \{v_1, \dots, v_g\}$

— система меридіанів кренделя H' , $H \cup H' = M$ — розбиття Хегора многовида M .

У роботах [4], [5] за векторним полем Морса-Смейла без замкнених траєкторій на тривимірному многовиді було побудовано діаграму Хегора, то показано, що поля будуть топологічно еквівалентні тоді та тільки тоді, коли відповідні діаграми Хегора є гомеоморфними. Також діаграми Хегора використовуються для топологічної класифікації функцій на тривимірних многовидах. Простір орбіт функцій розглядались у роботі [3].

Ще діаграми Хегора роду 2 досліджувались в [6], [8], було доведено, що існує скінченне число розбиттів Хегора для кожного многовида роду 2.

Діаграми Хегора задають розклад тривимірного на ручки Смейла. При деформації векторного поля відбувається ковзання ручок, що на мові діаграм Хегора означає напівізотопію діаграми за допомогою додавання меридіанів, скорочення або утворення двокутників, перестановки меридіанів.

Основна мета роботи — описати всі можливі деформації полів Морса-Смейла на тривимірних многовидах за допомогою перетворення діаграм Хегора роду 2; знайти еквівалентні діаграми, складність яких не перевищує 4.

1 Діаграми Хегора

Тривимірний многовид відновлюється за своєю діаграмою Хегора однозначно: якщо трійка (F, u, v) є діаграмою Хегора як многовида M , так і многовида M_1 , то існує нерухомий на поверхні F гомеоморфізм $h : M \rightarrow M_1$.

Означення 1 Діаграми Хегора (F, u, v) , (F', u', v') многовидів M , M' називаються гомеоморфними, якщо існує такий гомеоморфізм $h : F \rightarrow F'$, що $h(u) = u'$, $h(v) = v'$ або $h(u) = v'$, $h(v) = u'$ (порядок меридіанів при цьому не має значення).

Будь-який гомеоморфізм $h : (F, u, v) \rightarrow (F', u', v')$ продовжується до гомеоморфізму $\hat{h} : M \rightarrow M'$ [1].

Означення 2 Діаграми Хегора (F, u, v) , (F', u', v') називаються ізотопними, якщо існує така ізотопія $\varphi_t : F \rightarrow F'$, що $\varphi_0 = 1$, $\varphi_1(u) = u'$, $\varphi_1(v) = v'$

Означення 3 Діаграми (F, u, v) , (F', u', v') називаються напівізотопними, якщо існують такі ізотопії $\varphi_t, \psi_t : F \rightarrow F'$, що $\varphi_0 = \psi_0 = 1$, $\varphi_1(u) = u'$ і $\psi_1(v) = v'$.

При ізотопії всі криві діаграми ковзають по поверхні як єдине ціле, тоді як при напівізотопії кожна сім'я рухається по-своєму. Ізотопні і напівізотопні діаграми визначають один і той же тривимірний многовид. Ми не міняємо кренделів H, H' відповідного розбиття Хегора, а тільки замінюємо в кожному з них меридіональні диски на ізотопні. Операцію зв'язної суми меридіанів, тобто операцію додавання одного меридіана до іншого можна застосувати до кожного сімейства u, v діаграми Хегора. Для простоти позначень покладемо, що крива u_2 додається до кривої u_1 .

Нехай (F, u, v) — діаграма Хегора і β — проста крива, що з'єднує меридіани u_1, u_2 діаграми і не має з кривими інших спільних точок. Нехай C — замкнений окіл об'єднання $u_1 \cup u_2 \cup \beta$ гомеоморфний диску з двома дірками і не перетинає інших кривих u . Позначимо $u_1 \# u_2$ компоненту краю, яка не ізотопна кривій u_1 чи кривій u_2 . Систему $\{u_1 \# u_2, u_2, \dots, u_g\}$ позначимо \tilde{u} .

Означення 4 Діаграма (F, \tilde{u}, v) отримується з діаграми (F, u, v) операцією додавання кривої u_2 до кривої u_1 вздовж кривої β .

Аналогічно визначається операція суми кривих системи v . Криві системи u до кривих системи v і навпаки додавати не можна. Додавання однієї кривої системи до іншої кривої того ж сімейства не змінює не тільки відповідного многовида, але і його розбиття Хегора — кренделі розбиття залишаються незмінними, змінюються тільки їх меридіальні диски.

