

Вперше побудовано структурно-різнице-ві моделі високотемпературних теплових процесів на базі регіональних структур рішення, що точно задовольняють відповідним нестационарним граничним умовам задач теплопровідності для двохзв'язних областей складної форми. Використання S-функцій дозволило усунути сингулярні особливості в кутових точках на межі області. Наведено результати розв'язання задачі з осцилюючим теплообміном для області у вигляді квадратного кільця

Ключові слова: S-функції, математичне моделювання, температурні процеси

Впервые построены структурно-разностные модели высокотемпературных тепловых процессов на базе региональных структур решения, точно удовлетворяющих соответствующим нестационарным граничным условиям задач теплопроводности для двухсвязных областей сложной формы. Использование S-функций позволило устранить сингулярные особенности в угловых точках границы области. Приведены результаты решения задачи с осциллирующим теплообменом для области в виде квадратного кольца

Ключевые слова: S-функции, математическое моделирование, температурные процессы, структурно-разностная модель

S-ФУНКЦИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ДВУХСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

А. П. Слесаренко

Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, лауреат Государственной премии Украины
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов*

Ю. О. Кобринович

Аспирант*

E-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru

*Институт проблем машиностроения

А.М. Подгорного НАН Украины

ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина,

61046

1. Введение

Исследования, представленные в данной статье, относятся к области математического моделирования тепловых процессов и методам решения краевых задач.

Развитие исследований методов решений краевых задач математической физики тесно связано с повышением качественного уровня математическое моделирования тепловых, гидродинамических, механических, электродинамических и других процессов и имеет большое значение для развития современных высокотехнологичных отраслей. Задачи математической физики, включая задачи теплопроводности, обычно сводятся к дифференциальным уравнениям в частных производных, реже – к обыкновенным дифференциальным уравнениям, которые необходимо интегрировать при соответствующих краевых условиях.

Существует много методов решения краевых задач, к которым можно отнести метод разделения переменных, методы интегральных уравнений и преобразований, метод функций Грина, методы функций комплексного переменного. К сожалению, точные решения краевых задач удается получить все реже и реже и часто они имеют настолько сложное строение, что ими трудно пользоваться при инженерных расчетах.

В практических задачах встречаются задачи, где как рассматриваемая область, так и краевые условия имеют сложный вид. Для решения таких задач используются приближенные методы, которые требуют простых вычислений, поэтому они, в особенности методы сеток,

конечных элементов и вариационные методы получили широкое распространение.

Применение метода конечных разностей и конечных элементов при решении краевых задач позволило расширить сферу решаемых задач, как в сторону областей сложной формы, так и в сторону более сложных граничных условий. Несмотря на универсальность вариационных методов и обоснованность возможности их применения к широкому классу краевых задач, использование вариационных методов при сложной форме области и сложных краевых условиях затруднительно из-за необходимости строить системы координатных функций, точно удовлетворяющих заданным граничным условиям и условиям устойчивости вариационного процесса.

Так же следует отметить, что трудоемкость составления систем Ритца, Бубнова-Галеркина и других, связанная с выражением коэффициентов соответствующих алгебраически систем и их свободных членов через двойные (в плоском случае) и тройные (в пространственном случае) интегралы, является серьезным недостатком вариационных методов. Построение систем координатных функций, точно удовлетворяющих нестационарным граничным условиям, в настоящее время все еще является актуальной проблемой.

2. Анализ исследований и публикаций

Применение классических методов для решения краевых задач с нестационарными граничными услови-

ями ограничено и возможно лишь для областей простой формы и простейших зависимостей параметров среды. В работе [1] и другой научной литературе получены решения для задач теплообмена с граничными условиями третьего рода, в которых коэффициент теплоотдачи и температуры среды имеют простую зависимость во времени, данные задачи представляют собой узкий класс актуальных научно-технических задач. Если для стационарных граничных условий и медленно протекающих тепловых процессов в научно-технической литературе приведены результаты [2-4], то для высокоскоростных тепловых процессов с осциллирующими условиями теплообмена для областей сложной формы, получение приближенных аналитических решений встречало принципиальные трудности математического характера, в силу чего такие задачи решались методом конечных элементов.

В приближенных аналитических решениях задач теплопроводности особенно важно использовать консервативные структуры решения, функционалы по которым были бы ограничены для каждого момента времени и характеризовали потенциальную энергию системы, благодаря чему выполняется физический закон ограниченности энергии.

