УДК 621.35

## Ермоленко И. Ю.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ КАТОДНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЖЕЛЕЗА ИЗ ЭЛЕКТРОЛИТОВ НА ОСНОВЕ Fe (III)

Методом линейной вольтамперометрии изучены особенности катодного восстановления железа из электролитов на основе  $Fe^{3+}$ . Показано, что в ходе катодной реакции происходит одновременный разряд ионов  $Fe^{3+}$ ,  $FeOH^{2+}$  и  $FeO^+$ , причем соотношение их концентраций определяется степенью гидролиза железа и pH раствора. Установлены кинетические закономерности катодной реакции, определены характеристические параметры отдельных стадий и предложен механизм процесса восстановления  $Fe^{3+}$ .

**Ключевые слова:** адсорбция, гидролиз, железо, кинетика, катодное восстановление, механизм процесса, электролит.

#### 1. Введение

Одним из аспектов эксплуатации машин, узлов и агрегатов сельскохозяйственной, военной, авиационной и космической техники является их длительное использование в условиях агрессивных сред и повышенных температур. Такой режим эксплуатации является причиной преждевременного износа деталей вследствие коррозионных процессов и механических повреждений. Наиболее оптимальным вариантом восстановления и защиты поверхностей деталей таких устройств уже долгое время остается нанесение функциональных металлических покрытий. Поскольку электрохимическое осаждение покрытий отличается сравнительной простотой, доступностью контроля и автоматизации процесса, а также широкими возможностями варьирования свойств получаемых покрытий, такой метод можно считать наиболее удобным и экономически выгодным. В последнее время внимание исследователей вполне заслуженно привлекают покрытия двойными и тройными сплавами железа с молибденом и вольфрамом.

Несмотря на множество проводимых исследований в этом направлении, актуальными и перспективными остаются научно-технические разработки для создания новых и усовершенствования существующих технологий получения электролитических покрытий на основе железа, которые предусматривают определение особенностей катодного восстановления железа, как основного компонента сплава.

## 2. Анализ исследований публикаций и постановка проблемы

Сочетание ценных качеств индивидуальных металлов в сплаве дает возможность придавать поверхности деталей разнообразные физико-химические и механические свойства, такие как высокая износостойкость, твердость и коррозионная стойкость [1, 2]. Следует отметить, что комплекс физико-химических свойств, присущих сплавообразующим компонентам [3, 4], с одной стороны, позволяет получать покрытия с уникальными функциональными характеристиками, а с другой — определяет довольно сложное, кардинально разнящееся их поведение в водных растворах, что создает некоторые сложности

при разработке электролитов. Основная часть применяемых в промышленности электролитов разработана на основе железа (II) [5, 6]. Это является причиной их нестабильности вследствие окисления Fe<sup>2+</sup> кислородом воздуха до Fe<sup>3+</sup> с последующим образованием взвеси Fe(OH)3. Кроме того, высокая склонность ионов железа (III) к гидролизу усложняет интерпретацию получаемых экспериментальных данных [7, 8]. Чтобы этого избежать, в основном используються кислые електролиты, рН которых не превышает 2. Однако, такой подход значительно усложняет соосаждение железа с вольфрамом и молибденом, оксометаллаты которых в кислой среде существуют преимущественно в виде изополианионов состава  $[H_2W_{12}O_{40}]^{6-}$  и  $[Mo_7O_{24}]^{6-}$  [9, 10], что существенно снижает скорость восстановления металлов. При таких условиях содержание молибдена и вольфрама в получаемых сплавах, как правило, не превышает 3 масс. % [11]. Для повышения износостойкости деталей предлагается проводить упрочнение электролитических покрытий последующей химико-термической обработкой посредством сульфоцианирования [12], что, в свою очередь, связано с использованием агрессивных реагентов.

На наш взгляд, решение такого рода проблем возможно путем создания электролита на основе железа (III) с использованием лиганда, позволяющего стабилизировать катион и одновременно повысить рН электролита до уровня, удовлетворяющего условиям диссоциации изополиоксометаллатов

#### 3. Цель и задачи исследования

Целью данной роботы является определение кинетических закономерностей и механизма восстановления железа (III) — основного компонента сплава.

