

УДК 519.876.2:681.5.015

## РАСШИРЕНИЕ МЕТОДА ТИПОВОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Хобин В.А., д-р техн. наук, профессор

Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

Жигайло А.М., канд. техн. наук, ассистент,

Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*Для типовых моделей динамики с запаздыванием, которые характерны для технологических объектов управления, и моделей их входных воздействий как случайных динамических процессов, приводится процедура и результаты получения взаимнокорреляционных функций «вход – выход». Рассматриваются процедура идентификации, использующая эти функции, и иллюстрации результатов ее применения.*

*Procedure and results of cross-correlation functions reception «input – output» is resulted for dynamics typical models with delay, which are characteristic for control technological objects, and for models of their entrance influences as accidental dynamic processes. The identification procedure using these functions, and illustrations of application its results are considered.*

Ключевые слова: типовые модели с запаздыванием, статистическая идентификация, взаимнокорреляционная функция.

**Постановка задачи.** Методы статистической идентификации моделей динамики каналов объектов управления (ОУ) целесообразно применять, прежде всего, тогда, когда по тем или иным причинам невозможно провести активный эксперимент и получить, например, переходные характеристики каналов ОУ. Наиболее распространенный случай вынужденного применения статистических методов – идентификация моделей каналов ОУ, для которых входные переменные недоступны для целенаправленного изменения. Информация для реализации этих методов собирается в ходе пассивного эксперимента, когда на достаточно длительных интервалах времени синхронно фиксируются во времени существенные изменения входных и выходных переменных каналов ОУ.

Статистические методы идентификации основаны на решении уравнения Винера – Хопфа [1, 2]:

$$K_{wy}(\tau_k) = \int_0^{\infty} w(\theta) K_{uu}(\theta - \tau_k) d\theta, \quad (1)$$

где  $K_{uu}(\tau_k)$  и  $K_{wy}(\tau_k)$  соответственно автокорреляционная (корреляционная) функция входной переменной (u) идентифицируемого канала объекта регулирования и взаимная корреляционная (ВКФ) входной (u) и выходной (y) переменных этого канала;

$w(t)$  – импульсная переходная (весовая) функция (ИПФ) – модель канала, подлежащая идентификации;

$\tau_k$  – время корреляции;  $\theta \equiv t$ .

Поскольку из уравнения (1) определяется  $w(t)$ , то эта процедура относится к классу так называемых обратных задач. Их характерная особенность – некорректность, когда даже незначительные шумы в исходных данных могут самым существенным образом повлиять на результат идентификации. Для снижения этого влияния используются методы регуляризации [3, 4], суть которых в «сообщении» процедуре идентификации некоторых свойств искомого решения.

Применение процедуры статистической идентификации в производственных условиях, в частности для решения задач настройки (адаптации) регуляторов в реальном времени, существенно обостряет проблему некорректности задачи и стремления ее преодоления за счет регуляризации. Дело в том, что в этом случае идентификация должна проводиться на коротких выборках, стационарность которых можно принять лишь с определенными оговорками, а на выходную переменную идентифицируемого канала, помимо контролируемого воздействия, действуют и интенсивные неконтролируемые возмущения широкого спектра.

В этих условиях наиболее эффективным методом регуляризации является задание структуры идентифицируемой модели. Поскольку в качестве моделей входных воздействий и идентифицируемых каналов взяты широко применяемые в практике и подтвердившие свою корректность, так называемые типовые модели, то метод называется методом типовой статистической идентификации (МТСИ).

Известные МТСИ [2, 5 – 7] используют только простейшие модели, в частности – не включающие в себя звенья чистого запаздывания. Эта ограниченность МТСИ объясняется, по крайней мере – частично, сложностью решения уравнения Винера–Хопфа из-за необходимости отбора единственного решения из большого количества возможных. МТСИ, расширенный за счет включения в него моделей с запаздыванием, назовем расширенным МТСИ (РМТСИ).

**Модели, применяемые в РМТСИ.** В качестве моделей каналов ОУ, подлежащих идентификации, были выбраны шесть типовых моделей с запаздывающим аргументом. Их передаточные функции приведены в табл. 1. Такие модели часто применяются для описания динамических свойств каналов управления и возмущения ОУ.

Таблица 1 – Типовые модели объектов и систем регулирования

Статические, дифференцирующие		Астатические
апериодические	колебательные	
$W_1(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{Tp+1}$	$W_3(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$	$W_5(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{p}$
$W_2(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{(Tp+1)^2}$	$W_4(p) = \frac{kpe^{-\tau p}}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$	$W_6(p) = \frac{ke^{-\tau p}}{p(Tp+1)}$

В качестве моделей контролируемых входных воздействий тех каналов, модели которых идентифицируются, взяты три варианта типовых случайных процессов. Их корреляционные функции и спектральные плотности приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Корреляционные функции и спектральные плотности типовых моделей входных воздействий

Корреляционная функция	Спектральная плотность
$K_1(\tau_\varepsilon) = De^{-\alpha \tau_\varepsilon }$	$S_1(\omega) = \frac{D2\alpha}{(\omega^2 + \alpha^2)}$
$K_2(\tau_\varepsilon) = De^{-\alpha \tau_\varepsilon } \cos \beta \tau_\varepsilon $	$S_2(\omega) = \frac{D2\alpha(\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{(\omega^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\omega^2\alpha^2}$
$K_3(\tau_\varepsilon) = De^{-\alpha \tau_\varepsilon } (\cos \beta \tau_\varepsilon  + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta \tau_\varepsilon )$ при $\beta \neq 0$ $K_3(\tau_\varepsilon) = De^{-\alpha \tau_\varepsilon } (1 + \alpha \tau_\varepsilon )$	$S_3(\omega) = \frac{D4\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{(\omega^2 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\omega^2\alpha^2}$ при $\beta \neq 0$ $S_3(\omega) = \frac{D4\alpha^3}{(\omega^2 + \alpha^2)^2}$

**Процедура получения ВКФ для типовых моделей каналов и воздействий.** Для этих моделей аналитическим методом, основанном на решении интегрального уравнения Вольтерры первого рода [2, 5 – 8], к которому сводится исходное уравнение статистической идентификации (1) найдены выражения для взаимнокорреляционных функций ВКФ.

Процедуру этого решения рассмотрим на примере, когда в качестве идентифицируемой модели используется  $W_3(s)$  – например, модель САР по каналу задания ( $y^{30}$ ), при этом изменение  $y^{30}(t)$  имеет свойства  $K_2(\tau_k)$ , т.е.  $K_{y^{30}y^{30}}(\tau_k)$ . Представим  $K_{y^{30}y^{30}}(\tau_k)$  в виде положительной и отрицательной полу ветвей этой функции:

$$K_{y^{30}y^{30}}^+(\tau_k) - K_{y^{30}y^{30}}^-(\tau_k) = K_{y^{30}y^{30}}(\tau_k) = \begin{cases} K_{y^{30}y^{30}}^+(\tau_k) = De^{-\alpha\tau_k} \cos \beta\tau_k, \tau_k > 0 \\ K_{y^{30}y^{30}}^-(\tau_k) = De^{\alpha\tau_k} \cos \beta\tau_k, \tau_k < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Преобразовав уравнение Винера – Хопфа (1) по Лапласу, представим его в виде:

$$K_{y^{30}y^{30}}^+(s) - K_{y^{30}y^{30}}^-(s) = W_3(s) [K_{y^{30}y^{30}}^+(s) - K_{y^{30}y^{30}}^-(s)]. \quad (3)$$

Поскольку

$$L\{K_{y^{30}y^{30}}(\tau_k)\} = K_{y^{30}y^{30}}(s) = \begin{cases} K_{y^{30}y^{30}}^+(s) = D(s + \alpha) / ((s + \alpha)^2 + \beta^2) \\ K_{y^{30}y^{30}}^-(s) = D(s - \alpha) / ((s - \alpha)^2 + \beta^2) \end{cases} \quad (4)$$

