

УДК 536.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГИОНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ФОРМ И СЛОЖНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕЛ

А. П. Слесаренко

Профессор, доктор физико-математических наук
Отдел моделирования и идентификации тепловых
процессов, ИПМаш им. А. Н. Подгорного НАН Украины
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046
Контактный тел.: (057) 95-95-18, 096-386-30-22

Для вирішення завдань побудови оптимальних форм і складних поверхонь тіл створені нові формули інтерполяції сіткових функцій двох змінних і їх похідних з керованими параметрами вузлів інтерполяції, значень функцій та похідних.

Ключові слова: сіткова функція, інтерполяція, моделювання, керування.

Для решения задач образования оптимальных форм и сложных поверхностей тел построены новые формулы интерполяции сеточных функций двух переменных и их производных с управляемыми параметрами узлов интерполяции, значений функций и производных.

Ключевые слова: сеточная функция, интерполяция, моделирование, управление.

New formulas of interpolation mesh functions of two variables and their derivatives, with controlled parameters of interpolation nodes, the values of functions and their derivatives, are constructed to solve the problems optimal forms of complex surfaces of bodies generation.

Keywords: mesh function, interpolation, modeling, control.

1. Актуальность проблемы и некоторые тенденции ее развития

В развитии вычислительной математики и информационно-аналитических средств сохраняются тенденции, наметившиеся еще в конце 80-х годов прошлого века, сегодня они предъявляют ряд жестких требований к создаваемым алгоритмам и моделям:

1. Интеграция средств вычислительной техники, методов вычислительной математики, методов прикладной математики, теории автоматического программирования и языков. Это взаимодействие привело к смещению акцентов с оптимизации отдельных компонентов вычислительного процесса на оптимизацию всего процесса в целом.

2. Укрупнение размеров классов решаемых задач и, как следствие, стандартизация алгоритмов. В этом направлении развиваются две стратегии: использование универсальных вычислительных алгоритмов, самонастраивающихся на оптимальный режим за счет использования апостериорной информации, для решения не часто повторяющихся задач, и использование тщательно отработанных и оптимизированных алгоритмов для многократно повторяющихся задач [1].

3. Справочно-аналитическая деятельность приобретает черты бизнес процесса, который требует не только надежной научной базы, но и технологии контроля и управления информационными потоками. Результатом ее обработки должны быть замкнутые аналитические выражения, составляющие основу знания, что в конечном итоге позволяет резко сократить объем рекомендуемых данных, сохраняя только константы аналитических формул.

4. Переход от хорошо алгоритмируемых задач к задачам плохо формализуемым, которые, связаны с работами с обширными массивами данных. Задачи с плохо формализуемыми данными характеризуются неполно-

той, противоречивостью и ненадежностью исходной информации, при работе с которой необходимо выявление скрытых знаний, и, что более важно, свободное манипулирование знаниями (требование интеллектуализации средств обработки). На эти задачи накладываются высокие требования, связанные с адекватной оценкой неопределенности: назначение весов, выбор/исключение отдельных точек и наборов данных, условия экстраполяции и интерполяции данных.

5. Постоянная практика уточнения, пересмотра и расширения массивов исходных данных ставит требование динамической организации информации. Необходим переход к технологиям, обеспечивающим автоматическую актуализацию по мере обновления данных [2].

Среди задач математического обеспечения, которые требуют решения на новом уровне — задача построения сеток для областей сложной формы, равномерно покрывающих исследуемую область определения решения многомерных задач. Она тесно связана с задачами организации динамических банков данных, сжатием информации, учетом степени неопределенности и управлением данными.

2. Анализ исследований и публикаций

Систематический анализ исследований отечественных и зарубежных авторов, посвященный данной проблеме, показывает, что одной из причин, сдерживающих развитие и внедрение прогрессивных технологий образования форм и оптимальных сложных поверхностей тел, является недостаточное развитие некоторых проблемных вопросов. Решение обратных геометрических задач в технике, энергетике, теплофизике, механике и др. областях науки требует развития методов интерполяции производных до k-порядка сеточных функций двух

и многих переменных, а также решение проблемы синтеза аналитической информации при управлении дискретными системами с большим количеством параметров.