Достижение поставленной цели возможно путем решения следующих задач:

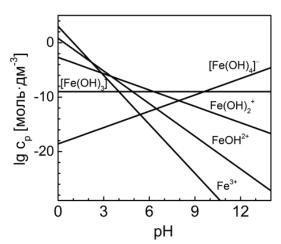
- определение тенденций в установлении ионных равновесий в растворах на основе  $Fe^{3+}$ ;
- изучение особенностей катодного восстановления железа (III) в зависимости от концентрации в электролите и pH раствора;
- определение характеристических параметров отдельных стадий катодной реакции.

### 4. Методика эксперимента

Изучение кинетических закономерностей катодного процесса проводили на электродах из стали 20 с рабочей площадью  $7.8 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  в растворе с варьированой концентрацией железа (III) сульфата 0,002...0,02 моль/дм<sup>3</sup> на фоне 1 M Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. Кислотность рабочих растворов контролировали рН-метром рН-150 М со стеклянным электродом ЭСЛ-6307. В дальнейшем все потенциалы приведены относительно нормального водородного электрода. Исследования проводили в стеклянной ячейке по трехэлектродной схеме с хлорсеребряным электродом сравнения ЭВ-1М1, в качестве вспомогательного применяли платиновый сетчатый электрод. Поляризационные измерения проводили с использованием потенциостата ПИ-50-1.1 с программатором ПР-8, скорость развертки потенциала варьировали в интервале  $2 \cdot 10^{-3} ... 1 \cdot 10^{-1}$  В/с. Регистрацию выходных параметров осуществляли по специально разработанной программе «Поляризация» на ЭВМ. Обработку результатов проводили по известному [13] алгоритму.

## Результаты исследований катодного восстановления железа (III) и их обсуждение

Склонность железа к гидролизу определяет достаточно сложное поведение системы  $\mathrm{Fe^{3^+}\text{-}H_2O}$  [14], которое существенно зависит от рН раствора и исходной концентрации ионов  $\mathrm{Fe^{3^+}}$ . Как видно из концентрационнологарифмической диаграммы (рис. 1) при рН 2,2...3,3 в водном растворе преобладают ионы  $\mathrm{Fe^{3^+}}$  и  $\mathrm{FeOH^{2^+}}$ .



**Рис. 1.** Концентрационно-логарифмическая диаграмма гетерогенной системы  $Fe^{3+}$ - $H_2O$ 

Исходя из расчета констант гидролиза, установлено, что при исходной концентрации  $(c^0)$   $\mathrm{Fe^{3+}}$  0,04 моль/дм³ истинное содержание  $\mathrm{FeOH^{2+}}$  составляет 40%. Естествеенно, что с уменьшением концентрации сульфата железа (III) степень гидролиза увеличивается, и, соответственно, растет содержание ионов  $\mathrm{FeOH^{2+}}$  (табл. 1). При этом следует учесть, что с увеличением содержания в растворе  $\mathrm{FeOH^{2+}}$  возрастает вероятность протекания реакций:

$$FeOH^{2+} + H_2O \leftrightarrow Fe(OH)_2^+ + H^+,$$

$$Fe(OH)_2^+ \leftrightarrow FeO^+ + H_2O.$$
(1)

Таблица 1

Зависимость содержания ионных форм железа (III) и pH электролита от исходной концентрации ионов Fe<sup>3+</sup>

№ электролита	<i>с</i> <sup>0</sup> (Fe <sup>3+</sup> ), моль/дм <sup>3</sup>	рН электролита	Истинное содержание в растворе, %	
			Fe <sup>3+</sup>	FeOH <sup>2+</sup>
1	0,04	2,5	60	40
2	0,02	2,7	44	56
3	0,01	3,3	20	80

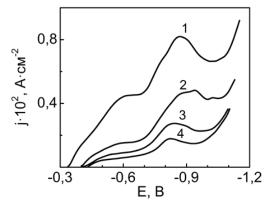
Таким образом, катодное восстановление железа будет происходить одновременно из нескольких ионных форм, а вклад каждой из реакций в общий процесс будет определяться начальной концентрацией сульфата железа (III) и рН электролита.

