УДК 519.6

Пропонується новий підхід щодо перетворення дискретної інформації в часі й по координаті від системи термодатчиків контрольно-вимірювальної системи виробничого приміщення в регіонально-аналітичну для прогнозування теплового режиму мікроклімату. Надається приклад конкретної реалізації підходу.

Ключові слова: *енергозбереження, прогнозування, регіонально-аналітичний метод, мікроклімат.*

Предлагается новый подход к преобразованию дискретной информации во времени и по координате от системы термодатчиков контрольно-измерительной системы производственного помещения в регионально-аналитическую для прогнозирования теплового режима микроклимата. Приводится пример конкретной реализации подхода.

Ключевые слова: *энергосбережение, прогнозирование, регионально-аналитический метод, микроклимат.*

The new approach to transformation of the discrete information in time and on coordinate from system of heat-sensing devices of control and measuring system for an industrial premise in region-analytical form for forecasting a thermal mode of a microclimate is offered. The example of concrete realization of the approach is resulted.

Keywords: *energy-saving, forecasting, region-analytical method, microclimate.*

РЕГИОНАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДАННЫХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

А. П. Слесаренко
Лауреат государственной премии Украины,
доктор физико-математических наук,
профессор, ведущий научный сотрудник
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов*
Контактный тел.: (0572) 349-47-51, 096-386-30-22

А. С. Сорока
Доцент, кандидат физико-математических наук
Кафедра микроэлектроники,
электронных приборов и устройств
Факультет Электронной техники
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, 61166
Контактный тел.: (0572) 712-28-33, 096-233-38-15

С. Ю. Загоруйко
Аспирант*
Контактный тел.: (0572) 349-47-51

*Институт ИПМаш НАН Украины им. А. Н. Подгорного
ул. Пожарского, 2/10, г. Харьков, 61046

1. Актуальность проблем аналитического прогнозирования

Одним из направлений энергосбережения в современных условиях дефицита энергоносителей является повышение энергоэффективности зданий и сооружений. Эти задачи могут быть решены различным путем [1], в частности, на основе современных информационных технологий и компьютерных систем управления, где важную роль играют технологии прогнозирования сравнительно медленных переходных процессов установления теплового режима помещений при изменении внешних тепловых условий. Использование информационных технологий для управления микроклиматом сдерживается высокой степенью сложности зданий как объектов управления ввиду многопараметровости задач отопления и сложности решения обратных задач теплообмена. Решение задач прогнозирования основано на методах экстраполяции. Методы экстраполяции, используемые для определения прогнозируемой переменной, называют методами аналитического прогнозирования [2].

2. Анализ исследований и публикаций

При выборе математического аппарата для решения задачи аналитического прогнозирования необходимо предварительно определить прогнозируемые признаки, а выбранные показатели должны быть чувствительны к изменениям, которые происходят в элементах [2, 3]. В частности, такими показателями могут быть экспериментальные данные от термодатчиков, подключенных к контрольно-измерительной системе (КИС) для определения распределения температуры в производственных помещениях [4]. Если датчики распределены в пространстве над поверхностью пола помещения и их показания изменяются во времени то, таким образом, имеется возможность наблюдать перепады и градиенты температурного поля, скорость нагрева и другие параметры теплового процесса в помещении.

Рассмотрим постановку задачи прогнозирования в общем виде. Для простоты считаем, что состояние объекта определяется одним параметром η. В этом случае прогнозирование состояния рассматривают как прогнозирование изменения функции $\eta(t)$, значения которой измеряют дискретно или непрерывно на интервале времени (t_0,t_n). Необходимо по известным значениям $\eta(t_i)$ определить значения функции $\eta(t_{n+1}),\ldots,\eta(t_{n+m})$ в последующие моменты времени $t_{n+1},\ldots,t_{n+m}$. Это прямая задача. Обратная задача предполагает определение числа шагов прогнозирования m, через которые значения функции $\eta(t_{n+1})$ достигнут допустимого (необходимого) уровня [2].

