

6. Висновки

1. Запропонована методика формування альтернативних комбінацій задіяних видів транспорту для кожного замовлення дозволяє проаналізувати всі можливі варіанти та обрати основу для проектування оптимальної, а не раціональної транспортно-технологічної системи доставки вантажів.

Використання оптимальної системи доставки дозволяє мінімізувати витрати всіх суб'єктів ринку.

2. З метою визначення раціональної області використання тієї чи іншої транспортно-технологічної системи доставки вантажів, подальшим напрямком роботи обране дослідження впливу параметрів потоку замовлень на вибір оптимальної системи доставки.

Література

1. Воркут А. І. Вантажні автомобільні перевезення [Текст] / А. І. Воркут. — К. : Вища школа, Головне вид-во, 1986. — 447 с.
2. Нагорний Є. В. Комерційна робота на автомобільному транспорті [Текст] : підручник / Є. В. Нагорний, Н. Ю. Шраменко. — Харків : ХНАДУ, 2010. — 324 с.
3. Кальченко А. Г. Логістика [Текст] : підручник / А. Г. Кальченко. — К. : КНЕУ, 2003. — 284 с.
4. Вітер Н. С. Аналіз критеріїв оцінки ефективності процесу обслуговування споживачів при контейнерних перевезеннях [Текст] / Н. С. Вітер // Міжвузівський збірник «Наукові нотатки». — Луцьк. — Випуск 28. — 2010. — С. 107–110.

УДК 004.94:004.896

ЕФЕКТИВНІСТЬ РОЗПОДІЛЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ МОДЕЛІ ІЗІНГА

В. Ю. Ларін

Доктор технічних наук, професор*

Контактний тел.: (044) 362-31-73, (050) 830-53-63

E-mail: vjlarin@gmail.com

Є. В. Шкурников

Аспірант*

Контактний тел.: (050) 976-20-13

E-mail: nikshev@gala.net

* Кафедра аеронавігаційних систем (АНС),
Національний Авіаційний Університет,
г. Київ, пр. Космонавта Комарова, 1

У статті розглянута модель Ізінга. Приведений алгоритм Метрополіса. Розраховано ефективність розподілених обчислень при використанні моделі Ізінга.

Ключові слова: модель Ізінга, розподілені обчислення.

В статье рассмотрена модель Изинга. Приведен алгоритм Метрополіса. Рассчитана эффективность распределенных вычислений при использовании модели Изинга.

Ключевые слова: модель Изинга, распределенные вычисления.

In article the Ising model is considered. The algorithm of Metropolis is resulted. Efficiency of the distributed computing at using of Ising models is calculated.

Keywords: Ising model, distributed computing.

1. Вступ

Модель Ізінга — математична модель статичної фізики призначена для опису намагнічення матеріалу. Важлива роль статистичної теорії моделі Ізінга пояснюється тим, що вона знаходить застосування при розгляді найрізноманітніших магнітних і немагнітних систем. Сюди входять феромагнетики, антиферомагнетики, феримагнетики, бінарні суміші і сплави, ґратчаста модель рідини, адсорбція на поверхні, «плавлення» ДНК і так далі.

Основна перевага моделі Ізінга полягає в тому, що вона дозволяє в максимально спрощеній формі, відволікаючись від яких-небудь деталей, пов'язаних з індивідуальними особливостями часток, описати кореляцію

і виявити ряд закономірностей у властивостях речовини таких як феромагнетики.

2. Постановка завдання

Велика кількість вимірювальних перетворювачів містять у своєму складі електромагнітні компоненти виготовлені з використанням різних феромагнітних матеріалів, що дозволяє поліпшити їх електричні параметри, а також зменшити розміри і масу.

При розрахунку дроселя і дослідженні процесів важливо знати метод визначення електромагнітних параметрів. Зокрема, треба знаходити струм дроселя по відомій напрузі (пряме завдання) або напругу по відомому

струму (зворотне завдання) і потім за цими даними визначати потрібні електромагнітні параметри дроселя. Це завдання для простого лінійного індуктивного елемента вирішується порівняно просто – необхідно скористатися поняттям індуктивності.

