

Література

1. Нестругина Е.С. Чичикало Н.И. Моделирование процесса отклонений формы объекта от вертикального положения путем виртуального проектирования [Текст] / Е. С. Нестругина, Н. И. Чичикало: сб. науч. тр. / Дон. инст. ж/д трансп. – Донецк : ДонИЖТ, 2011. – 151-158 с.
2. Нестругина, Е. С. Концепция определения состояния двигательных функций человека в процессе реабилитации после травматизма [Текст] / Е. С. Нестругина, Н. И. Чичикало // Журн. «Искусственный интеллект». – 2011. – № 2. – С. 60-65.
3. Нестругина, Е. С. Исследование влияния внешних возмущающих факторов на индивидуум [Текст] / Е. С. Нестругина, Н. И. Чичикало // Журнал «Системи обробки інформації. Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – 2011.– № 3(93). – С. 206-209.
4. Нестругина, Е. С. К вопросу классификации видов возмущающих воздействий и реакций человека на них [Текст] / Е. С. Нестругина, Н. И. Чичикало // Журн. «Системи обробки інформації. Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – 2011.– № 4(94). – С. 221-224.
5. Чичикало, Н. И. Информационно-измерительная система контроля текущего состояния опорной структуры человека [Текст] / Н. И. Чичикало, Е. С. Нестругина // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: "Обчислювальна техніка та автоматизація". – 2012.– № 22(200). – С. 201-207.
6. Ямалов, И. У. Моделирование процессов управления и принятия решений в условиях чрезвычайных ситуаций [Текст] / И. У. Ямалов. – М.: Лаборатория Базовых знаний, 2007. – 288 с.
7. Bellifemine, F. Developing multi-agent systems with JADE [Текст] / F. Bellifemine // Chichester: John Wiley & Sons Ltd. - 2007. – 286 p.
8. Oppenheim, A. V. Discrete-time signal processing [Текст] / A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, J. R. Buck // Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. 1998. – 870 с.
9. Ritter, G. X. Handbook of computer vision algorithms in image algebra [Текст] / G. X. Ritter, J.N. Wilson // Boca Raton, Florida: CRC Press. - 2001. – 425 p.
10. Bow, S.-T. Pattern recognition and image preprocessing / S.-T. Bow // NY: Marcel Dekker, Inc. - 2002 – 714 p.
11. Pratt, W. K. Digital Image Processing [Текст] / W.K. Pratt // NY: John Wiley & Sons, Inc. – 2001. – 213 p.
12. Hallinan, P. L. Two- and Three-Dimensional Patterns of the Face [Текст] / P.L. Hallinan, G.G. Gordon, A.L. Yuille, P. Giblin, D. Mumford // A.K. Peters Ltd. 1999. – 260 p.

УДК 615.89:505.3.054

# МОДЕЛИ СИСТЕМ «ЧЕЛОВЕК- МАШИНА-СРЕДА» С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ ПРИ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ПОТОКАХ СОБЫТИЙ

**И. В. Наумейко**

Кандидат технических наук, доцент\*

E-mail: naum@kture.kharkov.ua

**Аль-Азави Р. Дж.**

Аспирант\*

E-mail: razijabur@gmail.com

\*Кафедра прикладной математики

Харьковский национальный университет

радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

*Розглянуто замкнуті системи типу “людина-машина-середовище” як з класичним найпростішим потоком, так і з нестабільним джерелом стихійних лих з різними видами щільності, що апроксимована кусково-постійними функціями. Процес ліквідації аварії у всіх моделях відбувається в кілька етапів, з різними інтенсивностями і можливими багаторазовими повтореннями етапів у разі «мульти-катастроф»*

*Ключові слова: ланцюг Маркова, рівняння Колмогорова, максимальна ентропія*

*Рассмотрены замкнутые системы типа “человек-машина-среда” как с классическим простейшим потоком, так и с нестабильным источником стихийных бедствий с различными видами плотности, аппроксимированными кусочно-постоянными функциями. Процесс ликвидации аварии во всех моделях происходит в несколько этапов, с различными интенсивностями и возможными многократными повторениями этапов в случае «мульти-катастроф»*

*Ключевые слова: цепь Маркова, уравнения Колмогорова, максимальная энтропия*

## 1. Введение

Рассмотрены замкнутые системы типа “человек-ма-

шина-среда” с нестабильным источником стихийных бедствий с различными видами плотности. Предложена Марковская модель, в которой некоторые пара-

метры найдены с помощью принципа максимизации информационной энтропии.