Приложения R-функций [3] к решению обратных задач достаточно эффективны в аналитической геометрии, но, к сожалению, ограничиваются только этой областью, и не в состоянии решить обратные задачи дифференциальной геометрии, так как по своим конструктивным особенностям R-функции сохраняют дифференциальные свойства «опорных» функций только до первого порядка. Вторая производная, как известно, характеризует «кривизну» «опорной» функции. Качество математического инструментария, необходимого для полноты описания геометрического объекта, включает в себя требования однозначного определения поверхности объекта не только по точным или приближенным «интерполяционным» значениям функций двух переменных, но и по их первым, вторым и смешанным производным. PS-функции, предложенные в работе [4] сохраняют дифференциальные свойства «опорных» функций, описывающих части поверхности объекта до k-го порядка. Недостатком их является нарушение непрерывности производных в угловых точках или на линиях «сопряжения». Этот недостаток устраняют S-функции, предложенные в работе [5]. Предложенные в этой работе S-операции позволяют с использованием алгебры логики строить такие уравнения $\omega(x,y,z) = 0$, для которых точная граница или поверхность области сложной формы с математически острыми углами или ребрами были бы асимптотой или асимптотической поверхностью сложной формы. Граница Γ или поверхность S области Ω представляли бы не кусочно-гладкую границу Γ_0 или поверхность S_0 области Ω_0 , а в асимптотическом приближении играли бы роль непрерывной границы или поверхности, отстающей от границы Γ_0 или поверхности S_0 на максимальное расстояние $\max \rho(\Gamma, \Gamma_0) \leq \epsilon$ или $\rho(S, S_0) \leq \epsilon$.

В работах [6, 7] предлагаются новые методы описания поверхностей трехмерных тел, которые нельзя описать в цилиндрической системе координат. Наряду с эффективными качествами этих подходов, есть и явные ограничения их применения. Эти подходы не обеспечивают интерполяцию производных до k-порядка сеточных функций, ни по сечениям поверхности тел сложной формы, ни, тем более, в «полных» универсальных интерполяционных процессах; так же они не обеспечивают управление значениями производных до k-порядка, которые необходимы в задачах проектирования оптимальных форм и поверхностей, энергетического, электронного, космического и другого оборудования.

3. Цель работы

Построение новых формул интерполяции сеточных функций двух переменных и их производных до k-го порядка с управляемыми значениями функций и производных, а также параметрами узлов интерполяции.

Построение структур решения обратных задач дифференциальной геометрии на базе дискретной информации о значениях сеточной функции двух переменных и их производных на идентифицированной поверхности объекта. Решение обратных задач дифференциальной геометрии для поверхностей трехмерных тел.

4. Основные материалы

Пусть задана дискретная информация о геометрии поверхности объекта в декартовой системе координат OXYZ. Преобразуем дискретную информацию в регионально-аналитическую с помощью формулы «полного» интерполяционного процесса для двух переменных (1):

$$Z(x,y) = \left[\sum_{l=1}^m \frac{T_m(x_l, y_l)}{\Omega_l^k} \beta_l \right] \div \left[\sum_{l=1}^m \frac{1}{\Omega_l^k} \beta_l \right], \quad (1)$$

где $T_m(x_l, y_l)$ — разложение функции $Z(x,y)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-x_l)^k$ и $(y-y_l)^k$ в окрестности узлов интерполяции (x_l, y_l) ; $\Omega_l = (x-x_l)^2 + (y-y_l)^2$ — уравнение точки на поверхности идентифицируемого объекта в плоскости $z_l = \text{const}$; β_l — параметр, который принимает значения 1 или 0 в зависимости от того участвует ли в управлении образованием узел интерполяции формулы (1); формула (1) сохраняет дифференциальные свойства в каждой точке (x_l, y_l) в плоскостях $z_l = \text{const}$ на идентифицируемой поверхности объекта до k-1 порядка.

$$T_m(x_l, y_l) = Z(x_l, y_l) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} \left[(x-x_l) \frac{\partial}{\partial x} + (y-y_l) \frac{\partial}{\partial y} \right]^i Z(x_l, y_l) \pm R_n(x,y),$$

$$R_n(x,y) = \frac{1}{(n+1)!} \left[(x-x_l) \frac{\partial}{\partial x} + (y-y_l) \frac{\partial}{\partial y} \right]^{n+1} \times Z(x_l + \theta_n(x-x_l), y_l + \theta_n(y-y_l)), \quad 0 < \theta_n < 1.$$