Идеальным вариантом решения данной задачи является адекватное описание изменения функции $\eta(t)$ аналитическим выражением. Однако существуют достаточно большие трудности математического характера, препятствующие успешному решению этой проблемы. Поэтому в прикладных исследованиях при прогнозировании конкретной функции $\eta(t)$ проводят вычислительный эксперимент, меняя базовые элементы, применяемые для аппроксимации рассматриваемой функции.

В технической литературе по вопросам диагностики на базе анализа процессов изменения состояния различных объектов для их экстраполяции применяются прогнозирующие выражения вида

$$W(t)=\sum_{i=1}^{\mu}A_iF_i(\alpha,t),$$

где $F_i(\alpha,t)$ — базовые элементы (экстраполирующие полиномы), A_i — коэффициенты, μ — показатели степени базовых выражений.

Коэффициенты A_i отражают полиномиальный спектр функций $\eta(t)$. Коэффициенты экстраполяционных полиномов предварительно рассчитывают и сводят в специальные таблицы [2]. Для прогнозирования пользуются полиномами Лагранжа и Ньютона. Однако при прогнозировании функций двух, трех и более переменных возникают большие трудности математического характера.

При решении задач прогнозирования изменения состояния объекта учитывается тип модели процесса изменения состояния, показатель, характеризующий время, надежность объекта.

Если показатели диагностирования и показатели объекта диагностирования охарактеризовать условно численными значениями, то можно составить базу данных методов диагностирования. Задача установления численных значений показателей достаточно сложна, и ее решение базируется на расчетных данных, а также на опыте и инженерной интуиции проектировщика. В качестве первого приближения в научной литературе рекомендуют численные значения показателей объекта диагностирования Q_i^j, которые приведены в [2].

К библиотеке методов решения задач диагностирования относятся методы прогнозирования известных функций распределения. Рассмотрим далее вопросы прогнозирования функций распределения температуры в однородном слое (одномерная нестационарная задача) в зависимости от геометрических параметров и условий взаимодействия его с окружающими элементами и средой (от граничных условий).

Задачи прогнозирования данных функций сводятся к получению аналитических решений соответствующих краевых задач, которые могут являться основой для алгоритмов определения численных значений показателей диагностирования, выбранных исследователем или проектировщиком. Принципиально новым здесь является то, что в литературе по диагностике отсутствуют рекомендации по прогнозированию многомерных (двух и более) функций распределения.

Для прогнозирования известных функций распределения, определяемых решением краевых задач теплопроводности, теории упругости и гидродинамики, используются регионально-структурный и вариационные методы.

3. Основные результаты

В данной работе рассматриваются вопросы регионально-аналитической обработки экспериментальных данных, получаемых от системы термодатчиков на примере решения нестационарной задачи теплопроводности для определения распределения в однородном слое толщиной $2\cdot l_0$ температуры $T=T(x,Fo)$, являющейся функцией координаты и времени:

$$\frac{\partial T}{\partial Fo}=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \qquad (1)$$

$$T(x,Fo)\big|_{Fo=0}=T_0;\quad T(x,Fo)\big|_{x=\pm1}=T_0+\Delta T^{*}Fo,$$

где x — нормированная на величину толщины слоя безразмерная координата; $Fo=a\cdot t/l^2$ — безразмерное время (критерий Фурье); T_0 — начальная температура слоя и среды; ΔT^{*} — некоторый текущий параметр, имеющий размерность температуры, который в рамках принятого теоретико-экспериментального подхода может быть определен в любые заданные моменты времени с помощью датчиков. Принятый вид граничного условия, в общем случае зависящего от времени, подходит для условий теплообмена на границах слоя как 1-го рода, так и для 3-го рода.

