

УДК 615-65

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА БОКСА В ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А. Г. Данилкович

Доктор технических наук, профессор

Кафедра технологии кожи и меха

Киевский национальный университет технологий и

дизайна

ул. Немировича-Данченка, 2, г. Киев, Украина, 01011

E-mail: ag101@ukr.net

С. В. Брановицкая

Кандидат экономических наук, доцент*

E-mail: sgb@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

С. Г. Бондаренко

Кандидат технических наук, доцент*

E-mail: sgb@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

О. В. Сангинова

Кандидат технических наук, доцент*

E-mail: olga.sanginova@gmail.com

*Кафедра кибернетики химико-технологических

процессов

Химико-технологический факультет

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт»

корп. 4, пр. Победы, 37, г. Киев, 03056

Розглянуто багатокритеріальну оптимізацію хромового дублення шкіряного напівфабрикату. Запропоновано критерій оптимальності у вигляді узагальненої адитивної цільової функції для оптимізації процесу. Для вирішення завдання багатокритеріальної оптимізації використаний комплексний метод Боксу, алгоритм якого покладений в основу програмного модуля. Вирішено завдання оптимізації процесу сухого хромового дублення шкіряного напівфабрикату і визначені оптимальні значення параметрів процесу дублення

Ключові слова: оптимізація, критерій оптимальності, обмеження, цільова функція, математичний опис, рівняння регресії, алгоритм, програма, дублення, шкіряний напівфабрикат

Рассмотрена многокритериальная оптимизация хромового дубления кожевенного полуфабриката. Предложен критерий оптимальности в виде обобщенной аддитивной целевой функции для оптимизации процесса. Для решения задачи многокритериальной оптимизации использован комплексный метод Бокса, алгоритм которого положен в основу программного модуля. Решена задача оптимизации процесса сухого хромового дубления кожевенного полуфабриката и определены оптимальные значения параметров процесса дубления

Ключевые слова: оптимизация, критерий оптимальности, ограничения, целевая функция, математическое описание, регрессионное уравнение, алгоритм, программа, дубление, кожевенный полуфабрикат

1. Введение

При проектировании и эксплуатации технических систем постоянно приходится решать задачи поиска наилучшего решения из некоторого множества допустимых решений. Математическая формулировка таких задач и вопросы их корректности, как правило, требуют специального рассмотрения. Трудности, прежде всего, связаны с получением описания процесса и сложностью граничных условий. При этом технологические процессы характеризуются большим числом физико-химических, теплофизических и конструктивных параметров, что существенно усложняет задачу.

К настоящему времени накоплен огромный опыт решения оптимизационных задач, как для конкретных приложений [1], так и в обобщенном виде [1, 2]. Однако ряд технологических задач требует специальной проработки. Одним из таких технологических процессов является дубление кожевенного полуфабриката, ко-

торое состоит в его структурировании растворами дубящих веществ.

В случае хромового дубления в реакции участвуют ионизированные карбоксильные группы боковых радикалов коллагеновых макромолекул и гидроксоульфатохромовые комплексы дубителя [3, 4]. Сущность процесса дубления кожевенного полуфабриката заключается в диффузии дубящих комплексов в структуру полуфабриката к активным группам коллагеновых макромолекул с последующим взаимодействием с ними.

После наполнения, жирования, крашения, выделения влаги и покрывного крашения полуфабрикат превращается в кожу с необходимыми физико-механическими и санитарно-гигиеническими свойствами.

При этом технологии дубления кожевенного полуфабриката характеризуются использованием большого расхода воды, химических реагентов, попаданием их в сточные воды и значительной длительностью

процесса [4, 5]. Указанные недостатки стараются ликвидировать как за счет усовершенствования технологического процесса с применением эффективных дубящих веществ, так и за счет оптимизации параметров дубления. Оптимизация процесса дубления кожевенного полуфабриката позволит сократить длительность процесса дубления, сократить объём отработанных технологических растворов и концентрацию в них неотработанных химических реагентов, сэкономить расход дефицитного дубителя и повысить качество кожевенного материала.

2. Анализ исследований и публикаций

Разработка ресурсосберегающих и экологически эффективных технологий в области обработки шкур крупного рогатого скота базируется преимущественно на экспериментально-статистическом подходе, а формирование обобщенного критерия оптимизации выполняется с использованием функции желательности Харрингтона [6-8]. Методы планирования эксперимента позволяют получить математическое описание процесса. Критерий оптимизации формируется с использованием функции желательности и для отыскания экстремума обычно используется метод сканирования [4, 5].

Такой подход к решению задачи многокритериальной оптимизации сопровождается сложностью в формализации критерия и требует значительного объёма вычислений.

При этом выбор направления исследования (движения к оптимуму) напрямую зависит от опытности исследователя. В работе [9] показано, что в ряде случаев неправильный выбор направления движения исследователем не приводит к оптимуму.

