

## МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МЕТАЛООБРОБКА

УДК 621.83

© Маргуліс М.В.<sup>1</sup>, Гордієнко Я.О.<sup>2</sup>

### АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОСНОВНЫХ ЗВЕНЬЕВ ВОЛНОВЫХ ПРЕЦЕССИОННЫХ ПЕРЕДАЧ С ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕДАЧИ РАБОЧИХ НАГРУЗОК

*В данной статье на основе анализа работ по расчетам напряженно-деформированного состояния деталей машин при местном сжатии, а также работ по волновым передачам с телами качения представлена обобщенная методика расчета контактных напряжений и деформаций в основных звеньях волновых прецессионных передач с телами качения. Приведены зависимости, учитывающие влияние кривизны дорожек и тел качения на величины возникающих напряжений и деформаций в процессе передачи нагрузки.*

**Ключевые слова:** волновая передача, периодическая дорожка качения, тело качения, контактные напряжения и деформации, контактная площадка.

*Маргуліс М.В., Гордієнко Я.О. Аналіз напружено-деформованого стану основних ланок хвильових прецесійних передач з тілами кочення у процесі передачі робочих навантажень. У даній статті на основі аналізу робіт за розрахунками напружено-деформованого стану деталей машин при місцевому стисненні, та робіт по хвильовим передачам з тілами кочення представлена узагальнена методика розрахунку контактних напружень та деформацій в основних ланках хвильових прецесійних передач з тілами кочення. Наведено залежності, що враховують вплив кривизни доріжок і тіл кочення на величини виникаючих напруг і деформацій у процесі передачі навантаження.*

**Ключові слова:** хвильова передача, періодична доріжка кочення, тіло кочення, контактні напруження і деформації, контактна площадка.

*M.V. Margulis, Y.O. Gordienko. Analysis of deflected mode the main links of harmonic precessional drives with rolling elements in workloads transfer process. In following article generalized method of analysis contact stress and deformation of the main links of harmonic precessional drives with rolling elements is presented, based on the analysis of scientific researches on calculation of deflected mode of machine elements at a local compression and publications about harmonic precessional drives with rolling elements. Dependencies that consider the influence of curvature of race grooves and rolling elements on values of contact stress and deformation which occur in workloads transfer process are given.*

**Keywords:** harmonic drive, periodic race groove, rolling elements, contact stress and deformation, contact area.

**Постановка проблемы.** Основной составной частью прочностного расчета волновых прецессионных передач с телами качения (ВППТК) является определение контактных напряжений и деформаций, возникающих в процессе работы передачи при контакте тел качения с дорожками качения, выполненными на специфических звеньях механизма. В связи с этим актуальна разработка обобщенной методики определения контактных напряжений и деформаций, возникающих в основных звеньях ВППТК и практически определяющих работоспособность, надежность и долговечность, а так же выбор материалов для основных звеньев передачи и их

<sup>1</sup> д-р техн. наук, профессор, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет, г. Мариуполь  
<sup>2</sup> аспирант, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет, г. Мариуполь

термическую обработку.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В опубликованных ранее источниках по ВППТК [1-4] не приведены развернутые обобщенные методики определения напряжений и деформаций, возникающих в основных звеньях механизма в процессе работы, а методики прочностных расчетов механических передач с телами качения других конструкций [4-5] не могут быть применены для ВППТК в связи со значительными различиями в кинематике передач и геометрии основных звеньев (существенное различие пространственных траекторий периодических дорожек качения, а так же конструкций узлов основных звеньев), что и явилось причиной написания данной статьи.

**Цель статьи** – разработка обобщенной методики определения напряжений и деформаций, возникающих в основных звеньях ВППТК в процессе работы под нагрузкой.

**Изложение основного материала.** Прочностной расчет ВППТК основывается на определении контактных напряжений и деформаций, возникающих в процессе работы передаточного механизма. Нагрузки, воспринимаемые основными звеньями ВППТК, взаимодействующими прецессионным и промежуточным колесами, передаются от одного звена к другому через тела качения, находящиеся в постоянном контакте с дорожками качения, выполненными на указанных звеньях механизма. Определение действительных напряжений на основных звеньях передачи позволит обеспечить длительную работоспособность и надежность механизма. На рис. 1 представлены новые рациональные одно — а) и б) и двухступенчатые — в) конструкции ВППТК и показаны их основные звенья. Функции каждого звена и принцип работы передач изложены в [6].