### 2. Постановка проблемы и анализ литературы

Рассматривается замкнутая система типа «человек-машина-среда», в которой имеется, в общем случае возможно, нестационарный источник событий-катастроф, влияющих на работу подсистемы «машина» и здоровье подсистемы «человек», задача которого эту аварию, либо катастрофу ликвидировать. В отличие от стандартного подхода, вероятности состояний человека не известны и определяются из условия максимума информационной энтропии замкнутой стационарной эргодической системы [3]. В таких случаях, в качестве инструмента исследования, использовался этот принцип, также называемый «вторым началом синергетики» [4]. Модели такого рода носят качественный, «мягкий» [1] характер.

Использован подход, который можно было бы уподобить подходу термодинамики, а именно мы хотим описывать поведение сложных систем с помощью макроскопически наблюдаемых величин. Методом для достижения этой цели послужит принцип максимума информационной энтропии, разработанный в совершенно общем виде Джейнсом [9]. Трудность проблемы обобщения этого принципа на системы, далекие от теплового равновесия, или даже на нефизические системы, кроется именно в адекватном выборе ограничений [10].

В качестве базовой модели для всей системы «человек-машина-среда» использована идея Марковской модели «гибели-размножения» [2], приспособленная для не-Марковских систем с переменными интенсивностями [7]. Продуктивность такого подхода подтверждается тем, что формулы типа Эрланга для переменного времени обслуживания доказаны и применяются уже пол-века [2].

### 3. Цель работы

Построить Марковскую модель, рассмотреть уравнения Колмогорова для переходного процесса и соответствующую алгебраическую систему типа Эрланга для стационарного предельного случая. Исследовать возможность расширения модели на случай «мультикатастроф» – немарковский поток со случайным количеством событий и переменной интенсивностью. Путем введения фиктивных состояний свести модель к Марковской [8]. Численно исследовать адекватность замены динамической модели стационарной.

#### Подсистема «человек»

Рассмотрим сначала подсистему «человек», которая может находиться в одном из трех возможных состояний  $s_1 =$  «здоров и работоспособен»,  $s_2 =$  «болен, но работоспособен»,  $s_3 =$  «неработоспособен», соответственно с вероятностями  $p_i$ . Критерий есть функция трех переменных, и задача может иметь не более двух ограничений-равенств, одно из которых тривиальное и присутствует всегда:  $\sum p_i = 1$ . В классическом случае остальные ограничения имеют вид математических ожиданий. Для последней связи значения  $q_{ij}$  и  $M$  могут быть получены, например, из статистики для температуры тела:  $T(s_1) = 36$ ,  $T(s_2) = 37.5$ ,  $T(s_3) = 39$ .

После нормировки ограничений, задача оптимизации информационной энтропии имеет вид:

$$S_i = - \sum P_i \ln P_i \rightarrow \max ,$$

$$P_i = 1, 0 < P_i < 1, 0.973P_1 + 1.013P_2 + 1.054P_3 = 1. \quad (1)$$

Функция  $S_i$  сепарабельна, выпукла вверх по каждой переменной, а значит, максимум на выпуклой области единственный.

Данный модельный пример легко решить аналитически методом множителей Лагранжа, однако, при большем числе состояний, потребуется математический пакет, например, Mathematica.

Получен результат для энтропии и вероятностей состояний здоровья:  $\{1.02, \{p_1 \cong 0.51, p_2 \cong 0.31, p_3 \cong 0.18\}\}$ , по крайней мере, соответствующий здравому смыслу.

#### Упрощенная модель системы «человек-машина-среда»

Здесь  $\lambda$  и  $\mu_i$  – константы,  $n$  – количество этапов (операций процесса восстановления). Отличия от классической модели: каждая операция имеет свою интенсивность  $\mu_i$  при постоянной интенсивности аварий. Вид уравнений Колмогорова в этом случае, их вывод и решения мало отличаются от классического. Значит, обоснования перехода к стационару и наличия предельных вероятностей – тоже не отличаются. Получаем размеченный граф состояний, аналогичный процессу «гибели и размножения» [2] (рис. 1):