При этом хорошие результаты при решении задач оптимизации дает использование комплексного метода Бокса [2].

Метод позволяет существенно упростить процедуру получения целевой функции, а также учитывать как линейные, так и нелинейные ограничения на параметры. Немаловажным моментом является и хорошая программируемость метода.

3. Постановка задачи

В данной работе решена задача оптимизации хромового дубления кожевенного полуфабриката, полученного из шкур крупного рогатого скота, с использованием комплексного метода Бокса.

4. Результаты исследований

Важным моментом при решении задач многокритериальной оптимизации является правильное формирование критерия оптимальности. В общем виде задача многокритериальной оптимизации формулируется следующим образом. Качество объекта оптимизации оценивается вектор-функцией

$$f(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x})), \quad (1)$$

компоненты которой $f_i(\bar{x})$ ($i=1,2,\dots,k$) – заданные функции вектора $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. На переменные x_i ($i=1, n$), как правило, накладываются линейные либо нелинейные ограничения. Вектор \bar{x} , таким образом, принадлежит множеству X его возможных значений.

Требуется найти такую точку $\bar{x}^* \in X$, которая обеспечит оптимальное значение функций $f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_k(\bar{x})$.

Критерии $f_i(\bar{x})$ ($i=1, k$), как правило, имеют различную физическую природу, и, соответственно, разную размерность.

Поэтому в многоцелевой оптимизации используют нормирование локальных критериев, с помощью которого вместо «натурального» критерия рассматривается его отношение к некоторой нормирующей величине, которая изменяется в тех же единицах, что и сам критерий [2, 11].

В результате такой операции все критерии $f_i(\bar{x})$ ($i=1, k$) будут безразмерными величинами.

В данной работе безразмерные критерии $f_i(\bar{x})$ определялись по формуле:

$$f_i^*(\bar{x}) = \frac{f_i(\bar{x})}{f_{i\max}(\bar{x}) - f_{i\min}(\bar{x})}, \quad (2)$$

где $f_i(\bar{x})$ – «натуральное» значение i -го критерия.

Для решения задачи многокритериальной оптимизации процесса дубления кожевенного полуфабриката в приведенной постановке был использован следующий способ построения обобщенного критерия оптимальности:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(\bar{x}), \quad (3)$$

где α_i – весовые коэффициенты, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$. Как правило, α_i определяются на основе экспертных оценок [2, 4].

Для решения задачи многокритериальной оптимизации (1) – (3) был использован комплексный метод Бокса.

Выбор комплексного метода Бокса для решения задачи оптимизации обусловлен его простотой, надежностью работы и удобством для программирования.

Он хорошо зарекомендовал себя для решения различных задач нелинейного программирования. Метод на каждом шаге использует информацию только о значениях целевой функции и функции ограничений задачи.

Решение задачи оптимизации:

Пусть требуется минимизировать функцию $f(\bar{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ определяется явными ограничениями:

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

а также неявными ограничениями

$$q_i(\bar{x}) \leq b_i \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (5)$$

в соответствии с комплексным методом Бокса предполагается следующий алгоритм (рис. 1).

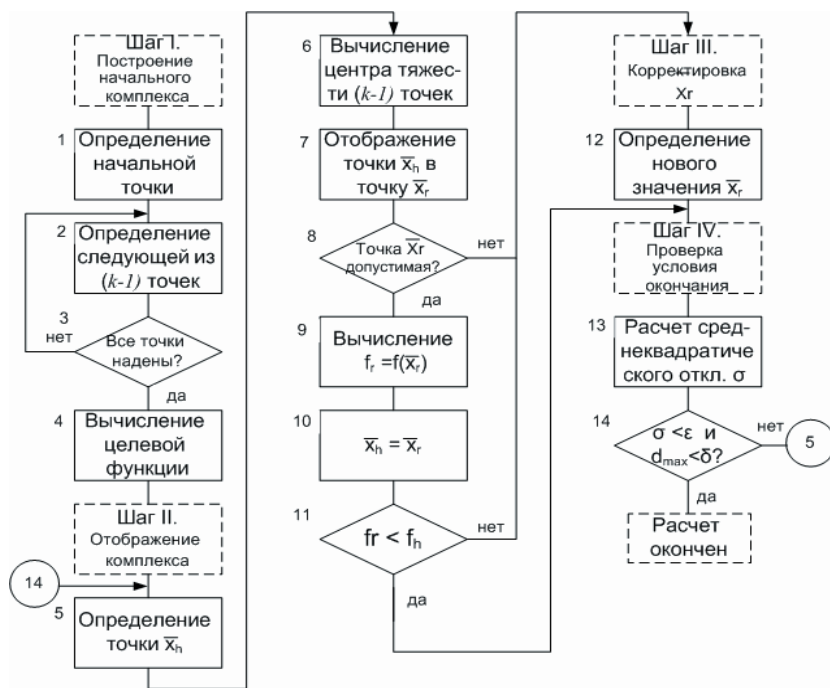


Рис. 1. Алгоритм метода комплексов

Первый шаг предполагает построение начального комплекса, состоящего из $k = 2n$ допустимых точек. Допустимой является точка, удовлетворяющая условиям (4) и (5). Комплексом называют выпуклый многогранник, содержащий в n -мерном пространстве больше, чем $n + 1$ вершину. Рекомендуемое число вершин в методе Бокса $k = 2n$.