то

$$K_{y^{30}y^{30}}^+(s) - K_{y^{30}y^{30}}^-(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1} \left( \frac{D(s + \alpha)}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} - \frac{D(s - \alpha)}{(s - \alpha)^2 + \beta^2} \right) = \\ = \frac{2\alpha DK(-s^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)((s + \alpha)^2 + \beta^2)((s - \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-\tau s} = \Phi(s). \quad (5)$$

Сепарация дробно-рациональной функции (5) дает

$$\Phi(s) = \frac{xs^3 + ys^2 + zs + a}{(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)((s + \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-\tau s} - \frac{Ms + N}{((s - \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-\tau s} =$$

$$= \frac{(xs^3 + ys^2 + zs + a)((s - \alpha)^2 + \beta^2) - (Ms + N)(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)((s + \alpha)^2 + \beta^2)}{(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)((s + \alpha)^2 + \beta^2)((s - \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-ts}. \quad (6)$$

При этом функция  $K_{y^{\text{ca}}y}^+(s)$  должна иметь полюса только в левой полуплоскости, а  $K_{y^{\text{ca}}y}^-(s)$  – в правой.

Решая систему линейных алгебраических уравнений, получаемую из (5) и (6) путем приравнения в числителях коэффициентов при одинаковых степенях оператора  $s$ , найдем выражения для коэффициентов разложения:

$$\begin{cases} x = MT \\ y = 4MT^2\alpha + 2\xi MT + NT^2 \\ z = M + 8\xi\alpha MT + 8\alpha^2 MT^2 + 2N\xi T + 4N\alpha T^2 + 2\xi NT \\ a = 2\alpha DK + N \\ M = (DK\alpha + N(1 - T^2(\alpha^2 + \beta^2)))/(2T(\alpha^2 + \beta^2)(\xi + \alpha T)) \\ N = \frac{DK(2T(\xi + \alpha T)(\alpha^2 + \beta^2) - \alpha(4T^2\alpha^2 + 4\xi T\alpha + 1 - T^2(\alpha^2 + \beta^2)))}{4T^2(\xi + \alpha T)^2(\alpha^2 + \beta^2) + (1 - T^2(\alpha^2 + \beta^2))(4T^2\alpha^2 + 4\xi T\alpha + 1 - T^2(\alpha^2 + \beta^2))} \end{cases} \quad (7)$$

Обратное преобразование Лапласа [8] дает:

$$\begin{aligned} K_{y^{\text{ca}}y}^+(\tau_k) &= L^{-1}\{K_{y^{\text{ca}}y}^+(s)e^{-s\tau_k}\} = L^{-1}\left\{\frac{xs^3 + ys^2 + zs + a}{(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)((s + \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-s\tau_k}\right\} = \\ &= L^{-1}\left\{\frac{xs^3 e^{-s\tau_k}}{T^2((s + \xi T)^2 + (1 - \xi^2) T^2)((s + \alpha)^2 + \beta^2)}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{y(s^2 + zs + a)y e^{-s\tau_k}}{T^2((s + \xi T)^2 + (1 - \xi^2) T^2)((s + \alpha)^2 + \beta^2)}\right\}, \\ K_{y^{\text{ca}}y}^-(\tau_k) &= L^{-1}\left\{\frac{(Ms + N)}{((s - \alpha)^2 + \beta^2)} e^{-s\tau_k}\right\}. \end{aligned}$$

Подставив выражения для коэффициентов разложения из (7), получим:

$$\begin{aligned} K_{y^{\text{ca}}y}^+(\tau_k) &= x(C_1 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta_1) + C_2 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta_2))/T^2 + \\ &+ y(C_3 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta_3) + C_4 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta_4))/T^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\alpha_1 = \xi/T$ ,  $\beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2}/T$ ,  $R = \alpha^2 + \beta^2$ ,  $R_1 = 1/T^2$ ,  $S_1 = \alpha - \alpha_1$ ,  $S_2 = \beta - \beta_1$ ,  $S_3 = \beta_1 + \beta$ ,  
 $R_2 = (R - R_1)^2 + 4S_1(\alpha R_1 - \alpha_1 R)$ ,  $R_3 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha z/y + a/y$ ,  $R_4 = \alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_1 z/y + a/y$ ,  $R_5 = \beta(z/y - 2\alpha)$ ,  
 $R_6 = \beta_1(z/y - 2\alpha_1)$ ,  $\tilde{N}_1 = (-\sqrt{R})^3/\beta\sqrt{R_2}$ ,  $R_7 = (S_1^2 + S_2^2)(S_1^2 + S_3^2)$ ,  $\tilde{N}_2 = (-\sqrt{R_1})^3/\beta_1\sqrt{R_2}$ ,  
 $\tilde{N}_3 = \sqrt{R_3^2 + R_5^2}/\beta\sqrt{R_7}$ ,  $\theta_1 = \arctg 2\beta S_1/(2\alpha S_1 + R_1 - R) - 3\arctg \beta/\alpha$ ,  $\tilde{N}_4 = \sqrt{R_4^2 + R_6^2}/\beta_1\sqrt{R_7}$ ,  
 $\theta_2 = \arctg 2\beta S_1/(2\alpha_1 S_1 - R + R_1) - 3\arctg \beta_1/\alpha_1$ ,  $\theta_3 = \arctg R_3/R_3 + \arctg S_2/S_1 + \arctg S_3/S_1$ ,  
 $\theta_4 = \arctg R_6/R_4 + \arctg S_2/S_1 - \arctg S_3/S_1$ .

$$K_{y^{\text{ca}}y}^-(\tau_k) = M C e^{\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta), \quad (9)$$

где  $C = -\sqrt{\beta^2 + (\alpha - N/M)^2}/\beta$ ,  $\theta = \arctg \beta/(\alpha + N/M)$ .

**ИПФ, соответствующая  $W_3(s)$ , имеет вид:**

$$w(t) = L^{-1}\{W_3(s)\} = k e^{-\alpha_1(t - \tau)} \sin \beta_1(t - \tau)/\beta_1 T^2. \quad (10)$$

Применив рассмотренную процедуру для других сочетаний типовых моделей, найдем соответствующие корреляционные функции (см. табл. 3).

Графическое отображение некоторых ВКФ, рассчитанных по их выражениям из табл. 3, приведен на рис. 1 и 2. Их анализ показывает, что графики функций  $K_{yy}(\tau_k)$  являются, как и должно быть, гладкими, не имеющими разрывов в точке «стыка» полуветвей ВКФ. Отбор таких единственных решений из множества возможных был одним из наиболее трудоемких этапов получения ВКФ.