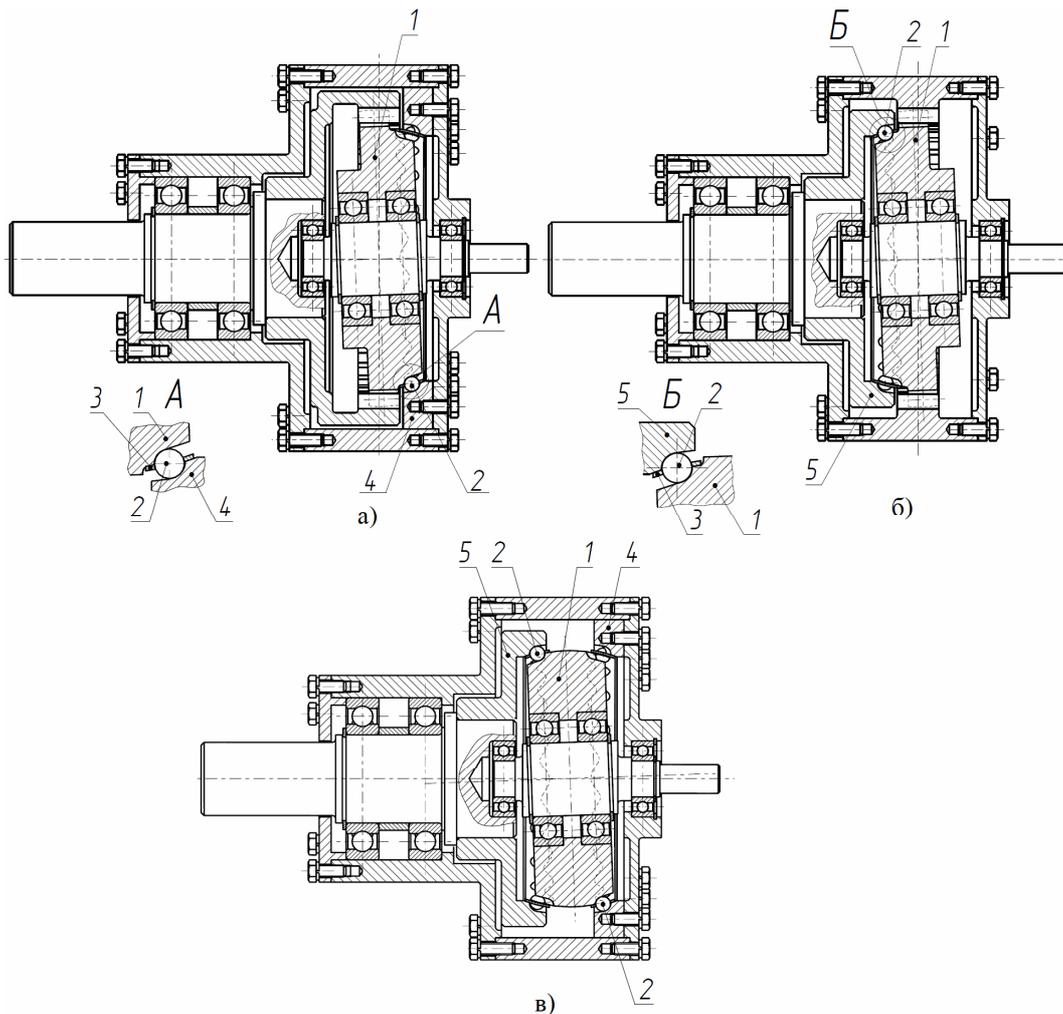


Рис. 1 – ВППТК различных конструкций: 1 – прецессионное колесо, 2 – шарик, 3 – сепаратор, 4 – промежуточное колесо, 5 – промежуточное колесо

Как известно, в основе методики расчета контактных напряжений принята теория Герца, при этом состояние материала при контактных нагрузках характеризуется большими градиентами напряжений, локализованных в относительно небольших объемах несколько ниже под поверхностями контакта взаимодействующих звеньев [7]. При контакте под нагрузкой упругих тел двойной кривизны площадка контакта имеет форму эллипса. Эпюра давлений на контактных площадках имеет форму полуэллипсоида (рис. 2).

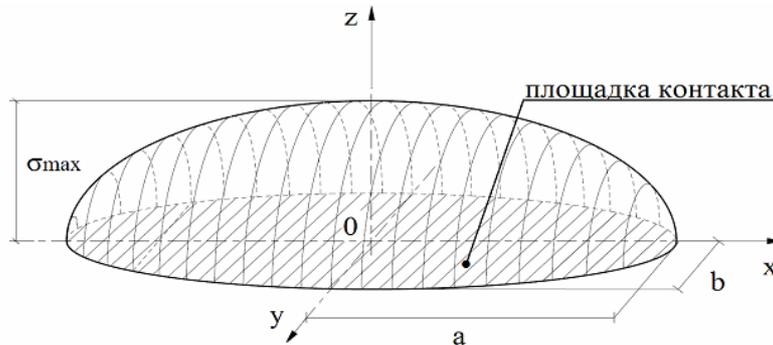


Рис. 2 – Эпюра контактных давлений; общий случай контакта тел двойной кривизны:  $a$  и  $b$  – соответственно большая и малая полуоси эллиптической площадки контакта,  $\sigma_{\max}$  – максимальные нормальные напряжения

Максимальное давление в центре контактной площадки совпадает с максимальным нормальным напряжением  $\sigma_{\max}$  и определяется по формуле [7]:

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{S_e}, \quad (1)$$

где  $F$  – нагрузка, сжимающая тела, Н;

$S_e$  – площадь эллиптической площадки контакта,  $m^2$ , равная  $S_e = \pi \cdot a \cdot b$ ;  $a$  и  $b$  – соответственно большая и малая полуоси эллиптической площадки контакта, м.