Методология построения консервативных структур решения задач теплопроводности, точно удовлетворяющих нестационарным граничным условиям, в последние годы получила развитие в работах авторов [5-10].

3. Цель работы

Построение структурно-разностных моделей высокоскоростных тепловых процессов, позволяющих впервые получить приближенные аналитические и регионально-аналитические решения соответствующих нестационарных задач теплопроводности.

4. Основные материалы исследования

Математическое моделирование высокоскоростного теплового процесса для двухсвязной области сводится к решению задачи теплопроводности с нестационарными граничными условиями. Для призмы квадратного поперечного сечения со сторонами [1;1] и прямоугольным вырезом [a; a] по центру (рис. 1) рассмотрим задачу (1):

$$\frac{\partial T(x,y,Fo)}{\partial Fo} = \Delta T(x,y,Fo) + F(x,y,Fo); T(x,y,0) = \theta(x,y),$$

$$\left(\pm \frac{\partial T(x,y,Fo)}{\partial x} + Bi_1(Fo)T(x,y,Fo) \right) \Big|_{x=\pm 1} = Bi_1(Fo)T_{cp1}(x,y,Fo),$$

$$\left(\pm \frac{\partial T(x,y,Fo)}{\partial y} + Bi_1(Fo)T(x,y,Fo) \right) \Big|_{y=\pm 1} = Bi_1(Fo)T_{cp1}(x,y,Fo),$$

$$\left(\pm \frac{\partial T(x,y,Fo)}{\partial x} + Bi_2(Fo)T(x,y,Fo) \right) \Big|_{x=\pm 0} = Bi_2(Fo)T_{cp2}(x,y,Fo),$$

$$\left(\pm \frac{\partial T(x,y,Fo)}{\partial y} + Bi_2(Fo)T(x,y,Fo) \right) \Big|_{y=\pm 0} = Bi_2(Fo)T_{cp2}(x,y,Fo),$$

$$F(x,y,Fo) = \frac{\partial T_r(x,y,Fo)}{\partial Fo} - \left(\frac{\partial^2 T_r(x,y,Fo)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_r(x,y,Fo)}{\partial y^2} \right); x,y \in \Omega; 0 < Fo < \infty,$$

где $T(x,y,t)$ - температура призмы, $\theta(x,y)$ - начальная температура, $T_{cp1}(x,y,t)$ и $T_{cp2}(x,y,t)$ - температура среды для наружной и для внутренней границы призмы соответственно, $Bi_1(Fo)$ и $Bi_2(Fo)$ - коэффициенты Био для наружной и внутренней границы призмы, Fo - критерий Фурье, $T_r(x,y,Fo)$ - точное решение.

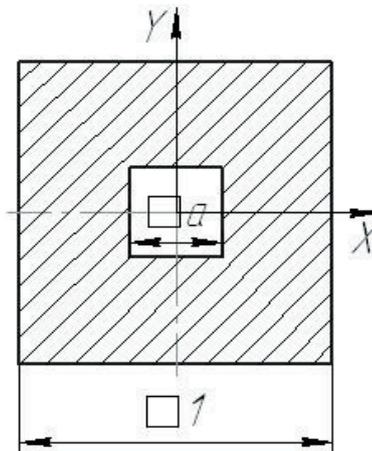


Рис. 1. Призма квадратного поперечного сечения с квадратным отверстием

Математическая модель строится на базе совместного применения структур решения, точно удовлетворяющих нестационарным граничным условиям и разностных схем повышенного порядка точности. Структуру решения задачи (1) представим в виде (2):

$$T(x,y,Fo) = \Phi_0(x,y,Fo) + \sum_{k,l} C_{k,l} \chi_{k,l}(x,y,Fo) \quad (2)$$

где $C_{k,l}$ - неизвестные коэффициенты, $\Phi_0(x,y,Fo)$ - функция, точно удовлетворяющая нестационарным неоднородным граничным условиям, $\chi_{k,l}(x,y,Fo)$ - базисные функции, точно удовлетворяющие нестационарным однородным граничным условиям, $\theta(x,y) = T_r(x,y,0)$.