**Процедура идентификации моделей на основе РМТСИ.** Сводится к реализации следующей последовательности действий:

1) определяются, а в дальнейшем перерасчитываются на скользящем интервале времени, оценки среднеквадратических периодов колебаний переменных  $u(t)$  и  $y(t)$  относительно своих средних значений –  $\hat{T}_y^{\text{нбс}}$ ,  $\hat{T}_u^{\text{нбс}}$ , например, используя информацию о количестве пересечений этими переменными уровня средних значений –  $N_y$ ,  $N_u$  на интервале времени и рассчитываются:

– целесообразный интервал времени, на котором будет вестись оценивание корреляционных функций

$$T = (25 \dots 50) \hat{T}_y^{cкп} = \hat{T}^{cкп} = 2T/N_y; \quad (11)$$

Таблица 3 – Таблица ВКФ типовых статистических моделей

$K_{ин}^i$	$W(p)$	$K_{ий}^1(\tau_e)$
$K_1$	$W_1$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} Dk \left( e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} / (1 - \alpha T) + 2\alpha T e^{-(\tau_k - \tau)/T} / (\alpha^2 T^2 - 1) \right), \alpha T \neq 1 \\ Dk (1 + (\tau_k - \tau)(\alpha T + 1) / T) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} / (\alpha T + 1), \alpha T = 1 \end{cases};$ $K_{ий}^- = Dk e^{\alpha(\tau_k - \tau)} / (\alpha T + 1).$
	$W_2$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} Dk \left( e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} / P_1^2 - 2\alpha(2T / P_1 P_2 + \tau_k - \tau) e^{-(\tau_k - \tau)/T} / P_1 P_2 \right), \alpha T \neq 1 \\ Dk (0,5 + \alpha(\tau_k - \tau) + \alpha^2(\tau_k - \tau)^2) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} / 2, \alpha T = 1 \end{cases};$ $K_{ий}^- = Dk e^{\alpha(\tau_k - \tau)} / P_2, \text{ где } P_1 = 1 - \alpha T, P_2 = \alpha T + 1.$
	$W_3$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} M \left( C e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} + C_1 e^{-\xi(\tau_k - \tau)/T} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta) \right), \alpha T \neq \xi \\ M (C - C_1 \cos(\beta_1(\tau_k - \tau) + \arctg(\beta_1 / 2\alpha))) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)}, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{ий}^- = M e^{\alpha(\tau_k - \tau)}, \text{ где } M = Dk/P, \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2} / T, P = \alpha^2 T^2 + 2\alpha T \xi + 1,$ $\alpha_1 = \frac{\xi}{T}, C = \frac{P}{\alpha^2 T^2 - 2\alpha T \xi + 1}, C_1 = \frac{2\alpha \sqrt{C}}{\beta_1}, \theta = \arctg\left(\frac{\beta_1}{\alpha + \alpha_1}\right) + \arctg\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \alpha}\right).$
	$W_4$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} M \left( C e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} + C_1 e^{-\xi(\tau_k - \tau)/T} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta) \right), \alpha T \neq \xi \\ M (C - C_1 \cos(\beta_1(\tau_k - \tau) + \arctg(\beta_1 / 2\alpha))) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)}, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{ий}^- = M e^{\alpha(\tau_k - \tau)}, \text{ где } M = Dk/P, \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2} / T, P = \alpha^2 T^2 + 2\alpha T \xi + 1, \alpha_1 = \frac{\xi}{T},$ $C = \frac{-P}{\alpha^2 T^2 - 2\alpha T \xi + 1}, C_1 = \frac{2\sqrt{C}}{T\beta_1}, \theta = \arctg\left(\frac{-\beta_1 \alpha T^2}{\alpha \xi T + 1}\right) + \arctg\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \alpha}\right).$
	$W_5$	$K_{ий}^+ = Dk(2 - e^{-\alpha(\tau_k - \tau)}) / \alpha; \quad K_{ий}^- = Dk e^{\alpha(\tau_k - \tau)} / \alpha.$
	$W_6$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} Dk(2/\alpha + e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} / \alpha P_1 - 2\alpha T^2 e^{-(\tau_k - \tau)/T} / P_1 P_2), \alpha T \neq 1 \\ 2Dk/\alpha - (3Dk/2\alpha - (\tau_k - \tau)) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)}, \alpha T = 1 \end{cases};$ $K_{ий}^- = Dk e^{\alpha(\tau_k - \tau)} / \alpha(\alpha T + 1), \text{ где } P_1 = \alpha T - 1, P_2 = \alpha T + 1.$
$K_2$	$W_1$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} M \left( C e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta) + C_1 e^{-(\tau_k - \tau)/T} \right), \alpha T \neq 1 \\ (C_1 - C \cos(\beta(\tau_k - \tau) - \pi/2)) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)}, \alpha T = 1 \end{cases};$ $K_{ий}^- = C_2 e^{\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \varphi), \text{ где } P_1 = \alpha T + 1, P_2 = P_1^2 + \beta^2 T^2, P_3 = (\alpha T - 1)^2 + \beta^2 T^2,$ $C = P_2 / (P_1 \sqrt{P_3}), \quad C_2 = Dk / \sqrt{P_2}, \quad \varphi = \arctg(P_1 / \beta T), \quad M = Dk P_1 / P_2,$ $C_1 = 2\alpha T (\alpha^2 T^2 + \beta^2 T^2 - 1) / P_1 P_3, \quad \theta = \arctg(\beta T / (\alpha T - 1)) - \pi/2.$
	$W_2$	$K_{ий}^+ = \begin{cases} M \left( C(1 - (\tau_k - \tau) / T - C_1) e^{-(\tau_k - \tau)/T} - C_2 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \varphi) \right) + \\ A \left( (C_3(\tau_k - \tau) - C_4) e^{-(\tau_k - \tau)/T} + C_5 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \varphi_1) \right), \alpha T \neq 1 \\ M(C(1 - \alpha(\tau_k - \tau)) + C_1 - C_2 \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta)) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} + \\ A \left( (C_3(\tau_k - \tau) + C_4 - C_5 \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \theta_1)) e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \right), \alpha T = 1 \end{cases}$