Для отыскания аналитического решения краевой задачи (1) введем новую переменную $u(x,Fo)$:

$$u(x,Fo)=\frac{T(x,Fo)-T_0}{\Delta T^{*}},$$

для которой краевая задача будет иметь уже однородное начальное условие:

$$\frac{\partial u}{\partial Fo}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad (2)$$

$$u(x,Fo)\big|_{Fo=0}=0;\quad u(x,Fo)\big|_{x=\pm1}=Fo.$$

После применения к задаче (2) преобразования Лапласа получим уравнения для образа искомой функции $\tilde{u}(x,p)$:

$$\frac{d^2\tilde{u}}{dx^2}-p\cdot\tilde{u}=0; \qquad (3)$$

$$\tilde{u}(x,p)\big|_{x=\pm1}=\frac{1}{p^2}.$$

Решение рассматриваемой нестационарной задачи теплопроводности можно интерпретировать как некоторую дискретную во времени информацию от системы датчиков, расположенных вдоль оси Ox в ряде точек, например, по высоте помещения, если рассматривать задачу контроля теплового режима при отоплении помещения.

В 1-м приближении решение задачи (3) представим в виде, который обеспечивает точное выполнение граничного условия при $x=\pm1$:

$$\tilde{u}(x,p)=\frac{1}{p^3}+C_1(p)p(1-x^2). \qquad (4)$$

Коэффициент $C_1(p)$ определим из уравнения Бубнова-Галеркина:

$$\int_{-1}^{1}\left[-2C_1(p)-\frac{1}{p}-C_1(p)p(1-x^2)\right]\cdot(1-x^2)\,dx=0, \qquad (5)$$

решение которого дает следующий результат:

$$C_1(p)=-\frac{5}{2p(5+2p)}.$$

Полюс функции $C_1(p)$ имеет место при $p_1=-2{,}5$. Это дает возможность получить решение задачи — в нашей интерпретации задачи преобразования дискретной информации во времени от системы датчиков по высоте помещения — для первого региона по времени, точно удовлетворяющее начальному и граничному условиям. В этом случае искомое решение задачи (3) — «прогноз» температурного распределения можно представить в виде:

$$u_1(x,Fo)=Fo+(1-e^{-2,5Fo})(C_1^{(1)}+C_2^{(1)}x^2)(1-x^2). \qquad (6)$$

Выберем следующие границы регионов во времени:

$Fo_1=0{,}1$; $Fo_2=0{,}2$; $Fo_3=0{,}4$; $Fo_4=0{,}8$;

$Fo_5=1{,}2$; $Fo_6=1{,}8$; $Fo_5=2{,}4$; $Fo_8\to\infty$.

Заметим, что регионально-аналитическое прогнозирование известных функций распределения предполагает, что границы регионов во времени могут выбираться с наибольшей эффективностью, исходя из расчетных данных, либо на основе опыта и инженерной интуиции при проектировании конкретных систем диагностирования.

Коэффициенты $C_1^{(1)}$ и $C_2^{(1)}$ в выражении (6) определим исходя из заданной дискретной информации для функции $u(x,Fo)$ в выбранных «базовых» точках $x=0{,}0$ и $x=0{,}8$. Пусть при $Fo_1=0{,}1$ имеет место $u_1(0{,}0;0{,}1)=0{,}001$; $u_1(0{,}8,0{,}1)=0{,}047$. Тогда получим $C_1^{(1)}=-0{,}4475$; $C_2^{(1)}=-0{,}3411$.

Для второго региона по времени $Fo_1\le Fo\le Fo_2$ формулу аналитического прогнозирования известной функции распределения температуры представим в виде

$$u_2(x,Fo)=u_1(x,Fo)+$$
$$+(e^{-0,25}-e^{-2,5Fo})(C_1^{(2)}+C_2^{(2)}x^2)(1-x^2), \qquad (7)$$

который в точке сопряжения региональных функций по времени $Fo=Fo_1$ обеспечивает точное выполнение условия $u_1(x,Fo_1)=u_2(x,Fo_1)$.