Для определения размеров полуосей  $a$  и  $b$  Герцем выведены общие выражения:

$$a = v_1 \left[ \frac{3}{8} \cdot \frac{F}{\sum \rho} (\vartheta_1 + \vartheta_2) \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (2)$$

$$b = v_2 \left[ \frac{3}{8} \cdot \frac{F}{\sum \rho} (\vartheta_1 + \vartheta_2) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где  $\sum \rho$  – сумма главных кривизн соприкасающихся тел в начальной точке касания,  $m^{-1}$ , равная  $\sum \rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4$ , в которой  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – главная кривизна первого тела в двух взаимно перпендикулярных плоскостях,  $\rho_3$  и  $\rho_4$  – главная кривизна второго тела соответственно;  $\rho_i = 1/R_i$ , где  $R_i$  – главный радиус кривизны;

$v_1$  и  $v_2$  – коэффициенты, характеризующие упругие свойства материала каждого тела,  $Pa^{-1}$ ;

$v_1$  и  $v_2$  – коэффициенты, учитывающие кривизну поверхностей упругих тел в районе их касания и определяемые по табл. 1.2 [7] при помощи вспомогательной величины  $\cos \theta$ .

Кривизна  $\rho_i$  положительная, если её центр расположен внутри объема (выпуклая форма поверхности,  $R_1, R_2, R_3$  на рис. 3), и, наоборот, отрицательная, если центр кривизны находится вне указанного объема (вогнутая форма поверхности  $R_4$  на рис. 3).

На рис. 4 изображена развертка на плоскость периодических дорожек качения (ПДК) выполненных на прецессионном и промежуточном колесах ВППТК с размещенными между ними телами качения – шариками.

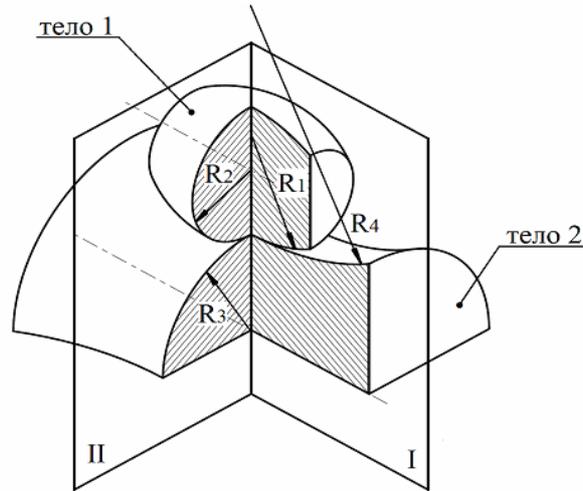


Рис. 3 – Контакт тел двойной кривизны:  $R_1, R_2$  и  $R_3, R_4$  – соответственно радиусы кривизны первого и второго тел в двух взаимно перпендикулярных плоскостях I и II

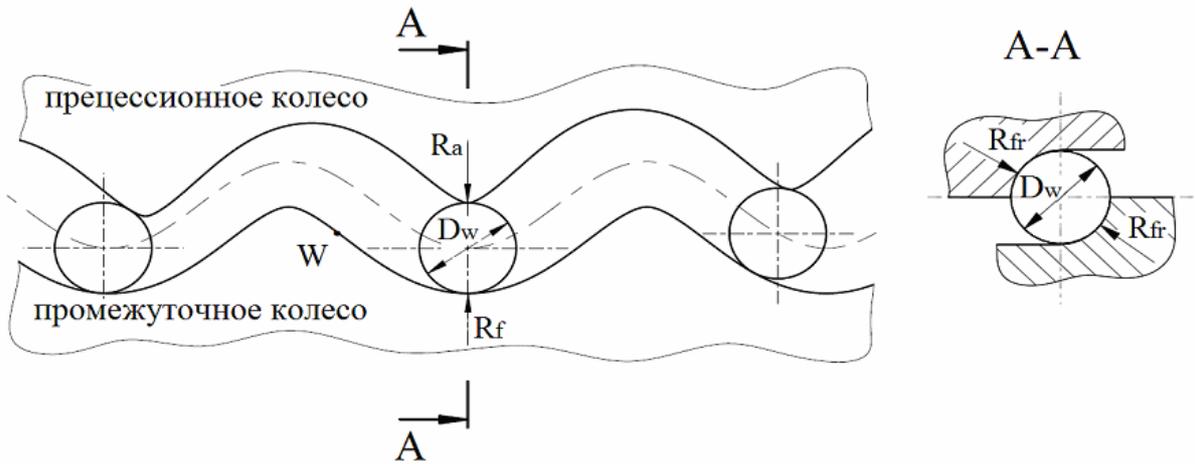


Рис. 4 – Развертка дорожек качения ВППТК:  $R_a$  – радиус вершины ПДК,  $R_f$  – радиус впадины ПДК,  $D_w$  – диаметр шарика,  $R_{fr}$  – радиус фрезы, обрабатывающий ПДК,  $W$  – точка перегиба ПДК

При выполнении периодических дорожек качения нами было обнаружено, что режущие кромки фрез изнашиваются, поэтому если диаметр производящей фрезы  $D_{fr}$  ( $D_{fr} = 2 \cdot R_{fr}$ ) принять равным диаметру шарика  $D_w$ , то после нарезания нескольких деталей при контроле геометрии дорожки шариком он не касается её дна. Для предупреждения этого явления первоначальный диаметр производящей фрезы целесообразно принимать равным —  $D_{fr} = 1.02D_w$  что подтверждается и в работе [4].