Продолжение таблицы 3

$K_{uu}^i$	$W(p)$	$K_{uy}^i(\tau_\delta)$
	$W_2$	$K_{uy}^- = C_6 e^{\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \gamma), \text{ где } P_1 = \alpha T + 1, \quad P_2 = P_1^2 - \beta^2 T^2, \quad P_5 = \alpha^2 + \beta^2$ $P_3 = P_1^2 + \beta^2 T^2, \quad P_4 = (\alpha T - 1)^2 + \beta^2 T^2, \quad P_6 = \alpha T^2(\alpha^2 - 3\beta^2)P_2, \quad M = DkP_2/P_3^2,$ $P_7 = \beta((3\beta^2 T^2 - \alpha^2 T^2 + 2)(2\alpha TP_1 + 1) - 1), \quad C_1 = 2T(\alpha - TP_5)/P_4^2, \quad \theta = 3\text{arctg}(\beta/\alpha),$ $N = Dk(TP^2(3\alpha T + 2) - \alpha P_1^2)/P_5^2, \quad A = 4\alpha M + 2M/T + N, \quad C_2 = T^2 \sqrt{P_3^2}/\beta P_4,$ $P_8 = P_1^2(3\alpha T + 2) - \alpha \beta^2 T^3, \quad \theta_1 = \text{arctg}(P_7/P_6), \quad \varphi_1 = \varphi_2 + \theta_1, \quad \varphi = \varphi_2 - \theta,$ $C_3 = (T^2 P_5(2\alpha T^3 P_5 + 4\alpha^2 T^2 - 1) - 2\alpha^2 T^2 + 1)/P_4 P_8, \quad \varphi_2 = 2\text{arctg}(\beta T/(\alpha T - 1)), \quad C = 1/P_4,$ $C_4 = (T^3 P_5((4\alpha T + 1)(3\beta^2 - \alpha^2) - 2\alpha^2) + 2P_1(T(3\alpha^2 - \beta^2) - \alpha) - 1/T)/P_3 P_8, \quad C_6 = Dk/P_3,$ $\gamma = \text{arctg}(P_2/2\beta TP_1).$
$K_2$	$W_3$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(C_1 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_1) + C_2 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_2)) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_3) + C_4 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_4))/T^2, \alpha T \neq \xi \\ MR(\sqrt{R} \sin(\beta(\Delta\tau) + \varphi) - \beta \cos(\beta(\Delta\tau) - \varphi_1) + \sin(\beta(\Delta\tau) - \varphi_2) \sqrt{R} \beta(\Delta\tau)) \times \\ \times e^{-\alpha(\Delta\tau)}/2\beta^3 + g(H \sin(\beta(\Delta\tau)) - \cos(\beta(\Delta\tau) + \varphi_3) H_1(\Delta\tau)) e^{-\alpha(\Delta\tau)}/T^2, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{uy}^- = C_5 e^{\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \gamma), \text{ где } \Delta\tau = \tau_\delta - \tau, \quad \alpha_1 = \xi/T, \quad \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2}/T, \quad R = \alpha^2 + \beta^2,$ $R_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2, \quad P = 2T(\alpha T + \xi), \quad P_1 = 1 - T^2 R, \quad S_1 = \alpha - \alpha_1,$ $S = (R - R_1)^2 + 4(\alpha - \alpha_1)(\alpha R_1 - \alpha_1 R), \quad S_2 = \beta - \beta_1, \quad b_1 = z/g, \quad S_3 = \beta + \beta_1,$ $S_4 = (S_1^2 + S_2^2)(S_1^2 + S_3^2), \quad N = Dk(PR - \alpha(P_1 + 2\alpha P))/(P_1(2\alpha P + P_1) + P^2 R),$ $M = (NP_1 + \alpha Dk)/PR, \quad a = 2Dk\alpha + N, \quad g = 4\alpha MT^2 + 2\xi MT + NT^2, \quad b_2 = a/g,$ $z = 8\alpha^2 T^2 M + 8\alpha \xi MT + M + 4\alpha NT^2 + 2\xi NT, \quad R_3 = \beta(b_1 - 2\alpha), \quad R_4 = \beta_1(b_1 - 2\alpha),$ $R_2 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha b_1 + b_2, \quad R_5 = \alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_1 b_1 + b_2, \quad H = (Rg - \alpha z + a)/2g\beta^3, \quad C_1 = -\sqrt{R^3}/\beta\sqrt{S},$ $\theta_1 = \text{arctg}(2\beta(\alpha - \alpha_1)/2\alpha(\alpha - \alpha_1) - R + R_1) - 3\text{arctg}(\beta/\alpha), \quad C_2 = -\sqrt{R_1^3}/\beta_1\sqrt{S},$ $\theta_2 = \text{arctg}(2\beta_1(\alpha_1 - \alpha)/2\alpha_1(\alpha_1 - \alpha) + R - R_1) - 3\text{arctg}(\beta/\alpha), \quad C_3 = \sqrt{R_3^2 + R_2^2}/\beta\sqrt{S_4},$ $\theta_3 = \text{arctg}(R_3/R_2) + \text{arctg}(S_2/S_1) + \text{arctg}(S_3/S_1), \quad C_4 = \sqrt{R_4^2 + R_5^2}/\beta_1\sqrt{S_4},$ $\theta_4 = \text{arctg}(R_4/R_5) + \text{arctg}(S_2/S_1) - \text{arctg}(S_3/S_1), \quad H_1 = \sqrt{R_2^2 + R_3^2}/2\beta^2, \quad \varphi = -\text{arctg}(\beta/\alpha),$ $\varphi_1 = -2\varphi, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \text{arctg}(\alpha/\beta), \quad \varphi_3 = \text{arctg}(R_3/R_2), \quad C_5 = M\sqrt{\beta^2 + (\alpha + N/M)^2}/\beta,$ $\gamma = \text{arctg}(\beta/(\alpha + N/M)).$
	$W_4$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(C_1 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_1) + C_2 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_2)) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_3) + C_4 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_4))/T^2, \alpha T \neq \xi \\ MR(\sqrt{R} \sin(\beta(\Delta\tau) + \varphi) - \beta \cos(\beta(\Delta\tau) - \varphi_1) + \sin(\beta(\Delta\tau) - \varphi_2) \sqrt{R} \beta(\Delta\tau)) \times \\ \times e^{-\alpha(\Delta\tau)}/2\beta^3 + g(H \sin(\beta(\Delta\tau)) - \cos(\beta(\Delta\tau) + \varphi_3) H_1(\Delta\tau)) e^{-\alpha(\Delta\tau)}/T^2, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{uy}^- = C_5 e^{\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \gamma), \text{ где } \Delta\tau = \tau_\delta - \tau, \quad \alpha_1 = \xi/T, \quad \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2}/T, \quad R = \alpha^2 + \beta^2,$ $R_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2, \quad P = 2T(\alpha T + \xi), \quad P_1 = 1 - T^2 R, \quad S_1 = \alpha - \alpha_1, \quad b_1 = z/g.$

Продолжение таблицы 3

$K_{uy}^i$	$W(p)$	$K_{uy}^i(\tau_{\hat{e}})$
	$W_4$	$N = -DkR(P_1 + 3\alpha P)/(P_1(2\alpha P + P_1) + P^2R), M = (NP_1 + RDk)/PR, b_2 = N/g,$ $g = 4\alpha MT^2 + 2\xi MT + NT^2, z = 8\alpha^2 T^2 M + 8\alpha \xi MT + M + 4\alpha NT^2 + 2\xi NT - 2\alpha Dk,$ $R_2 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha b_1 + b_2, S_2 = \beta - \beta_1, S_3 = \beta + \beta_1, S_4 = (S_1^2 + S_2^2)(S_1^2 + S_3^2),$ $S = (R - R_1)^2 + 4(\alpha - \alpha_1)(\alpha R_1 - \alpha_1 R), R_3 = \beta(b_1 - 2\alpha), R_4 = \beta_1(b_1 - 2\alpha),$ $R_5 = \alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_1 b_1 + b_2, H = (Rg - \alpha z + N)/2g\beta^3, H_1 = \sqrt{R_2^2 + R_3^2}/2\beta^2, C_1 = -\sqrt{R^3}/\beta\sqrt{S},$ $\theta_1 = \arctg(2\beta(\alpha - \alpha_1)/2\alpha(\alpha - \alpha_1) - R + R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha),$ $C_2 = -\sqrt{R_1^3}/\beta_1\sqrt{S}, \theta_2 = \arctg(2\beta_1(\alpha_1 - \alpha)/2\alpha_1(\alpha_1 - \alpha) + R - R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha)$ $C_3 = \sqrt{R_3^2 + R_2^2}/\beta\sqrt{S_4}, \theta_3 = \arctg(R_3/R_2) + \arctg(S_2/S_1) + \arctg(S_3/S_1),$ $C_4 = \sqrt{R_4^2 + R_5^2}/\beta_1\sqrt{S_4}, \theta_4 = \arctg(R_4/R_5) + \arctg(S_2/S_1) - \arctg(S_3/S_1), \varphi = -\arctg(\beta/\alpha),$ $\varphi_1 = -2\varphi, \varphi_2 = \varphi_1 + \arctg(\alpha/\beta), \varphi_3 = \arctg(R_3/R_2), C_5 = M\sqrt{\beta^2 + (\alpha + N/M)^2}/\beta,$ $\gamma = \arctg(\beta/(\alpha + N/M)).$
$K_2$	$W_5$	$K_{uy}^+ = Dk(2\alpha/P - (e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \arctg(\beta/\alpha) + \pi/2)))/\sqrt{P};$ $K_{uy}^- = Dke^{\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \arctg(\alpha/\beta))/\sqrt{P}, \text{ где } P = \alpha^2 + \beta^2.$
	$W_6$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(Ce^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta) + C_1 e^{-(\tau_k - \tau)/T}) + \\ A(C_2 - C_3 e^{-(\tau_k - \tau)/T} + C_4 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta_1(\tau_k - \tau) + \theta_1)), \alpha T \neq 1; \\ M(C_1 - C \cos(\beta(\tau_k - \tau) + \varphi))e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} + \\ A(C_2 - C_3 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} + C_4 e^{-\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \varphi_1)), \alpha T = 1 \end{cases}$ $K_{uy}^- = C_5 e^{\alpha(\tau_{\hat{e}} - \tau)} \sin(\beta(\tau_{\hat{e}} - \tau) + \gamma), \text{ где } P_1 = \alpha T + 1, P_2 = \alpha^2 + \beta^2, A = 2Dk\alpha/T,$ $P_3 = (\alpha T - 1)^2 + \beta^2 T^2, C_1 = 4T^2 P_1 \alpha P_2 / (\alpha P_1 - \beta^2 T) P_3, C_2 = T/P_2, C_3 = T^3/P_3,$ $C = (P_1^2 + \beta^2 T^2) \sqrt{((2\alpha^2 + \beta^2)^2 + \alpha^2 \beta^2)/P_3} / (\alpha \beta P_1 - \beta^2 T), \gamma_1 = \arctg(\beta T / (\alpha T - 1)),$ $M = Dk(\alpha P_1 - \beta^2 T) / P_2 (P_1^2 + \beta^2 T^2), C_4 = T/\beta \sqrt{P_2 P_3}, \varphi = \arctg(\alpha \beta / (2\alpha^2 + \beta^2)), \theta = \varphi + \gamma_1,$ $\varphi_1 = \arctg(\beta/\alpha), \theta_1 = \arctg(\beta/\alpha) + \gamma_1, C_5 = Dk/\sqrt{P_2 (P_1^2 + \beta^2 T^2)},$ $\gamma = \arctg((\alpha P_1 - \beta^2 T) / \beta(2\alpha T + 1)).$
$K_3$	$W_2$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(Ce^{-\alpha(\tau_{\hat{e}} - \tau)} \sin(\beta(\tau_{\hat{e}} - \tau) + \theta) + (C_1(1 - (\tau_{\hat{e}} - \tau)/T) - C_2)e^{-(\tau_{\hat{e}} - \tau)/T}) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\tau_{\hat{e}} - \tau)} \sin(\beta(\tau_{\hat{e}} - \tau) + \theta_1) + (C_4(\tau_{\hat{e}} - \tau) + C_5)e^{-(\tau_{\hat{e}} - \tau)/T})/T^2, \alpha T \neq 1 \\ M(Ce^{-\alpha(\tau_{\hat{e}} - \tau)} \sin(\beta(\tau_{\hat{e}} - \tau) + \varphi) + (C_1(1 - (\tau_{\hat{e}} - \tau)/T) - C_2)e^{-(\tau_{\hat{e}} - \tau)/T}) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\tau_{\hat{e}} - \tau)} \sin(\beta(\tau_{\hat{e}} - \tau) + \varphi_1) + (C_4(\tau_{\hat{e}} - \tau) + C_5)e^{-(\tau_{\hat{e}} - \tau)/T})/T^2, \alpha T = 1 \end{cases}$ $K_{uy}^- = C_6 e^{\alpha(\tau_k - \tau)} \sin(\beta(\tau_k - \tau) + \gamma), \text{ где } R = \alpha^2 + \beta^2, R_1 = (\alpha - 1/T)^2 + \beta^2,$ $P = 2T(\alpha T + 1), P_1 = 1 - T^2 R, N = Dk(PR - 2\alpha(P_1 + 2\alpha P))/(P_1(2\alpha P + P_1) + P^2 R),$ $M = (NP_1 + 2\alpha Dk)/PR, g = 4\alpha MT^2 + 2MT + NT^2, R_2 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha b_1 + b_2.$