Формула (2) обеспечивает интерполяционный процесс по сечениям поверхности тел сложной формы:

$$Z(x,y) = \left[\sum_{l=1}^m \frac{T_m(y_l)}{\Omega_l^k} \beta_l \right] \div \left[\sum_{l=1}^m \frac{1}{\Omega_l^k} \beta_l \right], \quad (2)$$

где $T_m(y_l)$ — разложение функции $Z(x,y)$ в ряд Тейлора по степеням $(y-y_l)^k$ в окрестности узлов интерполяции (x_l, y_l) ; $\Omega_l^k = (y-y_l)^k$ — уравнение точки на поверхности идентифицируемого объекта; $\beta_l = 1, 0$.

Для высокоточного моделирования процессов образования форм и поверхностей тел, включающего информацию об объекте до (k-1) производной, необходимо задавать значения сеточной функции и ее производных в узлах интерполяции минимум до (k+2) порядка для «полного» интерполяционного процесса и минимум до k порядка для интерполяционного процесса по сечениям. Таким образом, для полного описания поверхности тела, включающего информацию о степени ее кривизны, необходимо $k \geq 5$ для формулы (1) и $k \geq 2$ для формулы (2).

Повышение точности определения значений с помощью интерполяционных формул (1, 2) достигается за счет увеличения числа членов ряда: использования большего количества узлов интерполяции и увеличения степени k.

5. Вычислительный эксперимент

Проведен ряд вычислительных экспериментов, в которых исследовались аппроксимационные свойства формул (1) и (2). Рассмотрим их на примере уравнения

второй степени, представляющего собой эллипсоид с центром в начале координат:

$$Z(x,y) = c \cdot \sqrt{R^2 + (x/a)^2 + (y/b)^2}, \tag{3}$$

где $a = 2, b = 3, c = 1, R = 1$. Исследуемые точки сеточной функции на поверхности эллипсоида и их координаты представлены на рис. 1 и в табл. 1.

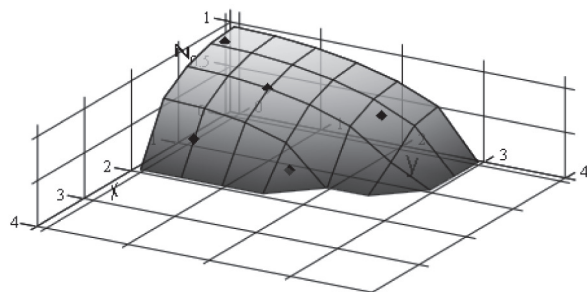


Рис. 1. Исследуемые точки сеточной функции на поверхности эллипсоида

Таблица 1

Порядковые номера и координаты исследуемых точек

№ п. п	1	2	3	4	5
x	1,63048	1,79743	0,65658	0,99846	0,39027
y	1,63048	0,53923	2,18861	0,99846	0,11708

Оптимальное «покрытие» отрезка кривой или участка поверхности (региональной поверхности тела) узлами интерполяции выбирается из условия согласованности в пределах допустимой погрешности результатов экстраполяции, как по функции, так и по ее производным в точках поверхности фигуры, равноудаленных от центров региональных поверхностей. На рис. 2 показаны точки поверхности эллипсоида, равноудаленные от центров участков разбиения, в которых относительная погрешность вычисления экстраполированного значения сеточной функции менее 0,5 %.

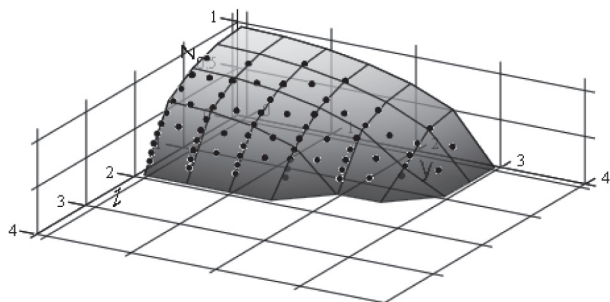


Рис. 2. Точки поверхности эллипсоида, в которых погрешность экстраполяции сеточной функции менее 0,5 %, разбиение поверхности эллипсоида равномерное, 6 × 6 участков по 13 узлов интерполяции, $k = 8$

В табл. 2 приведены значения интерполяции и экстраполяции (по левому и по верхнему соседним участкам) значений сеточной функции в исследуемых точках на поверхности эллипсоида, а также их относительные погрешности вычислений.