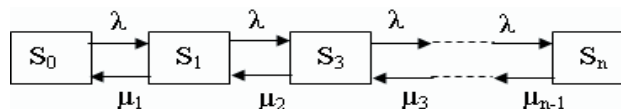


Рис. 1. Схема при  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  при постоянном переходе влево и вправо

Получаем решения для вероятностей состояний, из которых  $P_0$ , безусловно, наиболее интересно.

$$\lambda p_0 = \mu_1 p_1, \lambda p_1 = \mu_2 p_2, \dots, \lambda p_{n-1} = \mu_n p_n$$

$$\text{при } p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1. \quad (2)$$

$$P_i = \frac{\lambda^i}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_i} P_0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$\text{Из условия (2) имеем: } P_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{\lambda^k}{\prod_{i=1}^k \mu_i} \right)^{-1}.$$

Известно [2], что для переменных последняя формула сохраняется в смысле среднего времени работы на каждом этапе.

Без существенного изменения результата можно предложить ряд дальнейших обобщений на не-простейшие потоки событий. При этом, адекватность предположений следует проверить численным экспериментом на имитационной модели, либо сравнением с решениями уравнения Колмогорова.

1)  $\lambda(t)$  представляется ступенчатой функцией  $\lambda_k$ ,

$$\text{тогда } P_0 = \left( \sum_{k=1}^n \prod_{i=1}^k \lambda_i / \mu_i \right)^{-1}$$

2)  $\lambda(t)$  и  $\mu(t)$  – произвольные, однако удовлетворяющие условиям стационарности и существования предельных вероятностей  $P_i(t)$ , при  $t \rightarrow \infty$ .

Результаты некоторых экспериментов для более общей модели приведены в разделе 3.

**Дальнейшее развитие модели системы «человек-машина-среда»**

Для выше описанных моделей предполагалось, что мощность катастрофы не велика, и потому каждое новое событие "отодвигает" процесс восстановления только на один шаг назад. При большой мощности катастрофы восстановление каждый раз начинается сначала, и граф состояний, при  $n=3$ , имеет вид (рис. 2):

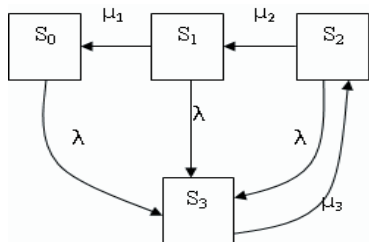


Рис. 2. Размеченный граф состояний

Уравнения Колмогорова для этого случая легко получить:

$$\begin{aligned} P_0' &= -\lambda P_0 + \mu_1 P_1; \\ P_1' &= \mu_2 P_2 - (\lambda + \mu_1) P_1; \\ P_2' &= \mu_3 P_3 - (\lambda + \mu_2) P_2; \\ P_3' &= \lambda P_0 + \lambda P_1 + \lambda P_2 - \mu_3 P_3. \end{aligned} \tag{3}$$

В равновесном случае, решая систему алгебраических уравнений, получаем:

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu_3}; \quad P_2 = \frac{\lambda \mu_3}{(\lambda + \mu_3)(\lambda + \mu_2)}; \\ P_1 &= \frac{\lambda \mu_3 \mu_2}{(\lambda + \mu_3)(\lambda + \mu_2)(\lambda + \mu_1)}; \\ P_0 &= \frac{\lambda \mu_3 \mu_2 \mu_1}{(\lambda + \mu_3)(\lambda + \mu_2)(\lambda + \mu_1)\lambda}. \end{aligned} \tag{4}$$

Формулы допускают очевидные обобщения на случай  $n$  этапов  $S$ .

По формулам (4) для реальных  $\lambda$  и  $\mu$  рассчитаны значения  $P_i$  для разных характерных случаев соотношений интенсивностей событий.

В качестве характеристики безопасности ситуации естественно рассмотреть величину отношения среднего интервала аварий к среднему времени их устранения:

$$\alpha = (1/\lambda) / (1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3)$$

Средний период аварии:

$$\tau = (1/\lambda) + (1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3)$$

С целью определения характерного времени  $T$  выхода на асимптотику, на рис. 3 приведен характерный график решений уравнения Колмогорова (3) для сравнения с полученными по формулам (4) числами.

Для  $\alpha = 0.3 < 1$  имеем:  $P_0=0.13, P_1=0.16, P_2=0.28, P_3=0.43; T = 10, \tau = 14$ .