Означення 5 Діаграми (F, u, v) і (F, u', v') називаються еквівалентними, якщо від однієї можна перейти до іншої за допомогою гомеоморфізмів, напівізотопій і операцій додавання одного меридіана до іншого.

Діаграми Хегора еквівалентні тоді і тільки тоді, коли еквівалентні відповідні їм розбиття Хегора. Еквівалентні діаграми дають з точністю до гомеоморфізму одне і те ж розбиття Хегора. Будь-яку систему меридіанів повного кренделя можна перевести в іншу за допомогою операцій зв'язної суми та ізотопій. Доведення цього в [1]

Нехай (F, u, v) — зв'язна діаграма Хегора. Гомеоморфні диску області, на які граф $u \cup v$ розрізає поверхню, будемо трактувати як криволінійні многокутники, вважаючи вершинами точки перетину меридіанів різних систем. Кожний многокутник має парне число сторін.

Означення 6 Діаграма Хегора (F, u, v) називається нормалізованою, якщо серед областей, на які меридіани розбиває поверхню, нема двокутників.

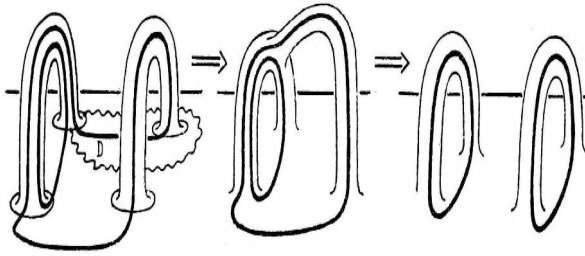


Рис.1

Будь-яка діаграма Хегора напівізотопна нормалізованим. Якщо дві нормалізовані діаграми напівізотопні, то вони ізотопні. Доведення цього факту можна зустріти в [1]

Якщо діаграма має хвилю, ми можемо застосувати до діаграми хвильове перетворення. Хвильове перетворення для діаграми Хегора полягає в тому, що одну діаграму Хегора замінюємо на еквівалентну їй діаграму. Нова діаграма завжди простіша попередньої, тому що при хвильовому перетворенні загальне число точок перетину меридіанів строго зменшується. Нехай (F, u, v) — нормалізована діаграма.

Означення 7 Проста крива $l \subset F$ називається u -хвилею (або просто хвилею), якщо: 1) її кінці лежать на одному з меридіанів u_i системи u ; 2) інших спільних точок з меридіанами u, v крива l не має; 3) кінцеві точки кривої l належать до різних дуг, на які меридіани v розбивають меридіан u_i ; 4) в цих двох точках крива l підходить до меридіана з однієї сторони.

Геометричний зміст хвильового перетворення. Зобразимо крендель H у вигляді сфери з ручками, в основі яких лежать меридіани u_1, u_2, \dots, u_g . Позначимо через D диск на краю сфери, обмежений хвилею і тією частиною меридіана u_i , яка відкидається при хвильовому перетворенні. Тоді хвильове перетворення можна інтерпретувати як протягування по ручці з номером i тих ручок, основа яких лежить на диску D (Рис.1).

2 Структура діаграм Хегора роду 2

Нехай (F, u, v) — нормалізована діаграма. Якщо поверхню F розрізати по меридіанах u_1, \dots, u_g , то отримаємо сферу з $2g$ дірками D_1, D_2, \dots, D_{2g} , які зручно інтерпретувати як виділені диски на сфері. Дірки природним чином

розбити на пари — в кожному парі D_{2i-1} , D_{2i} входять дівки, що відповідають меридіану u_i . Меридіани при цьому розріжуться на дуги, які різним способом з'єднують дівки. Для того, щоб за таким зображенням відновити діаграму Хегора однозначно, потрібно знати, як край кожної дівки D_{2i-1} склеюється з краєм дівки D_{2i} . Зручно занумерувати для цього точки перетину меридіану u_i з меридіанами v в тому порядку, в якому вони зустрічаються при обході меридіану u_i , і ці номери зберегти при розрізанні.