Приближенное аналитическое решение

Базисные функции $\chi_{k,l}(x,y,Fo)$, точно удовлетворяющие нестационарным однородным граничным условиям построим в виде (3):

$$\chi_{k,l}(x,y,Fo) = P_k(x)P_l(y) -$$

$$-W_1(x,y) \left(\frac{\partial P_k(x)}{\partial x} P_l(y) \frac{\partial W_1(x,y)}{\partial x} + \right.$$

$$+ P_k(x) \frac{\partial P_l(y)}{\partial y} \frac{\partial W_1(x,y)}{\partial y} - Bi_1(Fo)P_k(x)P_l(y) \Big) -$$

$$-W_2(x,y) \left(\frac{\partial P_k(x)}{\partial x} P_l(y) \frac{\partial W_2(x,y)}{\partial x} + \right.$$

$$+ P_k(x) \frac{\partial P_l(y)}{\partial y} \frac{\partial W_2(x,y)}{\partial y} - Bi_2(Fo)P_k(x)P_l(y) \Big), \quad (3)$$

где $P_k(l), P_l(l)$ - полиномы Чебышева, нормированные на интервале [0;1],

$W_1(x,y)$, и $W_2(x,y)$, - функции, описывающие внешнюю и внутреннюю границы с помощью S-функций 1 класса [11] и опорных функций $\omega_1(x)$, $\omega_2(y)$, $\omega_3(x)$, $\omega_4(y)$.

$$W_1(x,y) = \omega_1(x) \wedge_S \omega_2(y), W_2(x,y) = \omega_3(x) \wedge_S \omega_4(y), \quad (4)$$

$$\omega_1(x) = 0.5(1 - x^2);$$

$$\omega_2(y) = 0.5(1 - y^2);$$

$$\omega_3(x) = -0.5a^{-1}(a^2 - x^2);$$

$$\omega_4(y) = -0.5a^{-1}(a^2 - y^2), \quad (5)$$

Функция $\Phi_0(x,y,F>)$, точно удовлетворяющая нестационарным неоднородным граничным условиям (6):

$$\Phi_0(x,y,F>) = T_{cp}(Fo), \quad (6)$$

Приближенное регионально-аналитическое решение

Базисные функции $\chi_{k,l}(x,y,Fo)$, точно удовлетворяющие нестационарным неоднородным граничным условиям построим в виде (7):

$$\chi_{k,l}(x,y,Fo) = \begin{cases} \chi_{k,l1}(x,y,Fo), & x \geq x_{12}, y \geq y_{12}, \\ \chi_{k,l2}(x,y,Fo), & x \leq x_{12}, y \leq y_{12}, \end{cases}$$

$$\chi_{k,l1}(x,y,Fo) = (P_k(x)P_l(y) - W_1(x,y)) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial P_k(x)}{\partial x} P_l(y) \frac{\partial W_1(x,y)}{\partial x} + P_k(x) \frac{\partial P_l(y)}{\partial y} \frac{\partial W_1(x,y)}{\partial y} \right) +$$

$$+ W_1(x,y) Bi_1(Fo) P_k(x) P_l(y) \exp(-p_1 W_1(x,y)^2), \quad (7)$$

$$\chi_{k,l2}(x,y,Fo) = (P_k(x)P_l(y) - W_2(x,y)) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial P_k(x)}{\partial x} P_l(y) \frac{\partial W_2(x,y)}{\partial x} + P_k(x) \frac{\partial P_l(y)}{\partial y} \frac{\partial W_2(x,y)}{\partial y} \right) +$$

$$+ W_2(x,y) Bi_2(Fo) P_k(x) P_l(y) \exp(-p_2 W_2(x,y)^2),$$

где $p_1 = \text{const}$, $p_2 = \text{const}$, $A < x_{12} < 1$ и $A < y_{12} < 1$.