Параметр управления β_1 позволяет варьировать набор данных, а так же качество аппроксимации. В табл. 3

Таблица 2

Интерполяция и экстраполяция значений сеточной функции в исследуемых точках и погрешность ее вычисления. Разбиение поверхности эллипсоида равномерное, 6 × 6 участков по 13 узлов интерполяции, $k = 5$

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
Интер.	z	0,20003	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
	$\epsilon, \%$	1,269E-02	1,285E-04	1,094E-05	1,146E-07	4,768E-08
Экстр. слева	z	0,20038	0,40000	0,60004	0,80031	—
	$\epsilon, \%$	1,908E-01	9,309E-04	7,062E-03	3,912E-02	—
Экстр. сверху	z	0,20217	0,40016	0,60004	—	0,97968
	$\epsilon, \%$	1,084E	4,041E-02	5,933E-03	—	3,280E-02
Точное	z	0,20000	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000

Таблица 3

Интерполяция значений сеточной функции в исследуемых точках и погрешность ее вычисления для разного количества узлов интерполяции. Разбиение поверхности эллипсоида равномерное, 3 × 3 участка, $k = 5$

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
5 узлов	z	20,64459	0,40004	0,60000	0,80004	0,98000
	$\epsilon, \%$	1,022E+04	1,099E-02	1,042E-08	4,674E-03	1,549E-04
9 узлов	z	0,20004	0,40000	0,60000	0,80002	0,98000
	$\epsilon, \%$	2,001E-02	1,972E-04	1,046E-08	2,972E-03	1,854E-04
13 узлов	z	0,20022	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
	$\epsilon, \%$	1,082E-01	1,497E-05	1,049E-08	1,762E-05	2,174E-04
Точное	z	0,20000	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000

показано изменение качества аппроксимации сеточной функции в исследуемых точках в зависимости от количества узлов интерполирования для разбиения 3 × 3 участка. На рис. 3 изображены узлы интерполяции разбиения 3 × 3, в табл. 4 для них даны значения координат, значение сеточной функции, первых и вторых производ-

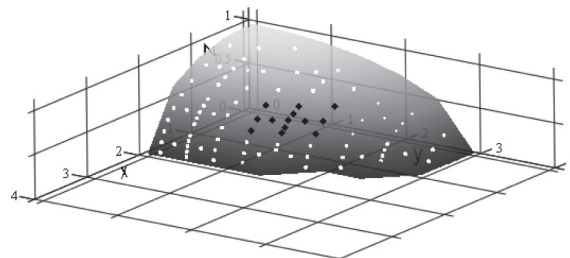


Рис. 3. Расположение узлов интерполяции сеточной функции при разбиении поверхности эллипсоида 3 × 3 участка, черным обозначены точки участка 2-го по горизонтали и 2-го по вертикали, 13 узлов интерполяции в каждом участке

Таблица 4

Заданные значения сеточной функции и производных в 13 узлах интерполяции поверхности эллипсоида.
Разбиение поверхности эллипсоида 3 × 3 участка, участок второй по горизонтали и по вертикали