Коэффициенты $C_1^{(2)}$ и $C_2^{(2)}$ в выражении (7) определим, исходя из заданной дискретной информации для функции $u(x,Fo)$ в точках $x=0{,}0$; $x=0{,}8$ в момент времени $Fo_2=0{,}2$. Пусть при $Fo_2=0{,}2$ имеет место $u_2(0{,}0;0{,}2)=0{,}0100$; $u_2(0{,}8,0{,}2)=0{,}1160$. Тогда получим $C_1^{(2)}=-0{,}0807$; $C_2^{(2)}=0{,}3856$.

Для третьего региона по времени $Fo_2\le Fo\le Fo_3$ формулу аналитического прогнозирования известной функции распределения температуры построим аналогично предыдущим формулам в виде

$$u_3(x,Fo)=u_2(x,Fo)+$$
$$+(e^{-0,5}-e^{-2,5Fo})(C_1^{(3)}+C_2^{(3)}x^2)(1-x^2). \qquad (8)$$

Условие сопряжения региональных функций в момент времени $Fo=Fo_2$ здесь также выполняется точно $u_2(x,Fo_2)=u_3(x,Fo_2)$. С учетом известной дискретной информации для функции $u(x,Fo)$ в точках $x=0{,}0$; $x=0{,}8$ для коэффициентов $C_1^{(3)}$ и $C_2^{(3)}$ получим значения $C_1^{(3)}=0{,}0172$ и $C_2^{(3)}=0{,}0982$.

Для четвертого региона по времени $Fo_4\le Fo\le Fo_4$ региональную функцию $u_4(x,Fo)$ представим в виде

$$u_4(x,Fo)=u_3(x,Fo)+$$
$$+(e^{-1,0}-e^{-2,5Fo})(C_1^{(4)}+C_2^{(4)}x^2)(1-x^2), \qquad (9)$$

который в точке сопряжения региональных функций по времени $Fo=Fo_3$ обеспечивает точное выполнение условия $u_3(x,Fo_3)=u_4(x,Fo_3)$.

Аналогично, с учетом известной дискретной информации для функции $u(x,Fo)$ при $u_4(0{,}0;0{,}8)=0{,}3760$; $u_4(0{,}8;0{,}8)=0{,}6400$ получим $C_1^{(4)}=0{,}0258$ и $C_2^{(4)}=-0{,}1370$.

Сравнение численных значений региональных по времени функций $u_3(x,Fo)$ и $u_4(x,Fo)$ в точках с координатами x, отличными от базовых, показывает их достаточно хорошее согласование:

$u_3(0{,}0;0{,}8)=0{,}3692$; $u_4(0{,}0;0{,}8)=0{,}3760$;

$u_3(1/2;0{,}8)=0{,}4767$; $u_4(1/2,0{,}8)=0{,}4758$;

$u_3(2/3;0{,}8)=0{,}5595$; $u_4(2/3;0{,}8)=0{,}5564$;

$u_3(0{,}8;0{,}8)=0{,}6449$; $u_4(0{,}8;0{,}8)=0{,}6400$.

Данные от датчиков, соответствующие дискретному ряду точек в пространстве, таковы:

$u^*(0{,}0;0{,}8)=0{,}3760$; $u^*(1/2;0{,}8)=0{,}4760$;

$u^*(2/3;0{,}8)=0{,}5560$; $u^*(0{,}8;0{,}8)=0{,}6400$.

Таким образом, для дальнейшего аналитического прогнозирования во времени достаточно ограничиться функцией $u_3(x,Fo)$. За три шага прогнозирования мы вышли на значения $u(x,Fo_{3+j})$, достигающие в последующие моменты времени допустимого уровня. Таким образом, здесь решена и обратная задача прогнозирования — определено число шагов прогнозирования. Данные вычислительного эксперимента, приведенные в табл. 1 подтверждают достаточно высокую эффективность предложенной методики регионально-аналитического прогнозирования известных функций распределения.