Розіб'ємо всі нормалізовані діаграми Хегора роду 2 на три класи. k паралельних дуг, що з'єднують одну дівку з іншою, будемо позначати однією дугою, поміченою числом k . В загальному випадку, коли на діаграмі немає простих петель, $a = e$, $b = f$

Означення 8 Діаграма Хегора (F, u, v) роду 2, що зображені на рис.2, будемо називати діаграмами типу I, II або III, відповідно.

Теорема 1 ([1]) Будь-яка нормалізована діаграма роду 2 гомеоморфна діаграмі одного з типів I, II або III.

Позначимо через a_{ij} ($i < j$) число дуг, з'єднує дівку D_i з дівкою D_j . На краях дірок D_1, D_2 повинно закінчуватись однакове число дуг, те саме справедливо для дірок D_3, D_4 . Тому числа a_{ij} повинні задовольняти співвідношення $a_{ij} \geq 0$ і систему (*): $a_{1,3} + a_{1,4} + a_{1,1} = a_{2,3} + a_{2,4} + a_{2,2}$, $a_{1,3} + a_{2,3} + a_{3,3} = a_{1,4} + a_{2,4} + a_{4,4}$. Якщо кожну дівку стягнути в свою точку і кожний пучок паралельних дуг замінити на одну дугу, то отримаємо граф $G \subset S^2$. Ми повинні за допомогою інваріантного на вершинах гомеоморфізму сфери перевести його в один із графів G_I, G_{II}, G_{III} (Рис.1). Гомеоморфізм сфери може переставляти вершини, але тільки так, щоб вершини однієї пари, тобто 1 і 2, або 3 і 4, переставлялись як єдине ціле. Таких гомеоморфізмів багато. Можна, наприклад, будь-яку дугу, що з'єднує вершини 1 і 2, перевести у відрізок, а будь-яку петлю з кінцями в вершині 1, яка відокремлює вершину 3 від вершини 2, 4 — в звичайну петлю, що охоплює вершину 3.

Можливі три випадки:

- 1) граф G не має петель і подвійних ребер;
- 2) немає петель, але є подвійні ребра;
- 3) є петлі.

Ці випадки відповідають типам I, II, III. Розглянемо їх детальніше. 1) Нехай немає петель і подвійних ребер. Тоді з системи $a_{1,3} = a_{2,4}$, $a_{1,4} = a_{2,3}$. Покладемо $a = a_{1,3} = a_{2,4}$, $b = a_{1,2}$, $c = a_{3,4}$ і $d = a_{1,4} = a_{2,3}$. Якщо

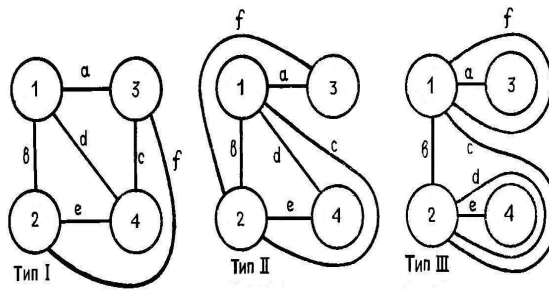


Рис.2

$a, b, c, d > 0$, то граф G — це повний граф з чотирма вершинами, тобто граф з 4 вершинами, будь-які дві з яких з'єднані тільки одним ребром. Граф G_I також має таку властивість. Оскільки всі вкладення такого графа в сферу еквівалентні (від одного можна перейти до іншого гомеоморфізмами сфери), то гомеоморфізм, за допомогою якого граф G переходить в граф G_I існує.

2) Нехай немає петель, але є подвійні ребра. Кожне подвійне ребро повинно розбивати сферу на дві частини, кожна з яких містить тільки одну вершину, в іншому випадку ребра були б паралельні, і ми замінили б їх на одне ребро. Можна вважати, що загальний початок пари подвійних ребер знаходиться у вершині 1. Тоді їх загальний кінець не може знаходитись у вершині 3 або 4, так як тоді система (*) буде несумісною. Тому загальний кінець подвійного ребра знаходиться у вершині 2 і гомеоморфізмом сфери його можна з'єднати з подвійним ребром графа G_{II} .