Результаты вольтамперометрических исследований вполне подтверждают рабочую гипотезу. Катодные поляризационные зависимости восстановления железа (III) из раствора  $Fe_2(SO_4)_3$  варьированной концентрации на фоне  $1 \text{ моль/дм}^3 \text{ Na}_2SO_4$  (рис. 2) имеют классическую форму с двумя волнами, отражающими стадийность процесса:

Fe<sup>3+</sup> + 
$$e$$
 = Fe<sup>2+</sup>;  
 $E_p = 0.77 + 0.059 \lg [c(Fe^{3+})/c(Fe^{2+})],$  (2)

$$Fe^{2+} + 2e = Fe^{0};$$
  
 $E_{p} = -0.44 + 0.0295 \lg c (Fe^{2+}).$  (3)

При исходной концентрации ионов  $Fe^{3+}$  0,04 моль/дм<sup>3</sup> на поляризационной зависимости в интервале потенциалов -0,34...-0,60 В наблюдается рост плотности тока с площадкой предельного тока при потенциалах -0,60...-0,68 В, после чего происходит увеличение скорости процесса, соответствующее активному восстановлению металла, с четко выраженным пиком при потенциале -0,86 В (зависимость 1 на рис. 2). Учитывая тот факт, что в электролите № 1 преобладают ионы  $Fe^{3+}$ , вклад реакции (2) на первой стадии процесса восстановления будет превалирующим.



**Рис. 2.** Вольтамперограммы восстановления железа из раствора  $Fe_2(SO_4)_3$  на фоне 1 M  $Na_2SO_4$ , c  $(Fe^{3+})$ , моль/дм<sup>3</sup>: 0,04 (1); 0,02 (2); 0,01 (3); 0,004 (4). Скорость сканирования s, B/c:  $2 \cdot 10^{-2}$ 

Уменьшение концентрации ионов железа (III) (зависимости 2–4 на рис. 2) вызывает сдвиг потенциала начала волны в катодную область, что характерно для

процессов с диффузионными ограничениями и наличием адсорбции. При этом плотность тока уменьшается в 2,5 раза, а волна становится более пологой, что также свидетельствует об адсорбции реагента и увеличении вклада в общий катодный процесс следующих реакций:

$$[\text{FeOH}]_L^{2+} \rightarrow [\text{FeOH}]_S^{2+},$$
 (4)

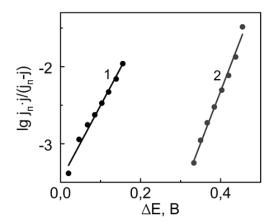
$$[\text{FeOH}]_S^{2+} + \overline{e} \rightarrow [\text{FeOH}]_S^+,$$
 (5)

$$FeO_I^+ \to FeO_S^+,$$
 (6)

$$FeO_s^+ + \overline{e} \rightarrow FeO_s$$
. (7)

Порядок реакции по ионам  ${\rm Fe^{3^+}}$  при потенциалах  $-0.54~{\rm B}$  и  $-0.78~{\rm B}$  равен 0.55 и 0.50 соответственно, что подтверждает предположение о восстановлении железа из разных ионных форм.

Линеаризация обеих волн поляризационных зависимостей в координатах смешанной кинетики (рис. 3) с угловым коэффициентом больше 59 мВ свидетельствует о необратимости процессов и наличии химической стадии [15].



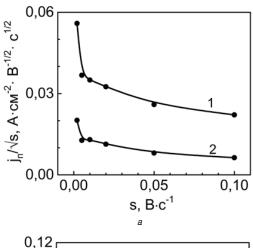
**Рис. 3.** Тафелевские зависимости для первой (1) и второй (2) волн катодной вольтамперограммы в растворе 0.02 моль/дм $^3$   $Fe^{3+}$ , 1 M  $Na_2SO_4$ . Скорость сканирования s, B/c:  $2 \cdot 10^{-2}$ 

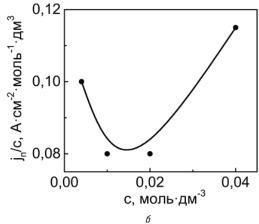
С увеличением исходной концентрации ионов  $Fe^{3+}$  наблюдается значительное повышение плотности тока в интервале потенциалов -0.70... -0.92 В, при которых преимущественно реализуется процесс восстановления железа (III) до железа (II), и на вольтамперограмме появляется четко выраженный пик с небольшим падением плотности тока перед потенциалом выделения водорода. Следует отметить, что в отличие от электролита № 1, в электролитах № 2–4 плотность тока пика второй волны в два раза превышает аналогичный показатель первой. Очевидно, интенсификация катодного процесса связана с разрядом железа одновременно из нескольких ионных форм.

Для обоснования механизма восстановления и стадийности процесса целесообразно использовать алгоритм анализа поляризационных зависимостей, который базируется на определении характеристических параметров электрохимической реакции [13].