Узел интерполяции			Значение функции и ее производных в узлах интерполяции						
№	x	y	z	dz/dx	dz/dy	d ² z/dx ²	d ² z/dxdy	d ² z/dy ²	d ³ z/dx ³
1	1,6704	1,1667	0,3889	-1,0738	-0,3333	-3,6079	-0,9204	-0,5714	-1,46939
2	1,5476	1,1667	0,5000	-0,7738	-0,2593	-1,6975	-0,4012	-0,3567	-0,55479
3	1,3789	1,1667	0,6111	-0,5641	-0,2121	-0,9298	-0,1958	-0,2554	-0,266
4	1,4866	1,3333	0,5000	-0,7433	-0,2963	-1,6049	-0,4405	-0,3978	-0,70721
5	1,5476	1,5000	0,3889	-0,9949	-0,4286	-3,1880	-1,0964	-0,7580	-2,5061
6	1,4866	1,5000	0,4444	-0,8362	-0,3750	-2,1357	-0,7055	-0,5664	-1,43372
7	1,4142	1,5000	0,5000	-0,7071	-0,3333	-1,5000	-0,4714	-0,4444	-0,88889
8	1,3287	1,5000	0,5556	-0,5979	-0,3000	-1,0935	-0,3229	-0,3620	-0,58644
9	1,2273	1,5000	0,6111	-0,5021	-0,2727	-0,8216	-0,2241	-0,3035	-0,40638
10	1,3287	1,6667	0,5000	-0,6643	-0,3704	-1,3827	-0,4921	-0,4966	-1,10349
11	1,3789	1,8333	0,3889	-0,8864	-0,5238	-2,6633	-1,1939	-0,9913	-4,00547
12	1,2273	1,8333	0,5000	-0,6136	-0,4074	-1,2531	-0,5000	-0,5542	-1,35467
13	1,0062	1,8333	0,6111	-0,4116	-0,3333	-0,6863	-0,2245	-0,3636	-0,59504
№	d ³ z/dx ² dy	d ³ z/dxdy ²	d ³ z/dy ³	d ⁴ z/dx ⁴	d ⁴ z/dx ³ dy	d ⁴ z/dx ² dy ²	d ⁴ z/dxdy ³	d ⁴ z/dy ⁴	
1	-3,60787	-3,15568	-1,46939	-430,506	-118,955	-41,1	-16,2292	-7,55685	
2	-1,69753	-0,96805	-0,55479	-66,078	-18,0256	-7,05177	-3,22304	-1,91389	
3	-0,92975	-0,37171	-0,266	-13,7493	-3,68186	-1,67527	-0,87813	-0,68966	
4	-1,60494	-1,11339	-0,70721	-58,0155	-18,5647	-8,04247	-4,08199	-2,62584	
5	-3,18805	-4,35578	-2,5061	-328,786	-123,948	-54,7911	-27,2233	-15,4798	
6	-2,13574	-2,25625	-1,43372	-121,51	-45,4984	-20,9728	-11,106	-7,0043	
7	-1,5	-1,25708	-0,88889	-49,5	-18,3848	-8,88889	-5,02831	-3,55556	
8	-1,0935	-0,7383	-0,58644	-21,6562	-7,9635	-4,06531	-2,45836	-1,97435	
9	-0,82156	-0,44936	-0,40638	-9,96767	-3,61838	-1,96656	-1,26935	-1,17772	
10	-1,38272	-1,38884	-1,10349	-40,7645	-17,4608	-9,48737	-6,01872	-4,7491	
11	-2,66327	-5,4757	-4,00547	-220,756	-110,806	-63,407	-40,3859	-29,1604	
12	-1,25309	-1,49494	-1,35467	-32,0697	-15,7962	-9,7221	-6,97936	-6,25794	
13	-0,68633	-0,48985	-0,59504	-6,04868	-2,88043	-1,97155	-1,60314	-1,94741	

Окончание табл. 5

ных узлов интерполяции второго по вертикали и второго по горизонтали участка разбиения.

В табл. 5–10 приведены значения интерполяции сеточной функции, ее первых и вторых, включая смешанные, производных, в исследуемых точках поверхности эллипсоида, в зависимости от количества участков разбиения.

Таблица 5

Интерполяция значений сеточной функции и ее относительная погрешность вычисления, k = 4, 13 узлов интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	z	0,19950	0,40000	0,60000	0,80000	0,97998
	ε, %	2,520E-01	1,573E-04	3,272E-07	4,014E-05	2,071E-03

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
4 × 4 участка	z	0,19999	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
	ε, %	6,937E-03	1,178E-03	1,948E-05	7,535E-07	1,386E-04
5 × 5 участков	z	0,20080	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
	ε, %	3,983E-01	4,110E-04	1,056E-04	6,965E-05	1,262E-05
6 × 6 участков	z	0,20009	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
	ε, %	4,527E-02	6,565E-04	1,125E-04	3,309E-06	1,178E-06
Точное значение	z	0,20000	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000