Функция $\Phi_0(x,y,Fo)$, точно удовлетворяющая нестационарным неоднородным граничным условиям (8):

$$\Phi_0(x,y,F>) = \begin{cases} T_{cp1}(x,y,Fo) \exp(-p_1 W_1(x,y)^2), & x \geq x_{12}, y \geq y_{12}, \\ T_{cp2}(x,y,Fo) \exp(-p_2 W_2(x,y)^2), & x \leq x_{12}, y \leq y_{12}. \end{cases} \quad (8)$$

5. Вычислительный эксперимент

Задача 1. Приближенное аналитическое решение

В качестве точного решения выберем решением в виде (9)

$$T_r(x,y,Fo) = \frac{W_1(x,y) \overline{W}_2(x,y)^2 Bi_1(Fo) + W_2(x,y) \overline{W}_1(x,y)^2 Bi_2(Fo)}{W_1(x,y)^2 + W_2(x,y)^2} + T_{cp}(Fo) + 1, \quad (9)$$

$$\overline{W}_1(x,y) = 2\omega_1(x) \wedge_S 2\omega_2(y); \quad \overline{W}_2(x,y) = 2a\omega_1(x) \wedge_S 2a\omega_2(y), \quad (10)$$

Температура среды $T_{cp}(Fo)$ одинакова внутри и снаружи призмы и осциллирует как функция Бесселя, критерий Био осциллирует как функция синуса:

$$T_{cp} = 120(1 - J_0(500Fo)), \quad (11)$$

$$Bi_1(Fo) = 30(\sin(300Fo + 10) + 12); \quad (12)$$

$$Bi_2(Fo) = \sin(500Fo) + 1.2,$$

Задача 2. Приближенное регионально-аналитическое решение

В качестве точного решения выберем решением в виде (13):

$$T_r(x,y,Fo) = \begin{cases} T_{r1}(x,y,Fo), & x \geq x_{12}, y \geq y_{12}; \\ T_{r2}(x,y,Fo), & x \leq x_{12}, y \leq y_{12} \end{cases}$$

$$T_{r1}(x,y,Fo) = T_{cp1}(Fo) \exp(-p_1 W_1(x,y)^2) + \gamma(Fo) (1 + W_1(x,y) Bi_1(Fo)) \exp(-p_1 W_1(x,y)^2); \quad (13)$$

$$+ \gamma(Fo) (1 + W_1(x,y) Bi_1(Fo)) \exp(-p_1 W_1(x,y)^2);$$

$$T_{r2}(x,y,Fo) = T_{cp2}(Fo) \exp(-p_2 W_2(x,y)^2) +$$

Температуры среды $T_{cp1}(Fo)$ и $T_{cp2}(Fo)$ изменяются как функция Бесселя, критерий Био осциллирует как функция синуса, $\gamma(Fo)$ изменяется экспоненциально, граница раздела регионов

$$T_{cp1} = 500(1 + J_0(500Fo)) + 2; T_{cp2} = 300(1 + J_0(500Fo)), \quad (14)$$

$$Bi_1(Fo) = \sin(300Fo + 10) + 12; Bi_2(Fo) = \sin(500Fo) + 1.2, \quad (15)$$

$$\gamma(Fo) = 50 + \exp(150Fo), \quad (16)$$

В табл. 1 и 2 приведены результаты вычислительного эксперимента для задач 1 и 2 соответственно, в верхних строках ячеек – точная температура, в средних – найденная приближенная, в нижних – относительная погрешность вычисления.

При вычислении использовалось 36 координатных функций, разностная схема трехслойная по времени, с шагом $0,001Fo$ и девятиточечной по координатам (типа «ящик») с постоянным шагом $h=0.05$.

Для построения $W_1(x,y)$, $W_2(x,y)$ использовались S-функции I-го класса с параметром $k=100$ (задача 1) и $k=200$ (задача 2), сторона квадратного выреза $a=0.3$, $p_1=p_2=10$; $x_{12}=y_{12}=0.65$.

На рис. 2 и 3 показана температура поверхности призмы для задач 1 и 2 соответственно.

Таблица 1

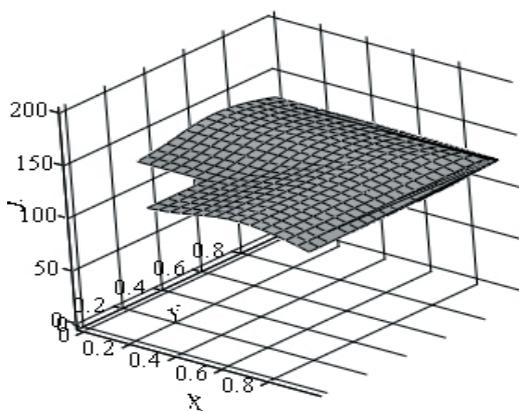
Результаты вычислительного эксперимента для задачи 1