Характер зависимости  $j_{\Pi}$  / $\sqrt{s}$  – s (рис. 4, a) свидетельствует о необратимости катодного процесса, причем уменьшение  $j_{\Pi}$  / $\sqrt{s}$  при малых скоростях развертки и зависимость  $E_{\Pi}$  от s указывает на адсорбцию реагента,

что соответствует реакциям (4) и (6). Рассчитанные характеристические критерии реакции восстановления  $\mathrm{Fe}^{3+}$  в интервале потенциалов -0.34...-0.60 В (критерий Семерано  $X_S=0.5$  и концентрационный критерий  $X_c=1$ ) свидетельствуют о замедленной реакции разряда. Снижение  $X_S$  до 0.13 при увеличении скорости сканирования в указанных пределах потенциалов, как и характер зависимости  $j_{\Pi}/c-c$  (рис. 4,  $\delta$ ), указывают на последующую каталитическую химическую стадию.



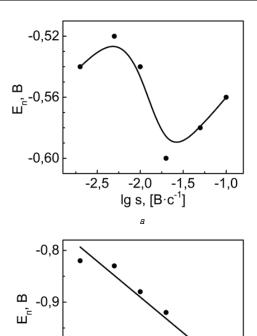


**Рис. 4.** Зависимости характеристических критериев первой волны катодного восстановления железа:  $a \longrightarrow j_n/\sqrt{s}$  от скорости развертки потенциала в растворе  $\mathrm{Fe_2(SO_4)_3}$  на фоне 1 M  $\mathrm{Na_2SO_4}$ , c ( $\mathrm{Fe^{3+}}$ ), моль/дм<sup>3</sup>: 0,04 (1); 0,02 (2);  $b \longrightarrow j_n/c$  от концентрации ионов  $\mathrm{Fe^{3+}}$  на фоне 1 M  $\mathrm{Na_2SO_4}$  при  $s = 2 \cdot 10^{-2}$  B/c

Ход зависимости  $E_{\pi}$  –  $\lg s$  отражает вклад последующей химической реакции, а линеаризация зависимости при увеличении скорости развертки (0,02...0,1 B/c) свидетельствует об адсорбции ее продуктов на поверхности электрода (рис 5, a). Следует добавить, что линейный характер  $E_{\pi}$  –  $\lg s$  для второй волны вольтамперограммы (рис. 5,  $\delta$ ) подтверждает наличие на поверхности электрода адсорбированных частиц.

В то же время, синусоидальный характер зависимости  $E_{\Pi}$  первой волны от  $\lg s$  (рис. 5, a), во-первых, подтверждает каталитический характер последующей химической реакции; во-вторых, может указывать на протекание электрохимической реакции одновременно по нескольким механизмам, что вполне согласуется с предположением о разряде разных форм электродноактивных частиц.

-1,0



Б
Рис. 5. Зависимость потенциала пика первой (a) и второй (б)
волны катодной вольтамперограммы железа от скорости развертки потенциала в растворе на фоне 1 М Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> при концентрации
Fe<sub>7</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>, 0,02 моль/дм<sup>3</sup>

-2,0

lg s, [B·c<sup>-1</sup>]

-1,5

-1.0

-2,5

Следовательно, кроме реакций (2, 4–7) первый этап восстановления включает стадию:

$$FeOH_S^+ \leftrightarrow Fe_S^{2+} + OH_L^-.$$
 (8)

Величина  $X_s$  в интервале потенциалов -0,70...-0,92 В равна 0,5, что говорит о замедленной стадии разряда. Уменьшение характеристичнского критерия  $j_{\Pi}/\sqrt{s}$  второй волны вольтамперограммы катодного восстановления железа при небольших скоростях развертки потенциала и рост параметра  $j_{\Pi}/c$  при снижении  $c^0(\mathrm{Fe}^{3+})$  подтверждают присутствие адсорбированных частиц на поверхности электрода. Это дает основания предполагать, что, кроме реакции (2), при потенциалах второй волны -0,70...-0,92 В протекает параллельная реакция восстановления адсорбированных на поверхности катода частиц:

$$FeO_S + 2\overline{e} + 2H^+ \leftrightarrow Fe + 2H_2O,$$
 (9)

в результате чего происходит увеличение плотности тока, как и скорости процесса в целом.

Таким образом, полученные результаты создают предпосылки для управления процессом катодного восстановления железа (III) посредством варьирования концентрации основного компонента в растворе, рН среды, путем введения лиганда, образующего с железом (III) растворимые комплексы и создающего предпосылки для стабилизации кислотности раствора.