Запишем сумму главных кривизн для случаев контакта шарика с вершиной и впадиной ПДК, а так же для случая контакта в точке перегиба ПДК (точка  $W$  на рис. 4):

*контакт с вершиной ПДК*

$$\sum p_a = \frac{1.04R_a + 0.51D_w}{0.51R_a D_w}; \quad (4)$$

*контакт со впадиной ПДК*

$$\sum p_f = \frac{1.04R_f - 0.51D_w}{0.51R_f D_w}; \quad (5)$$

*контакт в точке перегиба ПДК*

$$\sum p_w = \frac{1.04}{0.51D_w} \quad (6)$$

На рис. 5 приведен график изменения кривизны периодической дорожки качения в продольном сечении по периметру. Значение 0 кривизна принимает в точке перегиба ПДК — W.

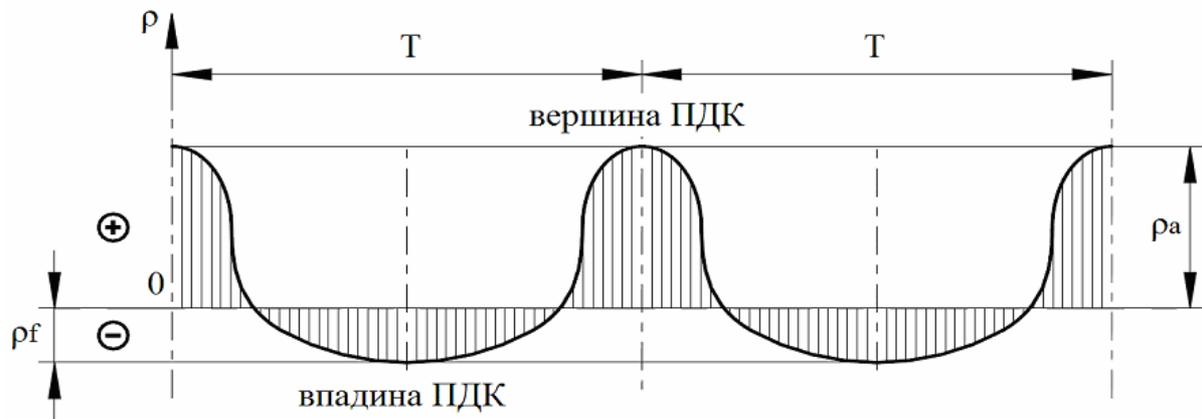


Рис. 5 – График кривизны ПДК:  $\rho_a$  – кривизна вершины ПДК,  $\rho_f$  – кривизна впадины ПДК,  $T$  – период ПДК

Характеристика упругих свойств материалов деталей определяется зависимостью [7]:

$$g = \frac{4(1-\mu^2)}{E} \quad (7)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  
 $E$  – модуль упругости, Па.

При условии касания деталей из стали при  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па и  $\mu = 0.33$  получаем:

$$(g_1 + g_2) = 3.394667 \cdot 10^{11} \text{ Па}^{-1} \quad (8)$$

Необходимая для расчета вспомогательная величина  $\cos\tau$  определяется из соотношения [7]:

$$\cos\tau = \frac{B-A}{B+A} \quad (9)$$

Величины  $A$  и  $B$  определяют по формулам:

при  $(\rho_1 + \rho_3) < (\rho_2 + \rho_4)$

$$A = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_3), \quad B = \frac{1}{2}(\rho_2 + \rho_4); \quad (10)$$

при  $(\rho_1 + \rho_3) > (\rho_2 + \rho_4)$

$$A = \frac{1}{2}(\rho_2 + \rho_4), \quad B = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_3); \quad (11)$$

Запишем с учетом (10) и (11) формулу (9) для различных случаев контакта шарика с ПДК:

контакт с вершиной ПДК

$$\cos\tau_a = \frac{2R_a + 1.02D_w}{2.08R_a + 1.02D_w}; \quad (12)$$

контакт со впадиной ПДК

$$\cos\tau_f = \frac{2R_f - 1.02D_w}{2.08R_f - 1.02D_w}; \quad (13)$$

*контакт в точке перегиба ПДК*

$$\cos\tau_w = 0.96154. \quad (14)$$

Анализ расчетов показывает что, уменьшая или увеличивая радиус кривизны периодической дорожки качения, при неизменном диаметре шарика, мы можем соответственно уменьшать или увеличивать контактные напряжения и, следовательно, несущую способность передачи, что непосредственно сказывается на её габаритных размерах, массе и работоспособности механизма.