Как видно из табл. 1, прогнозирование времени выхода теплового состояния объекта на регулярный режим может быть осуществлено с помощью анализа величины

$$\underbrace{\max}_{m,i}\left|T_3(x_m,Fo_i)-T_1(x_m,Fo_i)\right|\le\varepsilon. \qquad (10)$$

Выполнение условия (10) позволяет определить время выхода исследуемой системы на регулярный режим, для которого в данном случае получим значение $Fo=2{,}4$.

В общем случае двумерной задачи для каждого из регионов во времени выражения для аналитического прогнозирования известных функций распределения можно представить в виде:

$$\begin{aligned} u_1(x,y,Fo)&=\Phi_0^{(1)}(x,y,Fo)+\sum_{i,j}C_{i,j}^{(1)}(Fo)\chi_{i,j}(x,y),\\ u_2(x,y,Fo)&=\Phi_0^{(2)}(x,y,Fo)+\sum_{i,j}C_{i,j}^{(2)}(Fo)\chi_{i,j}(x,y),\\ &\cdots\cdots\cdots\\ u_k(x,y,Fo)&=\Phi_0^{(k)}(x,y,Fo)+\sum_{i,j}C_{i,j}^{(k)}(Fo)\chi_{i,j}(x,y). \end{aligned} \qquad (11)$$

Если коэффициент $C_{i,j}^{(1)}(Fo)$ представить в виде

$$C_{i,j}^{(1)}(Fo)=(1-e^{-p_1Fo})\cdot C_{1,1}^{(1)}(Fo),$$

а функцию $\Phi_0^{(1)}(x,y,Fo)$ построить так, чтобы

$$\Phi_0^{(1)}(x,y,0)=\Psi(x,y),$$

где $\Psi(x,y)$ — является точным аналитическим выражением для прогнозируемой функции $u(x,y,Fo)$ при $Fo=0$, то начальное условие для рассматриваемой системы будет выполняться точно.

Таблица 1

Результаты вычислительного эксперимента

Fo	$T_i(x,Fo)$	x: 0,0	0,5	0,667	0,8	Номер региона
0,1	$T_1(x,Fo)$	0,0010	0,0116	0,0264	0,0470	I
	$T_*(x,Fo)$	0,0010	0,0100	0,0270	0,0470	
0,2	$T_1(x,Fo)$	0,0240	0,0430	0,0690	0,1060	II
	$T_2(x,Fo)$	0,0100	0,0450	0,0780	0,1160	
	$T_*(x,Fo)$	0,0100	0,0440	0,0800	0,1160	
0,4	$T_1(x,Fo)$	0,1171	0,1474	0,1896	0,2485	III
	$T_2(x,Fo)$	0,0839	0,1522	0,2103	0,2731	
	$T_3(x,Fo)$	0,0880	0,1597	0,2184	0,2800	
	$T_*(x,Fo)$	0,0880	0,1600	0,2200	0,2800	
0,8	$T_1(x,Fo)$	0,4131	0,4545	0,5122	0,5927	IV
	$T_2(x,Fo)$	0,2611	0,4621	0,5446	0,6313	
	$T_3(x,Fo)$	0,3692	0,4767	0,5595	0,6449	
	$T_4(x,Fo)$	0,3760	0,4758	0,5564	0,6400	
	$T_*(x,Fo)$	0,3760	0,4760	0,5560	0,6400	
1,2	$T_1(x,Fo)$	0,7748	0,8203	0,8838	0,9722	V
	$T_2(x,Fo)$	0,7159	0,8288	0,9205	1,0160	
	$T_3(x,Fo)$	0,7254	0,8462	0,9393	1,0320	
	$T_*(x,Fo)$	0,7200	0,8400	0,9360	1,0320	
1,6	$T_1(x,Fo)$	1,1607	1,2077	1,2733	1,3647	VI
	$T_2(x,Fo)$	1,0993	1,2166	1,3116	1,4103	
	$T_3(x,Fo)$	1,1094	1,2265	1,3315	1,4272	
	$T_*(x,Fo)$	1,1040	1,2240	1,3280	1,4240	
2,0	$T_1(x,Fo)$	1,5555	1,6031	1,6694	1,7619	VII
	$T_2(x,Fo)$	1,4932	1,6121	1,7083	1,7841	
	$T_3(x,Fo)$	1,5035	1,6305	1,7263	1,8013	
	$T_*(x,Fo)$	1,4900	1,6200	1,7200	1,8000	
2,4	$T_1(x,Fo)$	1,9536	2,0014	2,0680	2,1609	VIII
	$T_2(x,Fo)$	1,8909	2,0105	2,1071	2,2074	
	$T_3(x,Fo)$	1,9013	2,0194	2,1273	2,2298	
	$T_*(x,Fo)$	1,8960	2,0160	2,1000	2,2320	