3) Нехай є петлі. Кожна петля розбиває сферу на частини, одна з яких містить тільки одну вершину. Будемо вважати, що петля починається з вершини 1. Тоді вона не може охоплювати вершину 2 — система (*) буде несумісною. Вершини 3 і 4 рівноправні. Тому можна вважати, що петля охоплює вершину 3. За допомогою гомеоморфізму сфери її можна перевести в аналогічну петлю графа G_{III} . $a_{2,2} = a_{1,1}, a_{1,3} = a_{2,4}$, петля з кінцями в вершині 2 повинна охоплювати вершину 4.

Розглянемо, діаграми яких типів допускають u -хвилю. В діаграмі типу III хвиля є завжди. В діаграмі типу II хвиля є тільки за умови $a = 0$ або $d = 0$. Якщо $c = d = 0$, то u -хвиля є і в діаграмі типу I. Випадки $b = d = 0, a = b = 0, a = c = 0$ будуть аналогічні, за рахунок перестановки першої і другої пари дірок або за рахунок перестановки 3-ї і 4-ї дірки можна завжди замінити a на d і b на c .

Якщо брати тільки многовиди, а не їх діаграми, то діаграми з хвилями можна не розглядати, оскільки вони спрощуються за допомогою хвильових перетворень. При цьому існування не тільки u -, але і v -хвилі можна побачити, виходячи з діаграми. Наприклад, якщо один з орієнтованих меридіанів v_i системи v входить в якусь дірку в одній точці, то v -хвиля існує. На основі опису структури діаграми Хегора роду 2 існує такий алгоритм переліку замкнених орієнтованих тривимірних многовидів, рід яких не більше 2:

1. По черзі перерахувати всі набори значень параметрів a, b, c, d .

2. Для кожного з них побудувати діаграму типу I або II. Щоб знати, як ототожнюються краї дірок, потрібно занумерувати на кожній з них кінці дуг в циклічному порядку. На непарних дірках можна вибрати додатній напрям обходу і нумерації зафіксувати, тоді на відповідних парних дірках потрібно вибрати від'ємний напрям обходу і послідовно перебрати всі циклічні перестановки.

3. З'ясувати, чи дійсно побудована діаграма буде діаграмою Хегора. Для цього, потрібно перевірити, чи буде рівно дві криві, і чи не розбивають вони поверхні. Якщо ці дві умови виконуються, то діаграма буде діаграмою Хегора деякого замкненого орієнтованого многовида роду не більше 2.

3 Деформація діаграм Хегора

Розглянемо на діаграмі Хегора крім петель, які обходять інші вершини, ще і прості петлі.

Означення 9 Простою петлею на діаграмі Хегора назвемо дугу, початок і кінець якої належать одній вершині, і яка при цьому вона не обходить інші вершини.

С.В. Матвеев ввів поняття складності для тривимірних многовидів [9]. А ми під складністю діаграми Хегора будемо розуміти таке:

Означення 10 Складністю діаграми Хегора назвемо кількість точок перетину між меридіанами, тобто сумарну кількість всіх дуг і простих петель на діаграмі.

Розглядаємо діаграми Хегора роду 2, гомеоморфні діаграмам типу I, II, III складності 4.

Теорема 2 Існує 15 діаграм Хегора складності 4, 6 діаграм складності 3, одна складності 2. Всі вони описані в таблиці.

a, b, c, d, e, f — дуги, що з'єднують вершини, 1,2,3,4 — номер вершини, в таблиці вказуємо кількість простих петель, що відповідає даній вершині.

	a	b	c	d	e	f	1	2	3	4	тип
1	1	2	—	—	1	—	—	—	—	—	I
2	1	1	1	—	1	—	—	—	—	—	II
3	1	1	—	—	—	—	—	1	—	—	I
4	1	1	1	—	1	—	—	—	—	—	I
5	1	—	1	—	—	1	—	—	—	1	I
6	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	I
7	—	1	3	—	—	—	—	—	—	—	I
8	1	—	—	1	1	1	—	—	—	—	I
9	—	1	1	1	—	1	—	—	—	—	I
10	—	2	—	1	—	1	—	—	—	—	I
11	—	1	1	1	—	1	—	—	—	—	II
12	—	1	1	—	—	—	—	—	1	1	I
13	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—	I
14	—	1	—	1	—	1	—	—	—	—	I
15	—	1	2	—	—	—	—	—	—	—	I
16	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	II
17	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	I
18	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	II
19	—	—	2	1	—	1	—	—	—	—	I
20	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	I
21	1	—	2	—	1	—	—	—	—	—	II
22	—	—	2	1	—	1	—	—	—	—	II

Можливі наступні рухи для діаграм: 1) витягування простих петель, 2) ковзання 3) попарна перестановка вершин (1),(2) між собою або (3) і (4).