Таблица 6

Интерполяция значений первой производной сеточной функции по x и ее относительная погрешность вычисления, k = 6, 13 узлов интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	dz/dx	-2,02785	-1,12340	-0,27358	-0,31202	-0,09955
	ε, %	5,030E-01	3,326E-05	1,304E-07	1,787E-05	7,389E-03
4 × 4 участка	dz/dx	-2,03862	-1,12338	-0,27358	-0,31202	-0,09956
	ε, %	2,572E-02	1,163E-03	1,179E-05	4,035E-06	3,341E-04
5 × 5 участков	dz/dx	-2,01781	-1,12339	-0,27358	-0,31202	-0,09956
	ε, %	9,957E-01	3,991E-04	5,628E-05	5,336E-05	2,187E-05
6 × 6 участков	dz/dx	-2,03714	-1,12339	-0,27358	-0,31202	-0,09956
	ε, %	4,711E-02	4,139E-04	2,170E-04	1,721E-07	1,322E-06
Точное значение	dz/dx	-2,03810	-1,12340	-0,27358	-0,31202	-0,09956

Таблица 8

Интерполяция значений второй производной сеточной функции по x и ее относительная погрешность вычисления, k = 8, 13 точек интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	d^2z/dx^2	-22,76807	-3,78005	-0,54141	-0,43419	-0,26522
	ε, %	3,401E+00	6,338E-06	2,119E-08	1,331E-05	2,114E-03
4 × 4 участка	d^2z/dx^2	-22,07896	-3,78012	-0,54141	-0,43419	-0,26522
	ε, %	2,713E-01	1,960E-03	3,694E-06	0,000E+00	6,410E-05
5 × 5 участков	d^2z/dx^2	-21,17706	-3,78002	-0,54141	-0,43419	-0,26522
	ε, %	3,825E+00	6,334E-04	2,361E-05	2,492E-05	2,904E-06
6 × 6 участков	d^2z/dx^2	-21,99010	-3,77998	-0,54141	-0,43419	-0,26522
	ε, %	1,323E-01	1,898E-03	2,153E-05	5,370E-09	1,125E-07
Точное значение	d^2z/dx^2	-22,01923	-3,78005	-0,54141	-0,43419	-0,26522

Таблица 7

Интерполяция значений первой производной сеточной функции по y и ее относительная погрешность вычисления, k = 6, 13 узлов интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	dz/dy	-0,86384	-0,14979	-0,40530	-0,13868	-0,01327
	ε, %	4,635E+00	4,835E-04	1,221E-07	1,063E-04	6,334E-03
4 × 4 участка	dz/dy	-0,90716	-0,14980	-0,40530	-0,13868	-0,01327
	ε, %	1,479E-01	1,159E-02	1,546E-05	1,047E-05	8,340E-05
5 × 5 участков	dz/dy	-0,89713	-0,14979	-0,40530	-0,13867	-0,01327
	ε, %	9,598E-01	6,177E-04	9,161E-05	7,337E-05	5,927E-06
6 × 6 участков	dz/dy	-0,90490	-0,14978	-0,40530	-0,13868	-0,01327
	ε, %	1,019E-01	2,762E-03	1,557E-04	1,494E-06	1,418E-06
Точное значение	dz/dy	-0,90582	-0,14979	-0,40530	-0,13868	-0,01327

Таблица 9

Интерполяция значений второй производной сеточной функции по y и ее относительная погрешность вычисления, k = 8, 13 узлов интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	d^2z/dy^2	-12,98756	-0,33387	-0,45896	-0,16293	-0,11356
	ε, %	1,788E+02	3,504E-04	4,140E-05	6,751E-05	3,082E-04
4 × 4 участка	d^2z/dy^2	-4,91863	-0,33403	-0,45896	-0,16293	-0,11356
	ε, %	5,593E+00	5,003E-02	1,307E-05	0,000E+00	8,806E-06
5 × 5 участков	d^2z/dy^2	-4,49987	-0,33387	-0,45896	-0,16293	-0,11356
	ε, %	3,397E+00	2,981E-04	8,775E-05	2,217E-05	3,228E-07
6 × 6 участков	d^2z/dy^2	-4,64291	-0,33388	-0,45896	-0,16293	-0,11356
	ε, %	3,264E-01	2,705E-03	3,073E-05	2,210E-07	2,531E-08
Точное значение	d^2z/dy^2	-4,65812	-0,33387	-0,45896	-0,16293	-0,11356

Таблица 10

Интерполяция значений второй смешанной производной сеточной функции и ее относительная погрешность вычисления, $k = 8$, 13 узлов интерполяции