Для упрощения последующих расчетов выразим отношения радиусов вершины и впадины ПДК к диаметру шарика через коэффициенты  $k_a$  и  $k_f$ , равные  $k_a = R_a/D_w$ ,  $k_f = R_f/D_w$ , откуда получим:

$$R_a = k_a \cdot D_w; \quad (15)$$

$$R_f = k_f \cdot D_w; \quad (16)$$

Выразим сумму главных кривизн и вспомогательную величину  $\cos\tau$  с учетом соотношений (15) и (16):

*контакт с вершиной ПДК*

$$\sum p_a = \frac{2.03922 + \frac{1}{k_a}}{D_w}; \quad (17)$$

$$\cos\tau_a = \frac{2k_a + 1.02}{2.08k_a + 1.02}; \quad (18)$$

*контакт со впадиной ПДК*

$$\sum p_f = \frac{2.03922 - \frac{1}{k_f}}{D_w}; \quad (19)$$

$$\cos\tau_f = \frac{2k_f - 1.02}{2.08k_f - 1.02}; \quad (20)$$

Подставив (2-3), (8), (17-20) в (1) и преобразовав, получим формулы для определения максимальных напряжений в центре контактной площадки для конкретных случаев:

*контакт с вершиной ПДК*

$$\sigma_{\max} = \frac{8.7577 \cdot 10^6}{v_1 v_2} \cdot \sqrt[3]{F \left( \frac{2.03922 + \frac{1}{k_a}}{D_w} \right)^2}; \quad (21)$$

*контакт со впадиной ПДК*

$$\sigma_{\max} = \frac{8.7577 \cdot 10^6}{v_1 v_2} \cdot \sqrt[3]{F \left( \frac{2.03922 - \frac{1}{k_f}}{D_w} \right)^2}; \quad (22)$$

*контакт в точке перегиба ПДК*

$$\sigma_{\max} = 8.189 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{F \left( \frac{1}{D_w} \right)^2}. \quad (23)$$

Подставив (8), (17-20) в (2) и (3) и преобразовав, получим формулы для определения размеров полуосей эллиптической контактной площадки для конкретных случаев:

*контакт с вершиной ПДК*

$$a = v_1 \cdot 2.3349 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot D_w}{2.03922 + \frac{1}{k_a}}}; \quad (24)$$

$$b = v_2 \cdot 2.3349 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot D_w}{2.03922 + \frac{1}{k_a}}}; \quad (25)$$

*контакт со впадиной ПДК*

$$a = v_1 \cdot 2.3349 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot D_w}{2.03922 - \frac{1}{k_f}}}; \quad (26)$$

$$b = v_2 \cdot 2.3349 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot D_w}{2.03922 - \frac{1}{k_f}}}; \quad (27)$$

*контакт в точке перегиба ПДК*

$$a = 8.4423 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w}; \quad (28)$$

$$b = 0.6905 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w}. \quad (29)$$

Для удобства расчетов на основе (21-29) введем вспомогательные выражения (30-35):

$$k_{\sigma a} = \frac{8.7577}{v_1 v_2} \cdot \sqrt[3]{\left(2.03922 + \frac{1}{k_a}\right)^2}; \quad (30)$$

$$k_{\sigma a} = \frac{8.7577}{v_1 v_2} \cdot \sqrt[3]{\left(2.03922 - \frac{1}{k_f}\right)^2}; \quad (31)$$

$$n_{aa} = v_1 \cdot 2.3349 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2.03922 + \frac{1}{k_a}}}; \quad (32)$$

$$n_{ab} = v_2 \cdot 2.3349 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2.03922 + \frac{1}{k_a}}}; \quad (33)$$

$$n_{fa} = v_1 \cdot 2.3349 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2.03922 - \frac{1}{k_f}}}; \quad (34)$$

$$n_{fb} = v_1 \cdot 2.3349 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2.03922 - \frac{1}{k_f}}}. \quad (35)$$

Вычислим величины  $k_{\sigma a}$ ,  $k_{\sigma f}$ ,  $n_{aa}$ ,  $n_{ab}$ ,  $n_{fa}$ ,  $n_{fb}$  для различных соотношений радиусов кривизны ПДК и диаметров шарика. Коэффициенты  $v_1$  и  $v_2$ , необходимые для расчета, найдем методом линейной интерполяции значений из таблицы 1.2 [7]. Результаты занесем в таблицу 1 (для контакта шарика с вершиной ПДК) и таблицу 2 (для контакта шарика со впадиной ПДК). Табличные величины могут использоваться в прочностных расчетах, существенно сокращая временные затраты.