Продолжение таблицы 3

$K_{uu}^i$	$W(p)$	$K_{uy}^i(\tau_\xi)$
	$W_2$	$z = 4\alpha MP + M + 4\alpha NT^2 + 2NT, \quad R_3 = \beta(b_1 - 2\alpha), \quad C = R\sqrt{R}/\beta R_1, \quad a = 4Dk\alpha + N, \quad b_1 = z/g,$ $b_2 = a/g, \quad C_1 = 1/(R_1 T^2), \quad C_2 = 2(\alpha - TR)/(T^3 R_1^2), \quad C_3 = \sqrt{R_3^2 + R_2^2}/\beta R_1,$ $C_4 = (b_2 - b_1/T + 1/T^2)/R_1, \quad C_5 = (b_1 - 2T - 2C_4(\alpha - 1/T))/R_1, \quad \varphi = -3\arctg(\beta/\alpha),$ $\theta = 2\arctg(\beta/(\alpha - 1/T)) - 3\arctg(\beta/\alpha), \quad \theta_1 = 2\arctg(\beta/(\alpha - 1/T)) + \arctg(R_3/R_2),$ $\varphi_1 = -\arctg(R_3/R_2), \quad C_6 = M\sqrt{\beta^2 + (\alpha + N/M)^2}/\beta, \quad \gamma = \arctg(\beta/(\alpha + N/M)).$
	$W_3$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(C_1 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_1) + C_2 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_2)) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_3) + C_4 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_4))/T^2, \alpha T \neq \xi \\ MR(\sqrt{R} \sin(\beta(\Delta\tau) + \varphi) - \beta \cos(\beta(\Delta\tau) - \varphi_1) + \sin(\beta(\Delta\tau) - \varphi_2) \sqrt{R}\beta(\Delta\tau)) \times \\ \times e^{-\alpha(\Delta\tau)}/2\beta^3 + g(H \sin(\beta(\Delta\tau)) - \cos(\beta(\Delta\tau) + \varphi_3) H_1(\Delta\tau)) e^{-\alpha(\Delta\tau)}/T^2, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{uy}^- = C_5 e^{\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \gamma), \text{ где } \Delta\tau = \tau_\xi - \tau, \alpha_1 = \xi/T, \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2}/T, R = \alpha^2 + \beta^2,$ $R_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2, P = 2T(\alpha T + \xi), P_1 = 1 - T^2 R, S_1 = \alpha - \alpha_1,$ $S = (R - R_1)^2 + 4(\alpha - \alpha_1)(\alpha R_1 - \alpha_1 R), S_3 = \beta + \beta_1, S_4 = (S_1^2 + S_2^2)(S_1^2 + S_3^2),$ $N = Dk(PR - 2\alpha(P_1 + 2\alpha P))/(P_1(2\alpha P + P_1) + P^2 R), M = (NP_1 + 2\alpha Dk)/PR,$ $g = 4\alpha MT^2 + 2\xi MT + NT^2, z = 8\alpha^2 T^2 M + 8\alpha \xi MT + M + 4\alpha NT^2 + 2\xi NT, S_2 = \beta - \beta_1, b_1 = z/g,$ $b_2 = a/g, R_2 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha b_1 + b_2, R_4 = \beta_1(b_1 - 2\alpha), R_3 = \beta(b_1 - 2\alpha),$ $R_5 = \alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_1 b_1 + b_2, a = 4Dk\alpha + N, H = (Rg - \alpha z + a)/2g\beta^3, C_1 = -\sqrt{R^3}/\beta\sqrt{S},$ $\theta_1 = \arctg(2\beta(\alpha - \alpha_1)/2\alpha(\alpha - \alpha_1) - R + R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha), C_2 = -\sqrt{R_1^3}/\beta_1\sqrt{S},$ $\theta_2 = \arctg(2\beta_1(\alpha_1 - \alpha)/2\alpha_1(\alpha_1 - \alpha) + R - R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha), C_3 = \sqrt{R_3^2 + R_2^2}/\beta\sqrt{S_4},$ $\theta_3 = \arctg(R_3/R_2) + \arctg(S_2/S_1) + \arctg(S_3/S_1), C_4 = \sqrt{R_4^2 + R_5^2}/\beta_1\sqrt{S_4},$ $\theta_4 = \arctg(R_4/R_5) + \arctg(S_2/S_1) - \arctg(S_3/S_1), H_1 = \sqrt{R_2^2 + R_3^2}/2\beta^2, \varphi = -\arctg(\beta/\alpha),$ $\varphi_1 = -2\varphi, \varphi_2 = \varphi_1 + \arctg(\alpha/\beta), \varphi_3 = \arctg(R_3/R_2), C_5 = M\sqrt{\beta^2 + (\alpha + N/M)^2}/\beta,$ $\gamma = \arctg(\beta/(\alpha + N/M)).$
$K_3$	$W_4$	$K_{uy}^+ = \begin{cases} M(C_1 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_1) + C_2 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_2)) + \\ g(C_3 e^{-\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \theta_3) + C_4 e^{-\alpha_1(\Delta\tau)} \sin(\beta_1(\Delta\tau) + \theta_4))/T^2, \alpha T \neq \xi \\ MR(\sqrt{R} \sin(\beta(\Delta\tau) + \varphi) - \beta \cos(\beta(\Delta\tau) - \varphi_1) + \sin(\beta(\Delta\tau) - \varphi_2) \sqrt{R}\beta(\Delta\tau)) \times \\ \times e^{-\alpha(\Delta\tau)}/2\beta^3 + g(H \sin(\beta(\Delta\tau)) - \cos(\beta(\Delta\tau) + \varphi_3) H_1(\Delta\tau)) e^{-\alpha(\Delta\tau)}/T^2, \alpha T = \xi \end{cases};$ $K_{uy}^- = C_5 e^{\alpha(\Delta\tau)} \sin(\beta(\Delta\tau) + \gamma), \text{ где } \Delta\tau = \tau_\xi - \tau, \alpha_1 = \xi/T, \beta_1 = \sqrt{1 - \xi^2}/T, R = \alpha^2 + \beta^2,$ $R_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2, P = 2T(\alpha T + \xi), P_1 = 1 - T^2 R, S_1 = \alpha - \alpha_1, b_1 = z/g,$ $S = (R - R_1)^2 + 4(\alpha - \alpha_1)(\alpha R_1 - \alpha_1 R), N = -DkR(P_1 + 3\alpha P)/(P_1(2\alpha P + P_1) + P^2 R), S_2 = \beta - \beta_1,$ $S_3 = \beta + \beta_1, S_4 = (S_1^2 + S_2^2)(S_1^2 + S_3^2), M = (NP_1 + RDk)/PR, y = 4\alpha MT^2 + 2\xi MT + NT^2,$ $z = 8\alpha^2 T^2 M + 8\alpha \xi MT + M + 4\alpha NT^2 + 2\xi NT - 2\alpha Dk.$