Fo	x/y		0,35	0,6	0,95
0.005	0.35	Точная температур.	127.769615	136.236632	129.553846
		Прибл. температур.	127.456958	136.351908	129.359421
		О max, %	0.24470300	0.08461500	0.15007300
	0.60	Точная температур.	136.236632	136.482916	129.553846
		Прибл. температура	136.351908	135.924997	129.192175
		О max, %	0.08461500	0.40878300	0.27916700
	0.95	Точная температура	129.553846	129.553846	129.169622
		Прибл. температура	129.359421	129.192175	128.754259
		О max, %	0.15007300	0.27916700	0.32156400
0.015	0.35	Точная температур.	91.6235230	140.754815	106.977976
		Прибл. температура	90.8141230	140.829737	107.099744
		О max, %	0.88339800	0.05322900	0.11382500
	0.60	Точная температура	140.754815	142.407095	106.977976
		Прибл. температура	140.829737	140.523594	106.293200
		О max, %	0.05322900	1.32261800	0.64010900
	0.95	Точная температура	106.977976	106.977976	104.470326
		Прибл. температура	107.099744	106.293200	104.075679
		О max, %	0.11382500	0.64010900	0.37776000

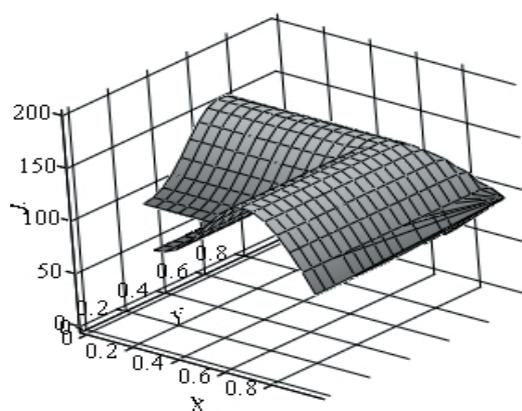
Таблица 2

Результаты вычислительного эксперимента для задачи 2

Fo	x/y		0,35	0,45	0,6	0,75
0.001	0.35	Точная температур.	617,8234	483,3027	178,5566	63,04159
		Прибл. температур.	617,8234	483,3027	178,5566	63,04159
		О max, %	1,84E-14	0,00E+00	4,78E-14	2,25E-13
	0.45	Точная температур.	483,3027	478,7126	178,5566	63,04159
		Прибл. температур.	483,3027	478,7126	178,5566	63,04159
		О max, %	1,18E-14	2,37E-14	4,78E-14	2,03E-13
	0.6	Точная температур.	178,5566	178,5566	175,7565	63,04159
		Прибл. температур.	178,5566	178,5566	175,7565	63,04159
		О max, %	3,18E-14	4,78E-14	3,23E-14	1,35E-13
0.75	Точная температур.	63,04159	63,04159	63,04159	63,8391	
	Прибл. температур.	63,04159	63,04159	63,04159	63,8391	
	О max, %	0,00E+00	2,25E-14	9,02E-14	1,11E-13	
0.03	0.35	Точная температур.	428,7944	339,3154	127,6547	136,202
		Прибл. температур.	428,7944	339,3154	127,6547	136,202
		О max, %	7,95E-14	1,68E-14	2,12E-13	1,98E-12
	0.45	Точная температур.	339,3154	336,1876	127,6547	136,202
		Прибл. температур.	339,3154	336,1876	127,6547	136,202
		О max, %	6,70E-14	2,20E-13	5,90E-13	2,07E-12
	0.6	Точная температур.	127,6547	127,6547	125,6783	136,202
		Прибл. температур.	127,6547	127,6547	125,6783	136,202
		О max, %	6,68E-13	8,02E-13	8,71E-13	1,77E-12
0.75	Точная температур.	136,202	136,202	136,202	138,5808	
	Прибл. температур.	136,202	136,202	136,202	138,5808	
	О max, %	2,40E-12	2,48E-12	2,55E-12	1,85E-12	



а)



б)

Рис. 2. Задача 1. Температура призмы с квадратным вырезом в моменты времени 0.005Fo (а), 0.015Fo (б)