Таблиця 1

Значения вспомогательных величин в случае контакта шарика с вершиной ПДК

| $k_a$ | $k_{\sigma a}$ | $n_{aa}$ | $n_{ab}$ | $k_a$ | $k_{\sigma a}$ | $n_{aa}$ | $n_{ab}$ |
|-------|----------------|----------|----------|-------|----------------|----------|----------|
| 0.05  | 25.4541        | 9.5438   | 0.1965   | 0.55  | 11.0715        | 8.7988   | 0.4901   |
| 0.10  | 19.0027        | 9.3420   | 0.2690   | 0.60  | 10.8596        | 8.7662   | 0.5015   |
| 0.15  | 16.2832        | 9.1935   | 0.3189   | 0.65  | 10.7005        | 8.7507   | 0.5099   |
| 0.20  | 14.7470        | 9.1008   | 0.3557   | 0.70  | 10.5341        | 8.7341   | 0.5189   |
| 0.25  | 13.7449        | 9.0007   | 0.3859   | 0.75  | 10.3869        | 8.7191   | 0.5272   |
| 0.30  | 12.9795        | 8.9587   | 0.4106   | 0.80  | 10.2768        | 8.7136   | 0.5332   |
| 0.35  | 12.4300        | 8.8964   | 0.4318   | 0.85  | 10.1589        | 8.6972   | 0.5404   |
| 0.40  | 12.0033        | 8.8700   | 0.4484   | 0.90  | 10.0737        | 8.6805   | 0.5460   |
| 0.45  | 11.6260        | 8.8283   | 0.4652   | 0.95  | 9.98834        | 8.6548   | 0.5523   |
| 0.50  | 11.3023        | 8.8114   | 0.4794   | 1.00  | 9.90848        | 8.6496   | 0.5571   |

Таблиця 2

Значения вспомогательных величин в случае контакта шарика со впадиной ПДК

| $k_f$ | $k_{\sigma f}$ | $n_{fa}$ | $n_{fb}$ | $k_f$ | $k_{\sigma f}$ | $n_{fa}$ | $n_{fb}$ |
|-------|----------------|----------|----------|-------|----------------|----------|----------|
| 0.6   | 3.6535         | 7.3141   | 1.7867   | 1.6   | 6.8881         | 8.2218   | 0.8431   |
| 0.7   | 4.6298         | 7.6785   | 1.3430   | 1.7   | 6.9804         | 8.2291   | 0.8312   |
| 0.8   | 5.2434         | 7.8261   | 1.1635   | 1.8   | 7.0672         | 8.2297   | 0.8209   |
| 0.9   | 5.6551         | 7.9530   | 1.0616   | 1.9   | 7.1354         | 8.2516   | 0.8109   |
| 1.0   | 5.9698         | 8.0219   | 0.9970   | 2.0   | 7.1899         | 8.2609   | 0.8038   |
| 1.1   | 6.2059         | 8.0698   | 0.9534   | 2.1   | 7.2296         | 8.2891   | 0.7967   |
| 1.2   | 6.3913         | 8.1275   | 0.9191   | 2.2   | 7.2882         | 8.2813   | 0.7911   |
| 1.3   | 6.5434         | 8.1608   | 0.8941   | 2.3   | 7.3405         | 8.2770   | 0.7858   |
| 1.4   | 6.6759         | 8.1952   | 0.8727   | 2.4   | 7.3592         | 8.3018   | 0.7815   |
| 1.5   | 6.7886         | 8.2149   | 0.8562   | 2.5   | 7.3911         | 8.3092   | 0.7775   |

Далее подставляя вспомогательные величины из таблиц 2 и 3 в формулы (21), (22), (24-27) получим упрощенные формулы для расчета максимальных нормальных напряжений и геометрических размеров контактной площадки при различных соотношениях радиуса кривизны дорожки и диаметра шарика:

*контакт с вершиной ПДК*

$$\sigma_{\max} = k_{\sigma a} \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{F \left( \frac{1}{D_w} \right)^2}; \quad (36)$$

$$a = n_{aa} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w} \quad (37)$$

$$a = n_{ab} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w} \quad (38)$$

*контакт со впадиной ПДК*

$$\sigma_{\max} = k_{\sigma f} \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{F \left( \frac{1}{D_w} \right)^2}; \quad (39)$$

$$a = n_{fa} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w} \quad (40)$$

$$a = n_{fb} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{F \cdot D_w} \quad (41)$$

*контакт в точке перегиба ПДК* — формулы (23), (28), (29).

Экспериментальные исследования [7] показывают, что разрушение деталей часто начинается в точках, расположенных под поверхностью контакта взаимодействующих элементов на глубине  $Z$ , поэтому для прочностного расчета важно определить напряжения, возникающие под поверхностью контакта. На рис. 6 показаны эллипс, ограничивающий область контакта, а так же главные напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$ , действующие на элемент, выделенный на глубине  $z$  под поверхностью контакта.