#### 6. Выводы

Таким образом, анализ полученных результатов показывает, что:

- соотношение концентраций электродноактивных частиц в растворе, как и рН электролита, определяется исходной концентрацией ионов  $\mathrm{Fe}^{3+}$  и степенью гидролиза;
- при катодной поляризации происходит одновременный разряд ионов  $\mathrm{Fe^{3^+}}$ ,  $\mathrm{FeOH^{2^+}}$  и  $\mathrm{FeO^+}$ ;
- электрохимическая реакция восстановления железа (III) лимитируется стадией переноса заряда, определяется адсорбцией ионов  ${\rm FeOH^{2+}}$  на поверхности электрода и химической стадией диссоциации ионов  ${\rm FeOH^{+}}$ .

Совокупность полученных результатов является теоретической базой разработки стабильного электролита на основе железа (III) для формирования электролитических покрытий сплавами железа.

#### Литература

- Podlaha, E. J. Induced codeposition: III. Molybdenum alloys with nickel, cobalt and iron [Text] / E. J. Podlaha, D. Landolt // J. Electrochem. Soc. The Electrochemical Society. — 1997. — Vol. 144, № 5. — P. 1672—1680. doi:10.1149/1.1837658.
- Сахненко, Н. Д. Ресурсозаощаджувальна технологія відновлення зношених деталей [Текст] / Н. Д. Сахненко, М. В. Ведь, Г. В. Каракуркчи, І. Ю. Єрмоленко, С. І. Зюбанова // Інтегровані технології та енергозбереження. 2013. № 2. С. 9–13.
- Ведь, М. В. Каталітичні та захисні покриття сплавами і складними оксидами: електрохімічний синтез, прогнозування властивостей [Текст]: монографія / М. В. Ведь. М. Д. Сахненко. — Харків: НТУ «ХПІ», 2010. — 272 с.
- Каракуркчи, А. В. Электроосаждение двойных и тройных сплавов железа из цитратных электролитов [Текст] / А. В. Каракуркчи, М. В. Ведь, Н. Д. Сахненко, С. И. Зюбанова, И. Ю. Ермоленко // Актуальные проблемы теории и практики электрохимических процессов. Сборник статей молодых ученых. Саратов, 2014. Том І. С. 133–137.
- Серебровский, В. И. Электроосаждение сплавов железомолибден и железо-вольфрам [Текст] / В. И. Серебровский // Механизация и электрификация сельского хозяйства. — 2003. — № 6. — С. 29–30.
- 6. Ларин, И. В. Влияние параметров начального режима железнения на прочность сцепления электролитического железа с поверхностью восстанавливаемой детали [Электронный ресурс] / И. В. Ларин // Молодежь и наука: Сборник материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. 2012. Режим доступа: \www/URL: http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/thesis/s026/s026-009.pdf. 18.07.2014.
- Khoe, G. H. The complexation of iron (III) with sulfate, phosphate, of arsenate ion sodium nitrate medium at 25 °C [Text] / G. H. Khoe, R. G. Robins // J. Chem. Soc. Dalton Trans. 1988. № 8. P. 2015–2021. doi:10.1039/dt9880002015.
- 8. Francesco Salvatore. Formation constants of FeOH<sup>2+</sup>, (FeOH)<sup>2+</sup> and Fe<sub>2</sub>(OH)<sup>4+</sup><sub>2</sub> at zero ionic strengh [Text] / Francesco Salvatore, Ermanno Vasca // Annali di Chimica. 1990. № 80. P. 515–520.
- Поп, М. С. Гетерополи- и изополиоксометаллаты [Текст]: пер. с англ. / М. С. Поп. — Новосибирск: Наука, сиб. отд., 1990. — 232 с.
- Сахаров, Г. Особенности динамического поведения оксиматных комплексов молибдена (VI) и вольфрама (VI) [Текст] / Г. Сахаров, Н. А. Овчинникова, Ю. А. Буслаев // Доклады АН. 1995. Т. 344, № 5. С. 642–645.
- Серебровский, В. И. Электроосаждение бинарных сплавов на основе железа для упрочнения деталей машин [Текст] / В. И. Серебровский // Вестник Орловского государственного аграрного университета. — 2009. — Т. 16. — №. 1. С. 9–12.