№ п. п точки	1	2	3	4	5	
3 × 3 участка	$d^2z/dydx$	-10,73700	-0,42067	-0,18480	-0,05409	-0,00135
	ε, %	1,632E+01	3,328E-05	0,000E+00	0,000E+00	4,058E-02
4 × 4 участка	$d^2z/dydx$	-9,32739	-0,42059	-0,18480	-0,05409	-0,00135
	ε, %	1,047E+00	1,883E-02	1,082E-05	1,849E-05	4,798E-04
5 × 5 участков	$d^2z/dydx$	-8,86587	-0,42067	-0,18480	-0,05409	-0,00135
	ε, %	3,953E+00	9,689E-04	9,826E-05	1,002E-04	1,374E-05
6 × 6 участков	$d^2z/dydx$	-9,21364	-0,42071	-0,18480	-0,05409	-0,00135
	ε, %	1,856E-01	7,593E-03	7,913E-06	1,521E-07	2,341E-06
Точное значение	$d^2z/dydx$	-9,23077	-0,42067	-0,18480	-0,05409	-0,00135

На рис. 4 показаны исследуемые точки на поверхности эллипсоида, а также узлы интерполяции при интерполяционном процессе по сечениям. Всего 13 узлов интерполяции, с равномерным разбиением сечения. Исследуемые точки те же, что и в примере «полной» интерполяции.

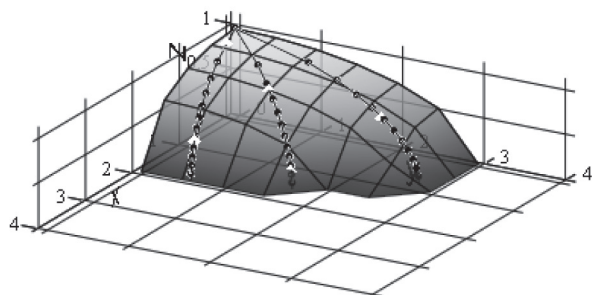


Рис. 4. Исследуемые точки сеточной функции на поверхности эллипсоида (показаны белым) и узлы интерполяции по сечению (показаны черным)

В табл. 11 приведены результаты интерполяции сеточной функции по сечениям, ее производных и их относительная погрешность вычисления в исследуемых точках на поверхности эллипсоида, использовалось 13 узлов интерполяции по каждому сечению.

Таблица 11

Результаты интерполяции сеточной функции и ее производных в исследуемых точках поверхности эллипсоида по сечениям, относительная погрешность вычислений

№ п. п точки	1	2	3	4	5
z прибл., $k = 4$	0,20000	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
z точн.	0,20000	0,40000	0,60000	0,80000	0,98000
ε, %	3,463E-05	1,904E-11	1,363E-06	5,802E-07	1,320E-07
dz/dx прибл., $k = 6$	-2,03810	-1,12340	-0,27358	-0,31202	-0,09956
dz/dx точн.	-2,03810	-1,12340	-0,27358	-0,31202	-0,09956
ε, %	3,255E-06	5,273E-11	3,130E-08	3,334E-09	1,546E-09
dz/dy прибл., $k = 6$	-0,90582	-0,14979	-0,40530	-0,13868	-0,01327
dz/dy точн.	-0,90582	-0,14979	-0,40530	-0,13868	-0,01327
ε, %	3,474E-05	2,335E-11	7,638E-07	7,870E-08	7,935E-07
d^2z/dx^2 прибл., $k = 8$	-22,01923	-3,78005	-0,54141	-0,43419	-0,26522
d^2z/dx^2 точн.	-22,01923	-3,78005	-0,54141	-0,43419	-0,26522
ε, %	7,468E-09	6,264E-06	2,330E-07	1,945E-09	2,323E-11
$d^2z/dxdy$ прибл., $k = 8$	-9,23077	-0,42067	-0,18480	-0,05409	-0,00135
$d^2z/dxdy$ точн.	-9,23077	-0,42067	-0,18480	-0,05409	-0,00135
ε, %	5,788E-05	9,081E-09	6,820E-06	2,742E-08	4,068E-07
d^2z/dy^2 прибл., $k = 8$	-4,65812	-0,33387	-0,45896	-0,16293	-0,11356
d^2z/dy^2 точн.	-4,65812	-0,33387	-0,45896	-0,16293	-0,11356
ε, %	3,610E-05	4,463E-10	3,261E-05	4,823E-07	2,382E-06