Окончание таблицы 3

$K_{uu}^i$	$W(p)$	$K_{uy}^i(\tau_k)$
$K_3$	$W_4$	$b_2 = N/y, R_2 = \alpha^2 - \beta^2 - \alpha b_1 + b_2, R_3 = \beta(b_1 - 2\alpha), R_4 = \beta_1(b_1 - 2\alpha),$ $R_5 = \alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_1 b_1 + b_2, H = (Ry - \alpha z + N)/2y\beta^3, H_1 = \sqrt{R_2^2 + R_3^2}/2\beta^2, C_1 = -\sqrt{R^3}/\beta\sqrt{S},$ $\theta_1 = \arctg(2\beta(\alpha - \alpha_1)/2\alpha(\alpha - \alpha_1) - R + R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha), C_2 = -\sqrt{R_1^3}/\beta_1\sqrt{S},$ $\theta_2 = \arctg(2\beta_1(\alpha_1 - \alpha)/2\alpha_1(\alpha_1 - \alpha) + R - R_1) - 3\arctg(\beta/\alpha), C_3 = \sqrt{R_3^2 + R_2^2}/\beta\sqrt{S_4},$ $\theta_3 = \arctg(R_3/R_2) + \arctg(S_2/S_1) + \arctg(S_3/S_1), C_4 = \sqrt{R_4^2 + R_5^2}/\beta_1\sqrt{S_4},$ $\theta_4 = \arctg(R_4/R_5) + \arctg(S_2/S_1) - \arctg(S_3/S_1), \varphi = -\arctg(\beta/\alpha), \varphi_1 = -2\varphi,$ $\varphi_2 = \varphi_1 + \arctg(\alpha/\beta), \varphi_3 = \arctg(R_3/R_2), C_5 = M\sqrt{\beta^2 + (\alpha + N/M)^2}/\beta,$ $\gamma = \arctg(\beta/(\alpha + N/M)).$

– шага дискретизации случайных процессов и приращений аргументов корреляционных функций:

$$\hat{T}_u^{ckn} = 2T/N_u, \Delta t = kT_{kv} \approx 0,1 \hat{T}_u^{ckn}, k = 1; 2; 3 \dots, \Delta \tau_k = \Delta t; \quad (12)$$

– интервалы  $\tau_k$  для оценивания  $\hat{K}_{uu}(\tau_k), \hat{K}_{uy}^+(\tau_k), \hat{K}_{uy}^-(\tau_k)$ , соответственно:

$$\tau_k^{AK\Phi} = m_{AK\Phi} \Delta \tau_k \approx 7T/N_u, \tau_k^{BK\Phi+} = m_{BK\Phi+}^+ \Delta \tau_k \approx 6T/(N_y^2 \sqrt{N_u}), \tau_k^{BK\Phi-} = m_{BK\Phi-}^- \Delta \tau_k \approx 6T/(N_u^2 \sqrt{N_y}), \quad (13)$$

где  $m_{AK\Phi}, m_{\hat{A}\hat{E}\hat{O}}^+, m_{\hat{A}\hat{E}\hat{O}}^-$  – количество оцениваемых точек соответствующих корреляционных функций;

2) оцениваются значения корреляционных функций на скользящем или фиксированном интервале времени  $T$  с использованием рекуррентных выражений:

$$\hat{K}_{uu}^{(j)}(m\Delta \tau_k) = \hat{K}_{uu}^{(j-1)}(m\Delta \tau_k) + \frac{1}{N-m+1} \sum_{m=1}^{m_{\text{вд}}} (u(j\Delta t)u((j-m+1)\Delta t) - u((j-N)\Delta t)u((j-N+m-1)\Delta t)), \quad (14)$$

$$\hat{K}_{uy}^{+(j)}(m\Delta \tau_k) = \hat{K}_{uy}^{+(j-1)}(m\Delta \tau_k) + \frac{1}{N-m+1} \sum_{m=1}^{m_{\text{вд}}^+} (u(j\Delta t)y((j-m+1)\Delta t) - y((j-N)\Delta t)u((j-N+m-1)\Delta t)), \quad (15)$$

$$\hat{K}_{uy}^{-(j)}(m\Delta \tau_k) = \hat{K}_{uy}^{-(j-1)}(m\Delta \tau_k) + \frac{1}{N-m+1} \sum_{m=1}^{m_{\text{вд}}^-} (y(j\Delta t)u((j-m+1)\Delta t) - u((j-N)\Delta t)y((j-N+m-1)\Delta t)), \quad (16)$$

где  $N = T/T_{kv}$  – количество точек СП на интервале оценивания  $T$ ;

$j$  – порядковый номер шага квантования,  $j = 0, N$ ;

3) для выбранных моделей АКФ  $K_i(\tau_k)$  одной или нескольких, численными методами решается задача их параметрической идентификации:

$$\vec{d}^* = \arg \min \left[ \left( K_i(\tau_k, \vec{d}) - \hat{K}_{uu}(\tau_k) \right)^2 \right]; \quad (17)$$

4) из табл. 3 выбираются модели ВКФ, соответствующие моделям  $K_i^i(\tau_k)$ , и выбранным моделям объекта (системы)  $W_i(p)$ , и проводится их параметрическая идентификация:

$$\vec{c}^* = \{k^*, T^*, \tau^*\} = \arg \min \left[ \left( K_{uy}^i(\tau_k, \vec{c}) - \hat{K}_{uy}(\tau_k) \right)^2 \right]. \quad (18)$$

**Иллюстрация результатов применения РМТСИ.** Рис. 3 иллюстрирует варианты применения РМТСИ для идентификации статических аperiodических моделей первого  $W_1(p)$  и второго  $W_2(p)$  порядков с запаздыванием (см. табл. 1) и двух моделей входного воздействия  $K_1(\tau_k)$  с неколебательными свойствами и  $K_2(\tau_k)$  с колебательными свойствами. В первом случае, когда выбранная модель  $K_{uu}(\tau_k)$  неколебательная, т.е. не соответствует фактической оценке АКФ процесса и, следовательно, неправильно отражает реальные свойства  $u(t)$ , то погрешности идентификации и для обоих видов моделей  $W_i(p)$  очень большие. Во втором случае, когда модель  $K_{uu}(\tau_k)$  выбрана правильно, то результаты идентификации для обоих видов моделей  $W_i(p)$  можно признать удовлетворительными.