Теорема 3 Якщо існує деформація, то вона реалізується рухами 1), 2), 3), Кожен рух задаємо парю діаграм, від однієї можна перейти до іншої послідовністю рухів. Всі можливі рухи: 1-10, 1-13, 1-15, 1-19, 2-11, 2-13, 2-15, 2-16, 3-5, 3-13, 3-14, 3-20, 4-9, 5-13, 5-17, 5-20, 8-9, 10-14, 10-15, 11-14, 11-15, 11-16, 12-20, 13-14, 13-17, 13-20, 14-20, 16-18, 16-20, 17-20, 18-20, 21-15, 21-16, 22-15, 22-18

Доведення. Ми можемо попарно міняти місцями вершини (1) і (2) між собою, а також (3) і (4), отримуючи при цьому еквівалентні діаграми Хегора. Так, якщо в діаграмі 1 поміняти місцями вершини (3) і (4), отримаємо діаграму 10, таким чином діаграма 1 еквівалентна діаграмі 10, 2 — діаграмі

11, 3 — 5, 4 — 9, 13 — 14, 13 — 17, 16 — 18, 19 — 1, 21 — 22. Витягуючи петлю з вершини кількість точок перетину меридіанів буде зменшуватись на 2. Так в графі 3, якщо витягнути з вершини (2) петлю, то отримаємо граф 20; витягнувши петлю у графі 5, прийдемо також до 20. Витягуючи петлю у графі 12 одразу скоротяться 2 петлі, і вийде граф 20. Розглянемо, як одна діаграма переходить в іншу при ковзанні. Кожна діаграма повинна містити дві криві. Для діаграми 1 можливі випадки: 1) Два ребра, що з'єднують вершини (1) і (2), належать різним кривим. 2) Два ребра, що з'єднують вершини (1) і (2), належать одній кривій; Розглянемо перший випадок. В діаграмі 1 дірки (1) і (3) з'єднані ребром. Візьмемо вершину (3) і протягнемо її через дірку (1), вийде вона через вершину (2), таким чином кількість точок перетину меридіанів зменшиться на 1, і граф 1 перейде у 13. У другому випадку, якщо ребро пройде крізь дірку (1), і вийде через (2), то отримаємо діаграму 15. Для графа 2 також можливі такі випадки розташування кривих: 1) b — це перша крива, a, c, e належать до другої кривої; 2) b, c — перша крива, a, e — друга 3) c — перша крива, a, b, e — друга Якщо b — окрема крива, то вершина (3) входить у вершину (1), виходить із (2) і переходить у граф 13. У другому випадку при такому русі отримаємо граф 15. Якщо a, b, e належать одній кривій, то ми перейдемо у граф 16. У діаграмі 3 протягуючи вершину (3) крізь (1), вийдемо з (2), граф перейде у 14. Також вершина (4) має спільну дугу з (1). Якщо ми будемо рухати (4) крізь (1), вийдемо з (2), отримаємо діаграму 13. В діаграмі 5 вершину (1) будемо протягувати крізь (3), вийдемо з (4), отримаємо 17, також вершини (2), (3) з'єднані дугою, операцією ковзання перейдемо до 13. У 8 (1) і (3) з'єднані дугою, ковзаючи, вершина (1) вийде з (4), діаграма перетвориться на 9. Для діаграми 10 можливі випадки: 1) Два ребра між вершинами (1) і (2) належать різним кривим. 2) Два ребра між вершинами (1) і (2) — це одна крива; Вершини (1) і (4) з'єднані дугою, у випадку 1) при ковзанні отримаємо 14, у другому 15. В діаграмі 11 можливе таке розташування кривих: а) b — окрема крива; б) c — окрема крива; в) b і c належать одній кривій. У випадку а) при ковзанні вершини (3) по (2) перейдемо до 14, у б) до 18, у в) до 15