Начальную допустимую точку $\bar{x}_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$ начального комплекса можно задать, если это возможно, либо воспользоваться формулой

$$x_{ij} = l_j + r_j(u_j - l_j), \quad (i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

где r_j – случайные числа, равномерно распределенные на интервале (0; 1).

Полученная таким образом точка проверяется на допустимость вычислением функций $q_i(\bar{x})$, входящих в ограничения (5). Процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдена точка, удовлетворяющая всем ограничениям задачи.

Координаты следующих $(k - 1)$ точек определяются по (6). Если x_i – недопустимая точка, то она смещается на половину расстояния к центру тяжести уже принятых точек, т.е. формируется точка

$$\bar{x}_i^{новая} = \frac{\bar{x}_i + \bar{x}_c}{2}, \quad (7)$$

$$\bar{x}_c = \frac{1}{i-1} \sum_{p=1}^{i-1} \bar{x}_p \quad (8)$$

(при $i = 2$ принимаем $\bar{x}_c = \bar{x}_1$).

Если полученная по формуле (7) точка не является допустимой, то находим новую точку по той же формуле. Эту процедуру следует повторять до тех пор, пока \bar{x}_i не станет допустимой. Если же \bar{x}_i – допустимая точка, то проверяем, все ли точки начального комплекса найдены. Если $i < k$, то определяем

следующую точку по (6), но уже для $i = i + 1$; если $i = k = 2n$, т.е. найдены все точки, то вычисляем $f_1 = f(\bar{x}_1)$, $f_2 = f(\bar{x}_2), \dots, f_k = f(\bar{x}_k)$.

Второй шаг рассматриваемого алгоритма – отображение комплекса. Вначале находим точку \bar{x}_h с наибольшим значением функции $f(\bar{x})$, т.е. $f_h = f(\bar{x}_h) = \max\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$.

Далее находим центр тяжести $(k - 1)$ точки (кроме точки \bar{x}_h)

$$\bar{x}_c = \frac{1}{k-1} \left[\sum_{p=1}^k \bar{x}_p - \bar{x}_h \right]. \quad (9)$$

Отображаем точку \bar{x}_h относительно точки \bar{x}_c в точку \bar{x}_r , пользуясь (10):

$$\bar{x}_r = \bar{x}_c + \alpha(\bar{x}_c - \bar{x}_h), \quad (10)$$

где α – коэффициент отображения ($\alpha > 1$). По мнению Бокса, $\alpha = 1,3$.

Проверяем, является ли точка \bar{x}_r допустимой. Если \bar{x}_r – допустимая точка, вычисляем $f_r = f(\bar{x}_r)$ и сравниваем с f_h . Если $f_r < f_h$, то заменяем точку \bar{x}_h на \bar{x}_r и точки комплекса упорядочивают, после чего переходим к шагу 4. Если $f_r > f_h$, т.е. «хуже» полученного ранее наибольшего значения, то точка \bar{x}_r смещается к центру тяжести \bar{x}_c на половину расстояния между ними

$$\bar{x}_r^{новая} = \frac{\bar{x}_r + \bar{x}_c}{2}. \quad (11)$$

После этого снова проверяем, является ли точка \bar{x}_r допустимой. Если \bar{x}_r – недопустимая точка, переходим к шагу 3.

На третьем шаге проводят корректировку для обеспечения допустимости. Если $x_{ij} < l_j$, принимаем $x_{ij} \approx l_j$; если $x_{ij} > u_j$, принимаем $x_{ij} \approx u_j$. Если не выполняются ограничения на функцию $q_i(\bar{x})$, то вычисляем новое значение $\bar{x}_i^{новая}$ по (11), после чего снова осуществляется проверка на допустимость. Третий шаг повторяют до тех пор, пока точка \bar{x}_r не станет допустимой.

Шаг 4 предусматривает проверку условия окончания вычислений. Следует вычислить две величины:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (f_i - \bar{f})^2}{k-1}},$$

$$\text{где } \bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{k}$$

и d_{max} – максимальное расстояние между двумя точками комплекса.

Если $\sigma < \epsilon$ и $d_{max} < \delta$, то поиск завершается; иначе переходим к шагу 2.