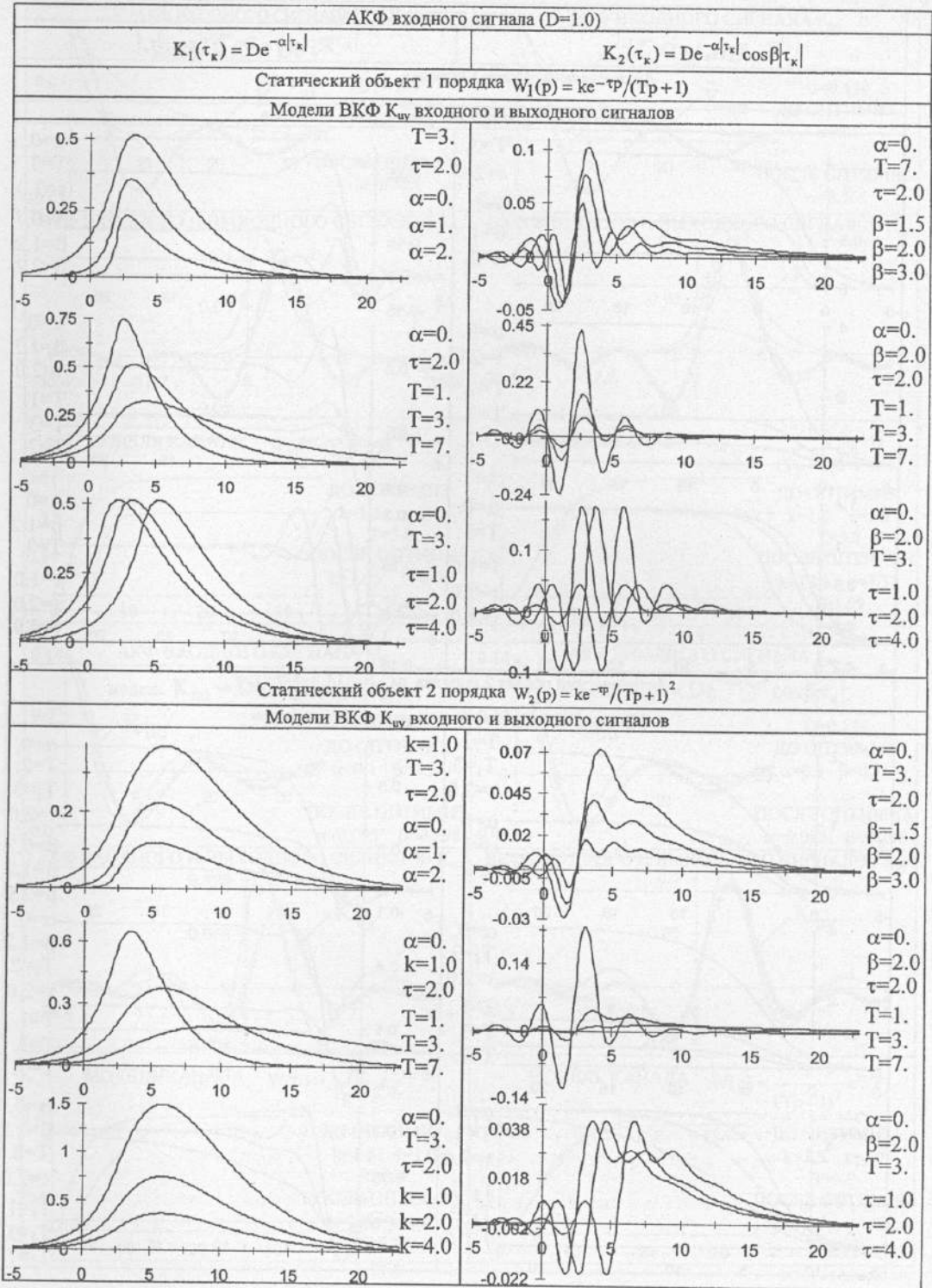


Рис. 1 – Примеры графического отображения  $K_{wy}(\tau_k)$  для статических  $W(s)$

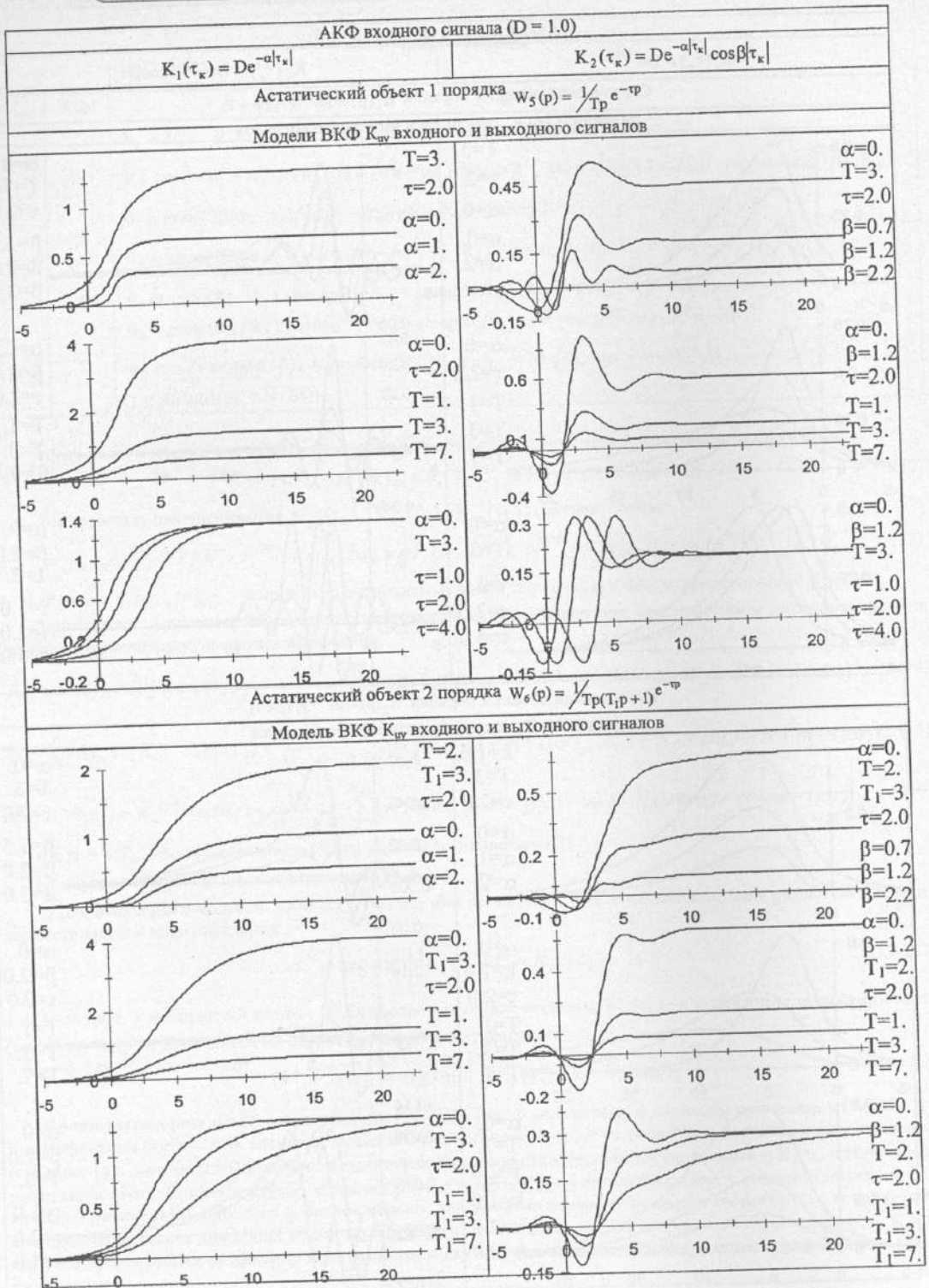


Рис. 2 – Примеры графического отображения  $K_{wy}(\tau_k)$  для астатических  $W(s)$