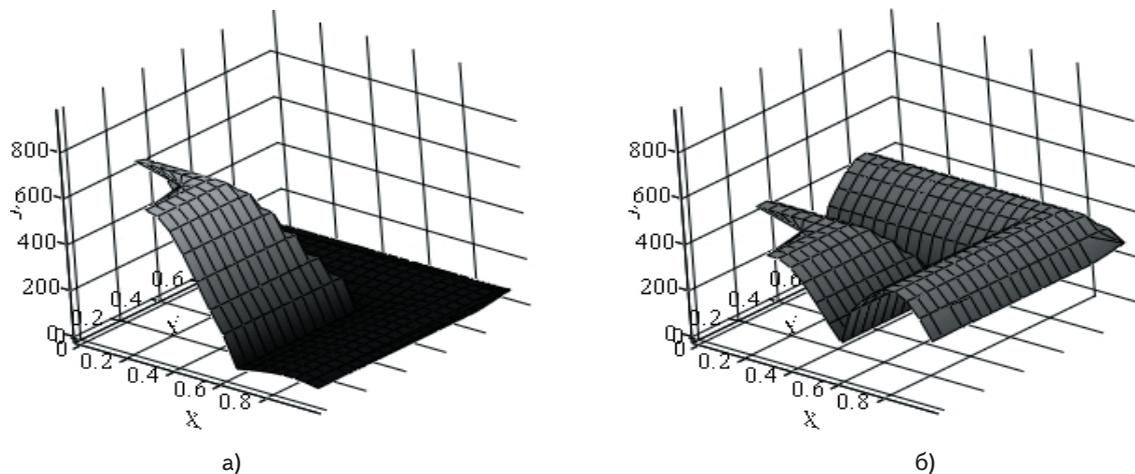


Рис. 3. Задача 2. Температура призмы с квадратным вырезом в моменты времени 0.001Fo (а), 0.03Fo (б)

6. Выводы

Построенные структурно-разностные модели высокоскоростных процессов теплопроводности в двухсвязных областях сложной формы с осциллирующим теплообменом на поверхностях конструктивных элементов позволяют проводить оценку температуры во всей области допустимых значений теплофизических параметров с любой зависимостью от времени, не перебивая структуру решения.

Это поднимает на новый качественный уровень анализ тонкой структуры высокоскоростных тепловых процессов при любом заданном характере граничных воздействий, изменяющихся во времени и по координатам, включая импульсные кратковременные воздействия.

Следует отметить, что математическое моделирование численными методами высокоскоростных тепловых процессов с кратковременными осциллирующими граничными воздействиями встречало большие трудности, это объясняется тем, что возникало большие градиенты температур по времени и координатам, вызванные не только характером быстропотекающих тепловых процессов, но и осциллирующим поведением коэффициентов теплообмена и температуры окружающей среды. Это не позволяло на дискретном

уровне удовлетворить граничным условиям и дифференциальному уравнению одновременно в любой момент времени так, чтобы результирующая погрешность решения оставалась в пределах допустимых норм. Во многих случаях это происходило из-за развала вычислительного процесса. Проблему удалось решить в работах авторов [5-10] благодаря тому, что впервые были построены аналитические, а в данной статье – регионально-аналитические структуры решения, точно удовлетворяющие высокоскоростным осциллирующим условиям теплообмена на границах областей сложной формы, при этом построенные на их базе структурно-разностные модели по своему качественному уровню отличаются от соответствующих численных моделей. В этих случаях приближенно удовлетворяется только дифференциальное уравнение теплопроводности.

Вторым качественным отличием от численных методов является то, что интерполяция коэффициентов при базисных функциях, полученных структур решений, позволяет представлять приближенные решения тепловых процессов не в численно-аналитической, а в полной аналитической форме. Это открывает новые возможности для создания баз данных тепловых режимов конструктивных элементов разнообразных форм и разного назначения.

Литература

1. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел [Текст] / Г. Карслоу, Д. Эгер - М.: Наука, 1964. - 488 с.
2. Рвачев, В.Л. Алгебро-логические и проекционные методы в задачах теплообмена [Текст] / В.Л. Рвачев, А.П. Слесаренко – Киев «Наук. думка» 1978. -140 с.
3. Темников, А.В. Современные приближенные аналитические методы решения задач теплообмена [Текст]: учеб. пособие / А.В. Темников, А.П. Слесаренко - Самара 1991 - 89 с.
4. Слесаренко, А. П. Развитие алгебрологического метода и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред [Текст] : автореф. дис. ...д-ра физ.-мат. наук: 01.04.14, 01.01.02 / А. П. Слесаренко. – М., 1984. – 36 с.
5. Слесаренко, А. П. S-функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач / А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – Т. 2, N 4(56). – С. 60-66. – Режим доступа : URL : <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/3714>.
6. Слесаренко, А.П. Структурно-разностный подход к математическому моделированию высокоскоростных тепловых процессов с нестационарным теплообменом на поверхности конструктивных элементов / А. П. Слесаренко, Ю.О. Кобринович // Проблемы машиностроения. – 2011 – Т. 14, №13. – С.66-75.