Для дроселя ж з феромагнітним осердям із-за нелінійних властивостей останнього зв'язок між напругою і струмом встановлюють через магнітні характеристики осердя. Моделювання феромагнітного осердя не завжди дає точні результати оскільки при моделюванні завжди виникають додаткові питання, які не описуються жодною з існуючих моделей.

Мета роботи. Аналіз моделі Ізінга і розгляд алгоритмів розрахунку моделі, а так само аналіз можливості практичної реалізації моделі Ізінга за допомогою розподілених обчислень.

Практичне значення. Реалізація моделі Ізінга за допомогою розподілених обчислень дозволить розраховувати великі ґратки за коротший час обчислення, що дає можливість практичного використання моделі для опису поведінки феромагнітного сердечника.

3. Модель Ізінга

Розглянемо модель Ізінга. Нехай розглядається N спінів σ_i , $i = 1, 2, \dots, N$ на ґратках, кожен спін може бути спрямований або «вгору» або «донизу».

$$\sigma_i = \begin{cases} 1, & \text{«вгору»;} \\ -1, & \text{«донизу»}. \end{cases}$$

Кожен спін взаємодіє із зовнішнім магнітним полем H . Тоді енергія системи E_1 :

$$E_1 = -H \sum_i \sigma_i.$$

Спіни, найближчі один до одного так само взаємодіють. Паралельно спінам «вигідно» вишукуватися, оскільки цьому відповідає константа обмінної взаємодії $-J$. Антипаралельні спini енергетично не вигідні – на утворення кожної такої пари потрібно позитивну константу обмінної взаємодії $+J$. Енергію взаємодії кожної пари можна записати у вигляді $-J\sigma_1\sigma_2$. Тоді енергія системи E_0 :

$$E_0 = -\frac{J}{2} \sum_{(i,j)} \sigma_i \sigma_j.$$

Тут (i, j) означає підсумовування по парах найближчих сусідів. В результаті отримуємо повну енергію системи E :

$$E = -H \sum_i \sigma_i - \frac{J}{2} \sum_{(i,j)} \sigma_i \sigma_j.$$

Оскільки мікроскопічний стан системи задає набір усіх спінів:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_1 \sigma_2 \dots N\},$$

то статистична сума (сума по усіх станах):

$$Z_N = \sum_{\{\sigma\}} e^{-\beta E(\{\sigma\})},$$

де $\beta = 1/kT$ (k – постійна Больцмана, T – температура).

Вільна енергія:

$$A = -kT \ln(Z_N).$$

Середня намагніченість:

$$M(H, T) = -\frac{1}{N} \cdot \frac{\partial A(H, T)}{\partial H}.$$

Магнітна сприйнятливість:

$$\chi = \frac{\partial M(H, T)}{\partial H} = -\frac{1}{N} \cdot \frac{\partial^2 A(H, T)}{\partial H^2} \geq 0.$$

Енергія:

$$E = A - T \frac{\partial A(H, T)}{\partial T} = -T^2 \frac{\partial A(H, T)/T}{\partial T}.$$

Теплоємність:

$$C = \frac{\partial E(H, T)}{\partial T}.$$

Розрахунок моделі проводиться методом Монте Карло (алгоритм Метрополіса).

4. Метод Монте-Карло. Алгоритм Метрополіса

Методом Монте-Карло виконують статистичне моделювання на ЕОМ систем з багатьма ступенями свободи. У основі його лежить використання випадкових чисел для машинної імітації розподілів вірогідності, чим і пояснюється назва методу. В принципі метод можна реалізувати, генеруючи випадкові числа за допомогою звичайної рулетки, проте його висока ефективність забезпечується тільки потужними ЕОМ. Тому перше успішне застосування методу до одного із завдань статистичної фізики стало можливим лише в 1953 р. коли Метрополіс і його колеги досліджували властивості рідини у рамках моделі твердих дисків.