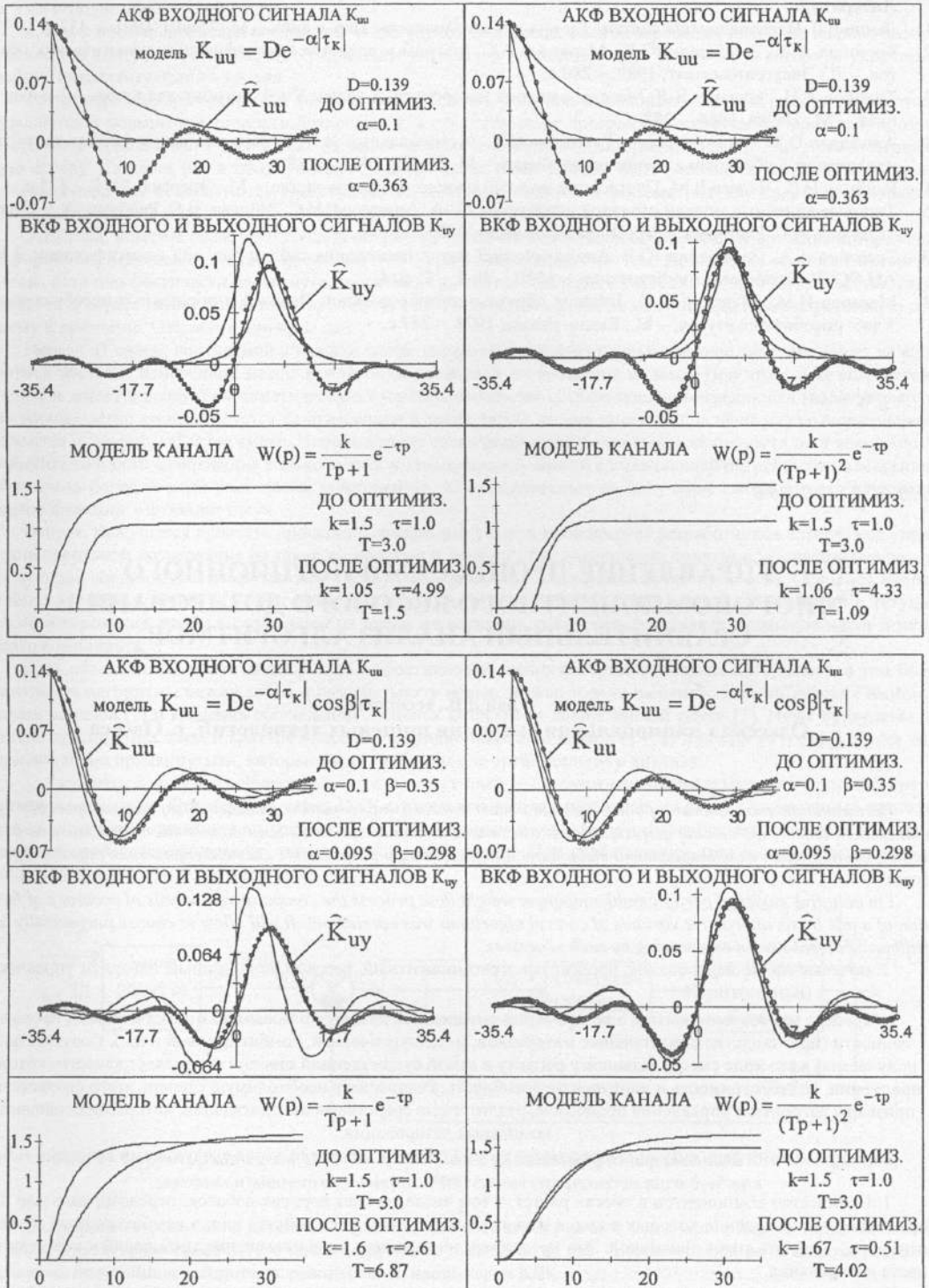


Рис. 3 – Иллюстрация результатов выполнения процедуры идентификации типовых моделей объектов и систем с запаздыванием, основанной на РМТСИ

#### Литература

1. Льюинг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
2. Бессонов А.А., Загашвили Ю.В., Маркелов А.С. Методы и средства идентификации динамических объектов. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 280 с.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд. исправ. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
4. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
5. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975. – 375 с.
6. Типовые линейные модели объектов управления / С.А. Анисимов, И.С. Зайцева, Н.С. Райбман, А.А. Яралов / Под ред. Н.С. Райбмана. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 264 с.
7. Бессонов А.А., Загашвили Ю.В. Аналитический метод построения таблиц типовой идентификации // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1980. – № 4. – С. 214.
8. Макаров И.М., Менский Б.М. Таблица обратных преобразований Лапласа и обратных z-преобразований: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1978. – 247 с.

УДК 62-52:636.085.6

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ ПОРЦИОННОГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ВЕСОВОГО ДОЗИРОВАНИЯ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

Дец Д.В., ассистент,

Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

*На имитационной модели процесса порционного многокомпонентного весового дозирования проведен сравнительный анализ точности формирования смеси шестью альтернативными вариантами алгоритмов управления. Он позволит целенаправленно выбрать алгоритмы при разработке систем управления такими процессами.*

*On imitative model of portion multicomponent weight dose process the comparative analysis of accuracy of formation of a mix by six alternative variants of control algorithms was carried out. It will allow to choose purposefully algorithms at control system engineering by such processes.*

Ключевые слова: дозирование, процесс, многокомпонентный, весовой, порционный, алгоритм управления.

Процесс многокомпонентного дозирования-смешивания является базовым во многих отраслях промышленности (производство строительных материалов, металлургической, комбикормовой и др.). Соответствие, получаемой в его ходе смеси, заданному рецепту в самой существенной степени определяет качество готовой продукции, ее себестоимость и конкурентоспособность. Реализовать необходимую степень этого соответствия призваны алгоритмы управления процессом, реализуемые средствами автоматизации, которыми оснащаются комплексы дозирования.

На сегодняшний день ситуация в рассматриваемой области характеризуется следующими важными моментами.

1. Количество компонентов в смесях растет, в том числе, за счет дорогих добавок, передозировка или неравномерное распределение которых в смеси может резко ухудшить ее свойства или, в комбикормовой промышленности, – сделать смесь токсичной. Это предопределяет непрерывное повышение требований к качеству процесса дозирования.

2. Стремясь повысить точность формирования смеси, предприятия вкладывают средства в модернизацию дозаторов. Она, как правило, связана с использованием в них измерительных средств более высокого класса точности, прежде всего тензометрических и (или) более совершенных, на их взгляд, алгоритмов автоматического управления процессом, прежде всего, с «коррекцией досыпки».

3. Контроль качества готовой смеси по объективным показателям весьма затруднителен. При этом такой контроль может лишь констатировать фактические значения показателей качества, но на этом этапе изменить