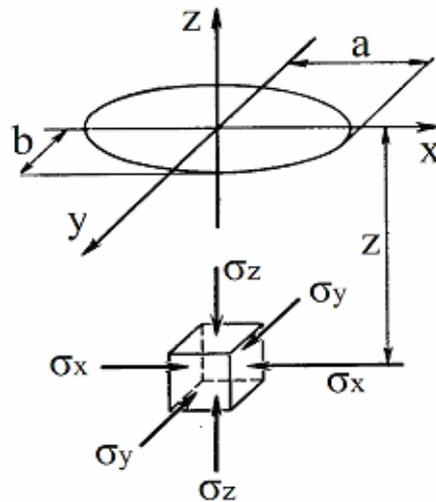


Рис. 6 – Главные напряжения, действующие на площадках элемента, расположенного на расстоянии  $Z$  под поверхностью контакта

Для представленного случая контакта тел двойной кривизны, для объемного напряженного состояния контактирующих поверхностей В.М. Макушин получил следующие зависимости [8]:

$$\sigma_x = -\sigma_{\max} \frac{k_{ba}}{1 - k_{ba}^2} \cdot \left\{ 1 - \sqrt{\frac{k_{ba}^2 + k_{za}^2}{1 + k_{za}^2}} + 2k_{za}(L - K) - 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{k_{ba}^2} \sqrt{\frac{k_{ba}^2 + k_{za}^2}{1 + k_{za}^2}} + k_{za} \left( \frac{L}{k_{ba}^2} - K \right) \right] \right\}; \quad (42)$$

$$\sigma_y = -\sigma_{\max} \frac{k_{ba}}{1 - k_{ba}^2} \cdot \left\{ -1 + \frac{1 + k_{za}^2 \left( \frac{2}{k_{ba}^2} - 1 \right)}{\sqrt{1 + k_{za}^2} \cdot \sqrt{k_{ba}^2 + k_{za}^2}} - 2k_{za} \left( \frac{L}{k_{ba}^2} - K \right) + 2\mu \left[ 1 - \sqrt{\frac{k_{ba}^2 + k_{za}^2}{1 + k_{za}^2}} + k_{za}(L - K) \right] \right\}; \quad (43)$$

$$\sigma_z = -\sigma_{\max} \frac{1}{\sqrt{1 + k_{za}^2} \sqrt{1 + \frac{k_{za}^2}{k_{ba}^2}}}, \quad (44)$$

где  $k_{ba} = b/a$  – отношение малой и большой полуосей эллиптической площадки контакта, с учетом формул (2) и (3) получаем  $k_{ba} = v_2/v_1$ ;  
 $k_{za} = z/a$  – отношение глубины действия касательных напряжений и большой полуоси эллиптической площадки контакта, с учетом формул (3) и (4) получаем  $k_{za} = 0.786 \cdot v_2/v_1$  (из [9] следует, что касательные напряжения достигают максимума при  $z = 0.786 \cdot b$ );  
 $K = K(e, \psi)$  и  $L = L(e, \psi)$  – эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода, в которых  $e$  – относительный эксцентриситет эллипса  $e = (1 - k_{ba}^2)^{0.5}$ ,  $\psi = \arctg(k_{za})$ .

Величины  $K$  и  $L$  определяются как:

$$K(e, \psi) = \int_0^\psi \frac{d\psi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi}}; \quad (45)$$

$$L(e, \psi) = \int_0^{\psi} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi} d\psi, \quad (46)$$

М.М. Саверин после анализа различных теорий усталостной прочности предложил следующие условия прочности пластического состояния материала, находящегося в зоне контактных напряжений [10]:

$$\sigma_{пр} \leq \sigma_{-1}, \quad (47)$$

где  $\sigma_{пр}$  – приведенные напряжения на контактной площадке;  
 $\sigma_{-1}$  – предел выносливости материала при симметричном цикле нагружения.

$$\sigma_{пр} = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right], \quad (48)$$

где  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – главные касательные напряжения.

$$\tau_{xy} = 0.5(\sigma_y - \sigma_x); \quad (49)$$

$$\tau_{xz} = 0.5(\sigma_z - \sigma_x); \quad (50)$$

$$\tau_{yz} = 0.5(\sigma_z - \sigma_y). \quad (51)$$

Вычисленные нами по формуле (48) приведенные напряжения на контактной площадке для различных соотношений радиуса кривизны ПДК и диаметра шарика находятся в пределах  $(0.9 \dots 1.1)\sigma_{max}$ . Для последующих расчетов принимаем величину приведенных напряжений:

$$\sigma_{пр} = 1.1\sigma_{max}. \quad (52)$$

### Выводы

Полученные нами формулы для расчета напряженно-деформированного состояния взаимодействующих основных звеньев ВППТК позволяют оптимизировать их геометрические параметры по критериям усталостной прочности, массоемкости и габаритным размерам, а так же существенно сократить временные затраты на прочностной расчет передач.