Розглянемо застосування методу Монте-Карло до моделювання поведінки канонічного ансамблю i , зокрема, системи спінів у рамках моделі Ізінга.

Моделюватимемо систему N часток при постійній температурі T . Оскільки можлива генерація тільки обмеженого числа m з повної, в загальному випадку величезної, кількості конфігурацій M , можна отримати оцінку середнього значення з виразу:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{n=1}^M A_n \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

де E_n – повна енергія, A_n – значення фізичної величини A у конфігурації n . Проста процедура Монте-Карло полягає в тому, що генерується випадкова конфігурація, обчислюються E_n , A_n і множення $A_n \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}}$, підраховується відповідний вклад цієї конфігурації в суми виразу для $\langle A \rangle$. Проте багато з таких конфігурацій дуже маловірогідні і тому надавали б малий вклад в суму при рівномірній вибірці конфігурацій. Тому треба користуватися методом істотної вибірки, що підвищує статистичну вагу кожної конфігурації, і генерувати конфігурації відповідно до функції розподілу вірогідності P_n . Використання

істотної вибірки призводить до зменшення статистичної похибки без збільшення числа конфігурацій. Тоді процедура знаходження середнього апроксимується наступним виразом:

$$\langle A \rangle \cong \frac{\sum_{n=1}^m \frac{A_n}{P_n} \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_{n=1}^m \frac{1}{P_n} \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}}}$$

Найпростіший спосіб вибору P_n полягає у використанні власне канонічного розподілу

$$P_n = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_{n=1}^m e^{-\frac{E_n}{kT}}}$$

при якому середнє $\langle A \rangle$ перетворюється на середнє арифметичне:

$$\langle A \rangle \cong \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m A_n$$

Вибір P_n у такому вигляді й запропонований Метрополісом. У основі алгоритму Метрополіса полягає використання рівноважної функції канонічного розподілу P_n , і, отже, при застосуванні цього алгоритму повинні вибиратися термодинамічно рівноважні стани системи. Проте немає певності, що сформована початкова конфігурація є рівноважною.

Щоб уникнути цієї проблеми, необхідно, починаючи з довільної конфігурації спінів (наприклад, усі спіни спрямовані вгору), процедуру обчислення середнього проводити тільки після досягнення системою рівноважного стану. Наведемо найбільш загальну форму алгоритму Метрополісу на прикладі системи спінів [2].

Алгоритм Метрополіса представлений на рис. 1.

Опис алгоритму представлений нижче.

1. Формуємо початкову (рівноважну) конфігурацію (блок № 2).

2. Робимо випадкову пробну зміну в початковій конфігурації, тобто випадковим чином вибираємо який-небудь спін і пробуємо його перевернути (блок № 4).

3. Обчислюваний ΔE , тобто зміна енергії системи, обумовлена зробленою пробною зміною конфігурації (блок № 5).

4. Якщо $\Delta E \leq 0$, то приймаємо нову конфігурацію і переходимо до кроку 8 (блок № 6).

5. Якщо $\Delta E > 0$, то обчислюємо вірогідність переходу $W = \exp(-\Delta E/kT)$ (блок № 7).

6. Генеруємо випадкове число g в інтервалі (блок № 8).

7. Якщо $g \leq W$, то нову конфігурацію приймаємо, інакше зберігаємо попередню конфігурацію (блок № 9, блок № 10, блок № 11).

8. Визначаємо значення необхідних фізичних величин (блок № 12).

9. Повторюємо кроки 2–8 для отримання достатнього числа конфігурацій (блок № 3).

10. Обчислюємо середні по конфігураціях, які статистично незалежні (блок № 13).

При досить великому розмірі ґраток, об'єм обчислень буде непомірно великим для обчислення на простому персональному комп'ютері. Виходом з положення є використання розподілених обчислень.