На границах регионов во времени необходимо, чтобы выполнялись соотношения:

$$u_1(x,y,Fo_1)=u_2(x,y,Fo_1),\ ...,$$
$$u_k(x,y,Fo_k)=u_{k+1}(x,y,Fo_k).$$

В конструктивном плане в выражениях вида (11) это достигается следующим образом. Функции $\Phi_0^{(k)}(x,y,Fo)$ строятся таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$\Phi_0^{(k)}(x,y,Fo_k)=\Phi_0^{(k+1)}(x,y,Fo_k),$$

а на коэффициенты накладываются условия

$$C_{i,j}^{(k)}(Fo_k)=C_{i,j}^{(k+1)}(Fo_k).$$

Обобщая предложенный выше подход, регионально-аналитическую конструкцию для коэффициентов $C_{i,j}^{(k+1)}(Fo)$ представим в виде

$$C_{i,j}^{(k+1)}(Fo)=(e^{-p_1Fo_k}-e^{-p_1Fo})\cdot C_{i,j}^{(k+1,1)}(Fo)+C_{i,j}^{(k)}(Fo).$$

В частном случае для рассмотренной выше задачи имеют место соотношения:

$$C_1^{(k+1)}(Fo)=(e^{-p_1Fo_k}-e^{-p_1Fo})\cdot C_1^{(k+1,1)}(Fo),$$
$$C_2^{(k+1)}(Fo)=(e^{-p_1Fo_k}-e^{-p_1Fo})\cdot C_2^{(k+1,2)}(Fo).$$

4. Выводы

Предложенная методика впервые позволила проводить аналитическое прогнозирование спектральных составляющих динамического процесса по регионам во времени. Она также позволяет решать обратную задачу прогнозирования, которая состоит в определении числа шагов прогнозирования m, через которые значения параметра прогнозирования $\eta(t_{n+j})$ достигнут допустимого уровня в будущие моменты времени. Предлагается использовать новый подход к преобразованию дискретной информации во времени и по координате от термодатчиков контрольно-измерительной системы в регионально-аналитическую информацию для построения систем регулирования теплового режима микроклимата производственных помещений на основе прогнозирования тепловых процессов.

Литература

1. Табунщиков Ю. А. Энергоэффективные здания [Текст] / Ю. А. Табунщиков, М. М. Бродач, Н. В. Шилкин. — М. : АВОК-ПРЕСС, 2003. — 200 с.
2. Мозгалевский А. В. Технические средства диагностирования [Текст] / А. В. Мозгалевский, В. П. Калявин. — Л. : Судостроение, 1984. — 232 с.
3. Мозгалевский А. В. Вопросы проектирования систем диагностирования [Текст] / А. В. Мозгалевский, А. Н. Койда. — Л. : Энергоатомиздат, 1985. — 112 с.
4. Слесаренко А. П. Теоретико-экспериментальный подход при идентификации тепловых процессов в воздушных зонах животноводческих помещений [Текст] / А. П. Слесаренко, Н. А. Романченко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. — 2009. — 6/4(42). — С. 4—10.