### Список использованных источников:

1. Маргулис М.В. Разработка нового вида волнового зацепления с промежуточными телами качения и технологии его изготовления [Текст] / М.В. Маргулис, А.Д. Чепурной, А.С. Шайда // Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. – 2007. – Вип.17. – С. 120–124. – Библиогр.: с. 124.
2. Маргулис М.В. Силовой передаточный механизм с промежуточными телами качения [Текст] / М.В. Маргулис, А.С. Шайда // Захист металургійних машин від поломок. – 2006. – Вип. 9. – С. 97–100. – Библиогр.: с. 100.
3. Маргулис М.В. Разработка конструкции рационального силового передаточного механизма с промежуточными телами качения [Текст] / М.В. Маргулис, А.С. Шайда // Захист металургійних машин від поломок. – 2008. – Вип. 10. – С. 113–116. – Библиогр.: с. 116.
4. Игнатищев Р.М. Синусошариковые редукторы [Текст] / Р.М. Игнатищев. – Минск : Высшая школа, 1983. – 107 с.
5. Беляев А.Е. Механические передачи с шариковыми промежуточными телами [Текст] / А.Е. Беляев. – Томск : ТПУ, 1992. – 231 с. – Библиогр.: с. 225–231.
6. Маргулис М.В. Разработка новых волновых прецессионных передач с телами качения [Текст] / М.В. Маргулис, Я.О. Гордиенко // Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. – 2013. – Вип. 26. – С. 161-168.
7. Ковалев М.П. Расчет высокоточных шарикоподшипников [Текст] / М.П. Ковалев, М.З. Народецкий. – М. : Машиностроение, 1975. – 279 с. – Библиогр.: с. 276–277.
8. Макушин В.М. Деформация и напряженное состояние деталей в местах контакта [Текст] / В.М. Макушин. – М. : Машгиз, 1952. – 23 с.
9. Ковальский Б. С. Расчет деталей машин на местное сжатие [Текст] / Б.С. Ковальский. – Харьков : ХВКИУ, 1967. – 224 с. – Библиогр.: с. 215–219.
10. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению [Текст] / С.В. Пинегин. – М. : Машиностроение, 1969. – 244 с. – Библиогр.: с. 236–242.

**Bibliography:**

1. M.V. Margulies. The development of new harmonic engagement with intermediate rolling elements and its fabrication method / M.V. Margulies, A.D. Chepurnoi, A.S. Shaída // Messenger of Pryazovskyi state technical university. Series: Technical sciences. – 2007. – Issue 17. – P. 120–124. – Bibliography: p. 124. (Rus.)
2. M.V. Margulies. Power transmission mechanism with intermediate rolling elements/ M.V. Margulies, A.S. Shaída // Protection of metallurgical machine from breaks. – 2006. – Issue 9. – P. 97–100. – Bibliography: p. 100. (Rus.)
3. M.V. Margulies. The development of rational construction of power transmission mechanism with intermediate rolling elements / M.V. Margulies, A.S. Shaída // Protection of metallurgical machine from breaks. – 2008. – Issue 10. – P. 113–116. – Bibliography: p. 116. (Rus.)
4. R.M. Ignatishev. Sinusoidal ball reducer / R.M. Ignatishev. – Minsk : Higher school, 1983. – 107 p. (Rus.)
5. E. Belyaev. Mechanical transmissions with intermediate ball elements / A.E. Beljaev. – Tomsk : TPU, 1992. – 231 p. Bibliography: p. 225-231. (Rus.)
6. M.V. Margulies. The development of harmonic precessional drives with rolling elements // M.V. Margulies, Y.O. Gordienko // Messenger of Pryazovskyi state technical university. Series: Technical sciences. – 2013. – Issue 26. – P. 161-168. (Rus.)
7. M.P. Kovalev. Calculation of high-precision ball bearings / M.P. Kovalev, M.Z. Narodeckij. – Moscow : Engineering, 1975. – 279 p. Bibliography: p. 276-277. (Rus.)
8. B.M. Makushin. Deformation and stress state machine elements on contact areas / B.M. Makushin. – Moscow : Engineering, 1952. – 23 p. (Rus.)
9. B.S. Kowalski. Calculation of machine elements for local compression / B.S. Kowalski. – Kharkiv : КНКЕС, 1967. – 224 p. Bibliography: p. 215–219. (Rus.)
10. S.V. Pinegin. Local strength and rolling resistance / S.V. Pinegin.– Moscow : Engineering, 1969. – 224 p. Bibliography: p. 226–242. (Rus.)

Рецензент: С.С. Самогугин  
д-р техн. наук, проф. ГВУЗ «ПГТУ»

Статья поступила 30.10.2013

УДК621.923.74

© Бурлаков В.И.\*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ РАБОЧЕГО КОНТЕЙНЕРА  
С ЦЕЛЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ОБРАБОТКИ**

*В статье показаны влияние зоны контейнера на скорость движения массы загрузки.  
**Ключевые слова:** контейнер, эффект налипания, зона вторичной циркуляции, стенка контейнера, съём металла, модель.*

**Бурлаков В.И. Моделювання форми робочого контейнера з метою оптимізації режимів обробки.** У статті показані вплив форми контейнера на швидкість руху маси завантаження.

**Ключові слова:** контейнер, ефект налипання, зона вторинної циркуляції, стінка контейнера, знімання металу, моделювання.

**V.I. Burlakov. Design of the shape working container with the purpose of optimization of the modes of treatment.** In the article the influence of the area of container on the rate of movement of mass of loading was shown.

**Keywords:** container, sticking effect, area of the second circulation, wall of container, output of meta, model.

\* канд. техн. наук, доцент, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет», г. Мариуполь