В діаграмах 13, 16 вершини (1), (3) з'єднані ребром. Вершину (3) протягуємо крізь (1), виходимо із (2) і переходимо до діаграми 20. У діаграмі 14, 18 вершини (1) і (4) з'єднані ребром, вершина (4) рухаючись крізь (1), вийде з (2), в результаті отримаємо 20. У 17 вершини (2) і (3) мають спільне ребро, рухаємо (2) крізь (3) вийдемо через (4), і перейдемо до 20. У 19 вершини (3)

і (4) з'єднані двома ребрами. Якщо вони з різних кривих, то протягуючи (1) крізь (4), які мають спільне ребро, отримаємо 17, якщо (3),(4) — одна крива, то маємо 15. У діаграмах 14, 18 вершини (1) і (4) мають спільну дугу, операцією ковзання у обох випадках кількість точок перетину меридіанів зменшиться з трьох до двох і отримаємо 20. В 21-ій діаграмі вершини (1) і (2) з'єднані двома дугами, які обходять вершину (4), вони можуть належати одній або різним кривим: 1) дві дуги c — перша крива, a, e — друга, 2) одна дуга c — перша крива, a, e і інша дуга c — друга крива. У першому випадку дірка (3) пройшовши крізь вершину (1) перейде у граф 15, у другому — у 16. Подібна ситуація для №22, c складається з двох дуг: 1) дві дуги c — перша крива, f, d — друга, 2) одна дуга c — перша крива, f, d та інша дуга c — друга крива. У першому випадку дірка (3) пройшовши крізь вершину (1) перейде у граф 15, у другому — у 18. Теорему доведено.

Висновки

В роботі для дослідження деформацій векторних полів на тривимірних многовидах використано діаграми Хегора роду два, в яких кількість точок перетину меридіанів не перевищує 4, описані еквівалентні діаграми. Кожна деформація задається послідовністю, описаною в теоремі 2. Було б цікаво узагальнити отримані результати для діаграм Хегора роду 3. Ми також сподіваємось, що результати цієї роботи будуть використані для дослідження деформацій функцій на тривимірних многовидах.

Література

1. Матвеев С.В., Фоменко А.Т. Алгоритмические и компьютерные методы в трехмерной топологии. Издательство Московского университета, 1991, 301с.
2. Matveev S.V. Algorithmic Topology and Classification of 3-Manifolds. Second Edition / Springer, 2007. - 492p.
3. Maksimenko S.I. Homotopic types of right stabilizers and orbits of smooth functions on surfaces / Ukrainian Mathematical Journal, vol. 64, no. 9, 2012. - p.1186–1203
4. Пришляк А.О. Векторные поля Морса-Смейла без замкнутых траекторий на трехмерных многообразиях // Мат. заметки, том 71, вып. 2, 2002.-с.254–260
5. Пришляк А.О. Топологическая эквивалентность функций и векторных полей Морса-Смейла на трехмерных многообразиях // Праці укр. мат. конгресу, 2001. – Київ: 2003. – с.29–38
6. Прасолов В.В., Сосинский А.Б. Узлы, зацепления и трехмерные многообразия // М.: МЦНМО, 1997, - 352с.
7. Пришляк О.О. Теорія Морса. Київ, 2002. - 65с.
8. Hass J. Genus Two Heegaard Splittings: Proc. of the Amer. Math. Society. - 1992. - Vol.114, №2. - p.565–570.
9. Cattabrica M., Mulazzani M., Vesnin A. Complexity, Heegaard diagrams and generalized dunwoody manifolds. Bologna, Univ.of Bologna, 2008. - p.2–15

І.М. Іванюк, О.О. Пришляк

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.

E-mail: ivanna.ivanyuk@gmail.com, prishlyak@yahoo.com

Ivanna M. Ivanyuk, Alexandr O.Ptishlyak

The topological structure deformation functions of three-dimensional manifolds of genus 2

We consider the deformation of polar Morse-Smale vector fields without closed orbit on closed 3-manifolds. Heegaard diagram are building by the field. We describe diagram transformation corresponded to deformation of field. We consider Heegaard diagrams of genus 2, which have four and less points of intersection between meridians. The situation that the vertices have a simple loop are investigated. All possible transformations of diagram was describing, using the operations of sliding, pulling loops, permutations of the vertices. Thus we find all nonhomeomorphic diagrams and all possible transformations of it.