Для  $\alpha = 1.3 > 1$  имеем:  $P_0=0.5, P_1=0.1, P_2=0.2, P_3=0.2; T = 18, \tau = 18$ .

Для  $\alpha \equiv 1$  имеем:  $P_0=0.4, P_1=0.2, P_2=0.2, P_3=0.2; T = 20, \tau = 21$ .

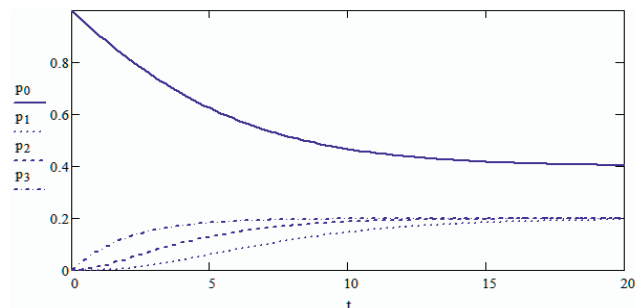


Рис. 3. Временная зависимость  $t$  вероятностей состояний и выход на стационар  $P$

Результат  $T \equiv \tau$  показывает совпадение по порядку величин этого времени со средними временами операций и интервалами между авариями, что подтверждает законность перехода от динамической модели к стационарной, причем тем более, чем опаснее ситуация ( $\alpha \ll 1$ ).

**Модель системы при слабых разрушениях и изменении состояния оператора**

Время и качество работы при аварии зависит от состояния здоровья человека-оператора, которое, в свою очередь, зависит от состояния системы (и прямого вредного воздействия, и стресса).

Мы предполагаем, что оператор может находиться, в отличие от раздела 1, только в двух состояниях, условно говоря, "полностью функциональный" и "частично функциональный". Вероятность восстановления эффективности в процессе ликвидации аварии равна нулю, а вероятность нефункционального состояния при выполнении  $i$ -ой операции равна  $b_i$ . После окончания работ, работоспособность оператора будет восстановлена, или он будет заменен.

Тогда вероятности перехода для каждой пары состояний  $(i+1)$  и  $(i+1)_b$  с полной и частичной функциональностью оператора, соответственно, равняются  $b_i \mu_i$  и  $(1-b_i)\mu_i$ . Состояние системы, интенсивность и вероятность восстановления работы системы при неполной функциональности оператора, соответственно,  $i_b, \mu_b$  и  $P_{ib}$ . Размеченный граф состояний представлен на рис. 4.

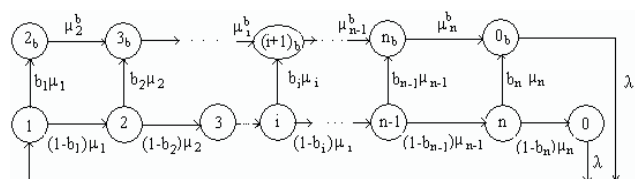


Рис. 4. Размеченный граф состояний полной и неполной работоспособности оператора

Отметим, что вероятность заболевания человека-оператора в процессе выполнении первой функции не известна и будет определяться с помощью "принципа максимума информационной энтропии" (раздел 1). Стационарные системы уравнений для вероятностей состояний имеют вид [5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda P_{0b} + \lambda P_0 = \mu_1 P_1; \\ (1 - b_1) \mu_1 P_1 = \mu_2 P_2; \\ b_1 \mu_1 P_1 = \mu_2^b P_{2b}; \\ \dots\dots\dots \\ (1 - b_i) \mu_i P_i = \mu_{i+1} P_{i+1}; \\ \mu_i^b P_{ib} + b_i \mu_i P_i = \mu_{i+1}^b P_{i+1,b}; \\ \dots\dots\dots \\ (1 - b_n) \mu_n P_n = \lambda P_0; \\ \mu_n^b P_{nb} + b_n \mu_n P_n = \lambda P_{0b}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Также используется:

$$\sum_{i=0}^n P_i + \sum_{i=2}^n P_{ib} + P_{0b} = 1 \quad (6)$$

Особый интерес вызывают значения вероятностей  $P_i^* = P_i + P_{ib}, 1 - P_0$  и  $P_{0b}^*$ . Из рекуррентных соотношений (5), используя (6), обозначим для  $k = 2, \dots, n$ :