Выводы

Приведенные в статье новые результаты по интерполяции сеточных функций двух переменных, а также их производных до $(k-1)$ -порядка, позволили построить впервые не по сечениям тел, а в целом для поверхности сложной формы аналитические структуры идентификации форм и сложных поверхностей тел по данным, заданным в дискретной форме, для сеточной функции двух переменных и их производных. Региональный подход при решении обратных задач дифференциальной

геометрии открывает новые качественные возможности решения сложных актуальных обратных геометрических задач теплопроводности, гидродинамики, механики твердого деформируемого тела и других не менее сложных и важных с научно-технической точки зрения задач.

Выражаю большую благодарность моему аспиранту Кобринович Ю. О., за проделанную научно-техническую работу по созданию программных средств и реализацию на их основе новых подходов к региональному управлению образованию форм и сложных поверхностей тел.

 Литература

1. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики [Текст] / Г. И. Марчук. — М.: Наука, 1977. — 456 с.
2. Перспективы развития информационно-аналитических средств в задачах сбора и генерации справочных данных [Электронный ресурс] / В. Ю. Зицерман, Г. А. Кобзев, Л. Р. Фокин // Инст. высоких температур РАН — Режим доступа: \www/ URL: http://thermophysics.ru/pdf_doc/2003-12-29-001.pdf — 19.07.2011. — Загл. с экрана.
3. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения [Текст] / В. Л. Рвачев. — Киев: Наук. думка, 1982. — 552 с.
4. Слесаренко А. П. Идентификация нелинейной нестационарной зависимости мощности источника энергии от температуры на базе вариационно-структурного и проекционного методов [Текст] / А. П. Слесаренко, Н. А. Сафонов // Проблемы машиностроения. — 2010. — Т. 13, № 6. — С. 58–63.
5. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко // Вост.-Европейский Журнал Передовых Технологий. — 2011. — № 3/4(51). — С. 41–46.
6. Чисельна реалізація задачі відновлення поверхні 3D тіла [Текст] / О. М. Литвин, Л. С. Лобанова, Ю. И. Першина и др. // Пробл. Машиностроения — 2011. — Т. 14, № 1. — С. 52–56.
7. Литвин О. Н. Оптимизация математической модели поверхности трехмерного тела [Текст] / О. Н. Литвин, В. А. Пасечник // Кибернетика и систем. Анализ. — 2006. — № 1. — С. 103–112.

В номере 3/4(51)2011, с. 41–46 в статье «S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов» автор А. П. Слесаренко, автором были допущены ошибки:

Написано:

«Для того чтобы $\rho(\Gamma, \Gamma_0) \leq \varepsilon$ необходимо а и k выбрать из уравнения: $-2 \log_a(2 - \sqrt[k]{2}) = \varepsilon$, при этом получаем $k = \ln 2 \cdot (\ln(2 - a^{-0.5\varepsilon}))^{-1}$; отсюда следует, что при $\varepsilon \rightarrow \infty$ $k \rightarrow \infty$.»

Правильно:

«Для того чтобы $\rho(\Gamma, \Gamma_0) \leq \varepsilon$ необходимо а и k выбрать из уравнения: $-2 \log_a(2 - \sqrt[k]{2}) = \varepsilon$, при этом получаем $k = \ln 2 \cdot (\ln(2 - a^{-0.5\varepsilon}))^{-1}$; отсюда следует, что при $\varepsilon \rightarrow 0$, $k \rightarrow \infty$.»

Написано:

«Операция дизъюнкции с помощью S-функций:

$$f_1 \sqrt[k]{f_2} = \omega_{\nu} = -2 - a^{f_1+f_2} + a^{f_1} + a^{f_2} + \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a^{k \cdot f_1} + a^{k \cdot f_2}};$$

где $a > 1$.»

Правильно:

«Операция дизъюнкции с помощью S-функций:

$$f_1 \sqrt[k]{f_2} = \omega_{\nu} = -2 - a^{(f_1+f_2)0.5} + a^{f_1} + a^{f_2} + \sqrt[k]{a^{k \cdot f_1} + a^{k \cdot f_2}};$$

где $a > 1$.»