- 12. Гнездилова, Ю. П. Электроосаждение железо-молибденовых покрытий и их сульфоцианирование для упрочнения и восстановления деталей машин [Текст]: дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук: 05.16.01 «Металловедение и термическая обработка металлов» / Ю. П. Гнездилова. Курск, 2008. 189 с.
- Гороховская, В. И. Практикум по электрохимическим методам анализа [Текст] / В. И. Гороховская, В. М. Гороховский. — М.: Высшая школа, 1983. — 191 с.
- 14. Перевощикова, Н. Б. К вопросу о гидролизе ионов железа (III) в водных растворах [Текст] / Н. Б. Перевощикова, В. И. Корнев // Вестник Удмуртского университета: электронный научный журнал. Химия. — 2006. — Вып. 8. — С. 189–198. — Режим доступа: http://vestnik.udsu.ru/2006/ 2006-08/vuu\_06\_08\_17.pdf. — 18.07.2014.
- **15**. Гейровский, Я. Основы полярографии [Текст]: пер. с чеш. / Я. Гейровский, Я. Кута. М.: Мир, 1965. 559 с.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ КАТОДНОГО ВІДНОВЛЕННЯ ЗАЛІЗА З ЕЛЕКТРОЛІТІВ НА ОСНОВІ Fe (III)

Методом лінійної вольтамперометрії вивчені особливості катодного відновлення заліза з електролітів на основі  ${\rm Fe}^{3+}$ .

Показано, що в ході катодної реакції відбувається одночасний розряд іонів  $Fe^{3+}$ ,  $FeOH^{2+}$  і  $FeO^+$ , причому співвідношення їх концентрацій визначається ступенем гідролізу заліза і рН розчину. Встановлено кінетичні закономірності катодної реакції, визначені характеристичні параметри окремих стадій і запропоновано механізм процесу відновлення  $Fe^{3+}$ .

**Ключові слова:** адсорбція, гідроліз, залізо, кінетика, катодне відновлення, механізм процесу, електроліт.

**Ермоленко Ирина Юрьевна**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, научно-исследовательская лаборатория, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Украина, **e-mail: kirilesha72@yandex.ru**.

**Єрмоленко Ірина Юріївна,** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, науково-дослідна лабораторія, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна.

Yermolenko Iryna, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: kirilesha72@yandex.ru

УДК 512.774.46

Слесаренко А. П., Журавлёв Ю. В., Жиленко В. Б.

## РАЗРАБОТКА МЕТОДОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ S-ФУНКЦИЙ

Разработана методология моделирования формообразования поверхностей, описываемых весовыми функциями, построенными на базе решений обратных задач дифференциальной геометрии с помощью S-функций. Результаты решений обратных задач дифференциальной геометрии использованы при построении консервативных структур решения задач теплопроводности, точно удовлетворяющих граничным условиям третьего рода. Структура решения учитывает влияние граничных воздействий только в граничном пояске области решения задачи.

**Ключевые слова:** моделирование тепловых процессов, структура решения, S-функция, формообразование поверхностей.

### 1. Введение

Исследование, представленные в статье, относятся к области моделирования формообразования поверхностей и тепловых процессов с помощью консервативных структур решения задач тепловодности.

При решении научно-технических задач, имеющих большое прикладное значение, области исследования тепловых процессов, как правило, имеют сложную форму. Это требует создания новых эффективных методов учета геометрической информации и информации о граничных условиях в методах расчета физических полей.

Поскольку применение классических аналитических методов к решению нелинейных нестационарных задач теплопроводности встречает принципиальные трудности математического характера, особое значение приобретает разработка приближенных аналитических методов, в которых геометрия области и граничные условия учитывались бы точно, а дифференциальное уравнение тепло-

проводности удовлетворялось бы приближенно с привлечением вариационных или проекционных методов.

Задача построения уравнения заданного сложного геометрического объекта («чертежа») является частным случаем более общей задачи, в которой искомая функция в точках этого «чертежа» должна принимать некоторые, вообще говоря, ненулевые значения или удовлетворять заданным условиям для первых и вторых производных, так как вторые производные характеризуют кривизну участков границы. Именно с такого рода задачами чаще всего приходится иметь дело при решении краевых задач, описываемых уравнениями с частными производными.

Температурное поле в исследуемых областях зависит не только от величины и характера распределения внутренних и внешних источников тепла, его теплофизических характеристик, но и от формы границы области.

Актуальность темы состоит в том, что предмет исследования еще не нашел достаточно глубокого концептуального анализа в науке, хотя имеет важное теоретическое