$$V_k = \prod_{j=1}^{k-1} (1 - b_j), \quad A_k = 1 - V_k,$$

$$A_0 = A_1 = 0, \quad B_0 = B_1 = 1, \quad \sum_{i=0}^n B_i = \sum_{k=0}^n B_k / \mu_k,$$

$$\sum_{i=2}^n A_i = \sum_{k=0}^n A_k / \mu_k^b,$$

$$P_k = \frac{\Sigma_1}{(\Sigma_1 + \Sigma_2)} \text{ и } P_{k,b} = \frac{\Sigma_2}{(\Sigma_1 + \Sigma_2)},$$

$$P_k = \frac{B_k}{\mu_k (\Sigma_1 + \Sigma_2)}, \quad P_{k,b} = \frac{A_k}{\mu_k^b (\Sigma_1 + \Sigma_2)},$$

где

$$k = 1 \dots n; \quad P_0 = \frac{B_{n+1}}{\lambda (\Sigma_1 + \Sigma_2)},$$

$$P_{0,b} = \frac{A_{n+1}}{\lambda (\Sigma_1 + \Sigma_2)}, \quad P_0^* = \frac{1}{\lambda (\Sigma_1 + \Sigma_2)}.$$

**4. Выводы**

Для величины  $\alpha \ll 1$ , что соответствует высокой степени опасности, переходные процессы затухают быстро и модификация формул Эрланга применима для переменных интенсивностей.

При этом функции  $\mu(t)$  заменяются ступенчатыми.

При высокой интенсивности катастроф и их низкой периодичностью по сравнению со скоростью их ликвидации (Чернобыль, Фукусима),  $\alpha > 1$  и стационарная модель также удовлетворительно применима при замене переменных интенсивностей их средними значениями.

Для случая  $\alpha(t) \approx 1$  необходимо решать нестационарные уравнения Колмогорова.

Величина  $\alpha$  не может быть единственной характеристикой опасности ситуации, поскольку случай  $\lambda(t) \approx 1$ , при  $t < 1$  и  $\lambda(t) \ll 1$ , при  $t > 1$ ,  $\mu \approx 0$  – мультикатастрофа при медленной её ликвидации, например, землетрясения, – приводит к росту функции  $\alpha(t)$  и её переходу через единицу, т.е. опять необходимо решать нестационарные уравнения Колмогорова.

**Литература**

1. Арнольд, В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели [Текст] / В. И. Арнольд // М.: МЦНМО, 2000, 32 с.
2. Вентцель, Е.С. Исследование операций [Текст] / Е.С. Вентцель // М.: Советское радио, 1972, 552 с.
3. Хинчин, А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания [Текст] / А. Я. Хинчин // Под редакцией Б. В. Гнеденко. М.: Физматгиз, 1963, 236 с.
4. Хакен, Г. Информация и самоорганизация [Текст] / Г. Хакен // М.: КомКнига, 2005, 248 с.
5. Аль-Азави, Р. Дж. Об одном подходе к моделированию человека-машинных систем восстановления в критических ситуациях [Текст] / Р. Дж. Аль-Азави // 16-й Международный молодежный форум «РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И МОЛОДЕЖЬ В XXI веке» 17–19 апреля 2012 г. – С. 131-132
6. Razi J. Alazawi Markovian Approach To Man-Machine-Environment Systems [Текст] / R. J. Alazawi // Радиотехника, №170, Харьков, 2012. С.14-18.
7. Аль-Азави, Р. Дж. Моделирование Человеко-Машинных Систем восстановления в критических ситуациях с помощью процессов гибели и размножения [Текст] / Р. Дж. Аль-Азави // Радиотехника, Харьков, 2013 (в печати).
8. Наумейко, И.В. К расчету марковской модели эргатической системы [Текст] / И. В. Наумейко, А.В. Сова // Сб Науч. Труд. 5-й Юбилейной Международной Научной конференции "Функциональная база наноэлектроники" Харьков-Крым, 2012. С. 236-239.
9. Jaynes E.T. Where do we stand on maximum entropy? [Текст] / E.T. Jaynes // in R.D. Levine and M. Tribus (eds), The Maximum Entropy Formalism (Cambridge, Mass.: M.I.T. Press), 1978.
10. Jaynes, E.T. WHERE DO WE GO FROM HERE? [Текст] / E.T. Jaynes // C.Ray Smith and W.T. Grandy, Jr.(eds), Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Inverse Problems, 21-58. 1985 by D. Reidel Publishing Company.