7. Слесаренко, А.П. Математическое моделирование высокоскоростных тепловых процессов при точном учете нестационарных осциллирующих условий теплообмена на поверхности конструктивных элементов / А. П. Слесаренко, Ю. О. Кобринович // Вісник КрНУ ім. Михайла Остроградського. – 2011. - Т.5(70) – С.35-38.
8. Кобринович, Ю.О. Консервативные структуры решения в математическом моделировании высокоскоростного осциллирующего теплообмена / Ю.О. Кобринович// Современные проблемы математики и её приложения в естественных науках и информационных технологиях: Сб.тезисов докладов междунар. конф. - Харьков: "Апостроф", 2012. – С.58.
9. Слесаренко А.П. Моделирование и управление нестационарными температурными режимами при ограничениях на управление и скорость нагрева [Текст] / А. П. Слесаренко// Доповіді НАН України. – 2009. - №2. – С.83- 88.
10. Слесаренко, А.П. Математическое моделирование тепловых процессов в телах сложной формы при нестационарных граничных условиях [Текст] / А. П. Слесаренко// Проблемы машиностроения – 2002.– Т. 5, №4. - С. 72 – 80.
11. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2012. – Т1, № 4(55). - С. 4–10. – Режим доступа : URL : http://journals.uran.ua/eejet/article/view/3310.

В статті представлено розроблені автoрами теоретичні засади до автоматизації побудови надійнісних моделей резервованих та відновлюваних складних технічних систем у вигляді системи диференціальних рівнянь Колмогорова - Чепмена. Показано практичну реалізацію побудови моделей відмовостійких систем на основі структурно-автоматних моделей та приведено приклад багатоваріантного аналізу таких систем

Ключові слова: модель надійності, відмовостійка система, множина станів

В статтє представлены разработанные авторами теоретические основы к автоматизации построения надежностных моделей резервированных и восстанавливаемых сложных технических систем в виде системы дифференциальных уравнений Колмогорова - Чепмена. Показано практическую реализацию построения моделей отказоустойчивых систем на основе структурно-автоматных моделей и приведен пример многовариантного анализа таких систем

Ключевые слова: модель надежности, отказоустойчивая система, множество состояний

УДК 621.396.6.019.3+519.87

АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ ТА ВІДНОВЛЮВАНИХ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Б. А. Мандзій

Доктор технічних наук, професор*

E-mail: bmandziy@lp.edu.ua

Л. Д. Озірковський

Кандидат технічних наук, доцент*

*Кафедра теоретичної радіотехніки та

радіовимірювань

Національний університет «Львівська політехніка»

вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013

E-mail: lozirkovsky@lp.edu.ua

1. Постановка задачі

Складність сучасних технічних систем обумовлює великі розмірності їх надійнісних моделей (порядку десятків – сотень тисяч), що практично унеможливує їх формування та аналіз ручними способами. Тому одночасно з вимогою високої достовірності від моделей вимагається відповідний рівень формалізації, який уможливує автоматизацію їх побудови та проведення аналізу надійності з використанням сучасних комп'ютерних засобів. Поєднання аналітичних методів дослідження надійності з обчислювальними можливостями сучасних комп'ютерів є перспектив-

ним напрямом подальшого розвитку методів теорії надійності [1, 5, 8, 9].

Серед аналітичних методів найбільшого поширення набули методи, основані на теорії марковських процесів, які розглядають випадкові події (відмови та відновлення), що слідують одна за одною у певній послідовності, як потік випадкових подій, і описують еволюцію в часі (перехід із стану в стан) складної технічної системи у вигляді диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена [1-9]:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -\sum_{j=1}^N \lambda_{ij}(t)P_i(t) + \sum_{j=1}^N \lambda_{ji}(t)P_j(t); i, j = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$