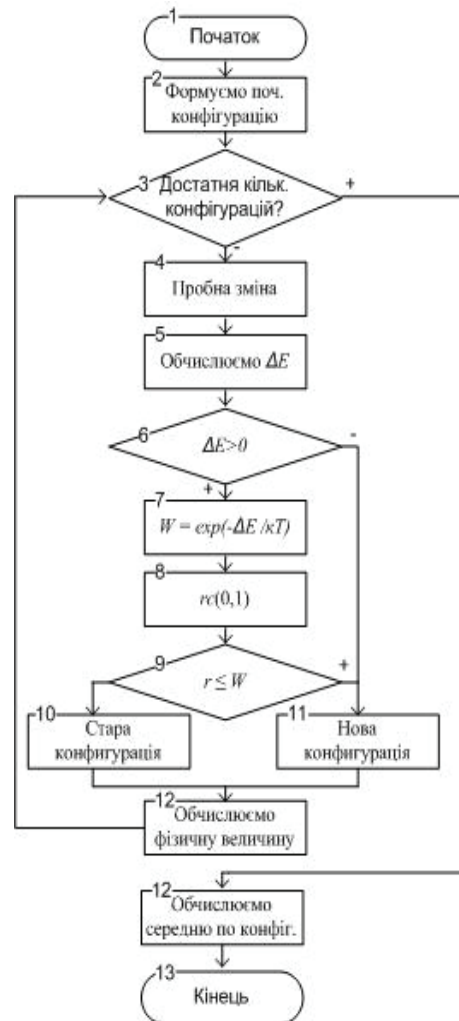


Рис. 1. Блок схема алгоритму Метрополіса

5. Застосування розподілених обчислень на основі MPI

Розподілені обчислення — спосіб вирішення трудомістких обчислювальних завдань з використанням декількох комп'ютерів, об'єднаних в паралельну обчислювальну систему.

Розподілені обчислення є частковим випадком паралельних обчислень, тобто одночасного рішення різних частин одного обчислювального завдання декількома процесорами (чи ядрами одного процесора) одного або декількох комп'ютерів. Тому необхідно, щоб вирішувану задачу було сегментовано, тобто розділено на підзадачі, які можуть обчислюватися паралельно.

При цьому для розподілених обчислень доводиться також враховувати можливу відмінність в обчислювальних ресурсах, які будуть доступні для розрахунку різних підзадач. Більше того, не всяке завдання можна розділити на підзадачі, які можна вирішувати паралельно.

Найбільш поширеною технологією програмування паралельних комп'ютерів з розподіленою пам'яттю нині є MPI. Основним способом взаємодії паралельних процесів в таких системах є передача повідомлень один до одного. Це і відображено у назві цієї технології — Message Passing Interface. Стандарт MPI фіксує інтерфейс, якого повинні дотримуватися як система програмування MPI

на кожній обчислювальній системі, так і користувач при створенні своїх програм.

Сучасні реалізації, найчастіше, відповідають стандарту MPI версії 1.1. У 1997–1998 роках з'явився стандарт MPI-2.0, що значно розширив функціональність попередньої версії. Проте досі цей варіант MPI не отримав широкого поширення [3].

6. Аналіз ефективності розподіленого обчислення

Час однієї ітерації визначається як:

$$T = T_n + T_{ex},$$

де $T_n = \frac{T_{it}}{N}$ — час рахунку однієї ітерації при використанні N процесів, с; T_{ex} — час граничного обміну між вузлами кластерів, с, T_{ex} визначається із наступного виразу:

$$T_{ex} = \frac{E}{V}.$$

У цьому виразі E — об'єм даних в області граничного обміну (Гбіт), V — пропускна спроможність мережі кластера (Гбіт/с). В умовах, коли область обчислень максимально завантажена і рівномірно розподілена між вузлами кластера, можна визначити формулу для обчислення об'єму даних граничного обміну:

$$E = m \cdot (N-1) \sqrt{R},$$

де N — кількість вузлів кластера, R — об'єм оперативної пам'яті вузла кластера. У відмічених умовах можна оцінити час однієї ітерації:

$$T = \frac{T_i}{N} + \frac{m \cdot (N-1) \sqrt{R}}{V}.$$

Продуктивність мережі визначається таким чином:

$$V = k \cdot d \cdot V_n,$$

де V_n — пропускна спроможність мережі кластера, Гбіт/с, k — кількість каналів зв'язку обчислювальної мережі, d — напівдуплексний ($d = 1$), або дуплексний ($d = 2$). Оцінка ефективності кластерної системи

$$\eta = \frac{T_n}{T}.$$

Розрахуємо ефективність. Припустимо пропускна спроможність мережі кластера $V_n = 1$ Гбіт/с, час ітерації один процес $T_{it} = 3600$ с, об'єм оперативної пам'яті вузла кластера $R = 8$ ГБит, кількість каналів зв'язку обчислювальної мережі $k = 20$, режим дуплексний $d = 2$, $m = 2$, кількість процесів $N = 20$.

$$T_n = \frac{T_{it}}{N} = \frac{3600}{20} = 180 \text{ с.}$$

$$V = k \cdot d \cdot V_n = 20 \cdot 2 \cdot 1 = 40 \text{ Гбіт/с.}$$

$$T = \frac{T_i}{N} + \frac{m \cdot (N-1) \sqrt{R}}{V} = \frac{3600}{20} + \frac{2 \cdot (20-1) \cdot \sqrt{8}}{40} = 233,74 \text{ с.}$$

$$\eta = \frac{T_n}{T} = \frac{180}{233,74} = 0,77.$$

Для порівняння розрахуємо ситуацію в якій час однієї ітерації малий. Припустимо, що пропускна спроможність мережі кластера $V_n = 1$ Гбіт/с, час ітерації один процес $T_{it} = 3,6$ с, об'єм оперативної пам'яті вузла кластера $R = 8$ Гбіт, кількість каналів зв'язку обчислювальної мережі $k = 20$, режим дуплексний $d = 2$, $m = 2$, кількість процесів $N = 20$.

$$T_n = \frac{T_{it}}{N} = \frac{3,6}{20} = 0,18 \text{ с.}$$

$$V = k \cdot d \cdot V_n = 20 \cdot 2 \cdot 1 = 40 \text{ Гбіт/с.}$$

$$T = \frac{T_i}{N} + \frac{m \cdot (N-1) \sqrt{R}}{V} = \frac{3,6}{20} + \frac{2 \cdot (20-1) \cdot \sqrt{8}}{40} = 2,867 \text{ с.}$$

$$\eta = \frac{T_n}{T} = \frac{0,18}{2,867} = 0,0627.$$

Отже, з порівняння видно, що ефективність росте при збільшенні часу ітерації і спадає при збільшенні процесів.

7. Висновки

В статті проведений аналіз моделі Ізінга і розглянутий алгоритм Метрополісу. Розрахована ефективність використання системи розподілених обчислень. Також виконано порівняльний аналіз ефективності розподілених обчислень залежно від часу ітерації.

Література

1. Введение в модель Изинга. Из лекций Пенсильванского Университета. [Электронный ресурс]: кафедра статической физики: СПГУ 1997. — Режим доступа: <http://stat.phys.spbu.ru/Method/Izing/node0.html>, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус.
2. Прудников В. В. Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования [Текст] / В. В. Прудников, А. Н. Вакилов, П. В. Прудников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 224 с. — ISBN 978-5-9221-0961-1.
3. Распределенные вычисления. [Электронный ресурс]: википедия. Свободная энциклопедия. — Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D1%81%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%91%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B2%D1%8B%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус.
4. Іващенко В. П. Дослідження оцінок ефективності модульної багатопроекторної кластерної системи [Текст] / В. П. Іващенко, Г. Г. Швачич, Є. О. Башков // Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». — 2011. — ISSN 1996-1588. — Випуск 13(185). — С. 33–43.