Описанный алгоритм был положен в основу программного модуля, который реализован с помощью

объектно-ориентированного языка программирования Visual Basic for Application.

Разработанный программный модуль использован для поиска оптимальных значений обобщенной целевой функции.

Задача определения оптимального состава трехкомпонентной смеси, используемой при дублении кожевенного полуфабриката, рассматривалась как задача нелинейного программирования. Главное окно программы представлено на рис. 2 и предусматривает визуализацию как исходных данных, так и результатов расчета. При разработке программного модуля предусмотрена возможность работы с явными и неявными ограничениями.

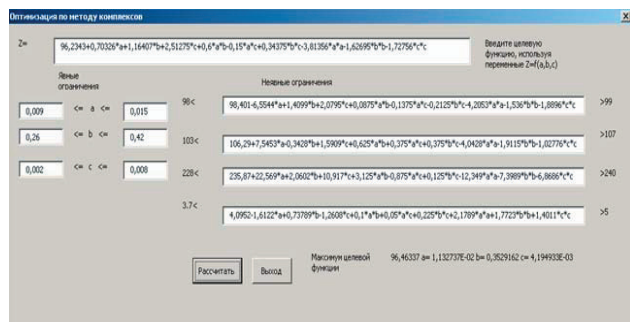


Рис. 2. Главное окно программного модуля

Основные выходные переменные, которые характеризуют как исследуемый процесс, так и производственное качество готовой продукции и влияют на ее себестоимость, в данном исследовании являются параметрами оптимизации.

Рассматриваемая малоотходная технология дубления кожевенного полуфабриката [10] предусматривает использование сухого хромового дубителя (СХД) ТУ 2141-033-541386-2003. В качестве выходных переменных исследуемого процесса по технологическим и экологическим соображениям считают: поглощение СХД полуфабрикатом в процессе дубления y_1 (% Cr_2O_3 начального количества); температура гидротермической стойкости y_2 (°C); объемный выход y_3 (см³/100 г белкового вещества); уменьшение площади полуфабриката относительно площади золёного полуфабриката – y_4 (%). Соответственно, факторами, существенно влияющими на процесс хромового дубления являются: расход СХД x_1 (% Cr_2O_3 массы золёного полуфабриката), основность СХД x_2 (%) и расход электролитостойкой жировой эмульсии x_3 (% массы золёного полуфабриката). Фактор основность СХД показывает соотношение связанных с ионами хрома (III) гидроксильных групп к степени его окисления (определяет степень связывания дубителя).

Математическое описание процесса дубления получено на основе композиционного ротатабельного плана Бокса-Хантера 2 порядка с 6 нулевыми точками в центре плана и представлено четырьмя регрессионными уравнениями [10]:

$$y_1 = 98,401 - 6,5544x_1 + 1,4099x_2 + 2,0795x_3 + 0,0875x_1x_2 - 0,1375x_1x_3 - 0,2125x_2x_3 - 4,2053x_1^2 - 1,536x_2^2 - 1,8896x_3^2$$

$$y_2 = 106,26 + 7,5453x_1 - 0,3428x_2 + 1,5909x_3 + 0,625x_1x_2 + 0,375x_1x_3 + 0,375x_2x_3 - 4,0328x_1^2 - 1,9115x_2^2 - 1,0276x_3^2$$

$$y_3 = 235,87 + 22,569x_1 - 2,0602x_2 + 10,917x_3 + 3,125x_1x_2 - 0,875x_1x_3 + 0,125x_2x_3 - 12,349x_1^2 - 7,3989x_2^2 - 6,8686x_3^2$$

$$y_4 = -4,0952 + 1,6122x_1 - 0,73789x_2 + 1,2608x_3 - 0,1x_1x_2 - 0,05x_1x_3 - 0,225x_2x_3 - 2,1789x_1^2 - 1,7723x_2^2 - 1,4011x_3^2$$

Ограничения выбраны в соответствии с технологическими соображениями [4]:

$$\begin{aligned} 0,9 < x_1 < 1,5 & \quad 98 < y_1 < 99 \\ 26 < x_2 < 42 & \quad 103 < y_2 < 107 \\ 0,2 < x_3 < 0,8 & \quad 228 < y_3 < 240 \\ & \quad 3,7 < y_4 < 5,0 \end{aligned}$$

Исходя из технологических и экономических требований процесса, выходные величины y_1, y_2, y_3 максимизировали, а величина y_4 минимизировалась. Обобщенная целевая функция получена по (3).

Весовые коэффициенты функции α_i в соответствии с экспертными оценками варьировались на 12 уровнях, представленных в табл. 1. Вид целевой функции для первого случая ($\alpha_1 = 0,4$; $\alpha_2 = 0,1$; $\alpha_3 = 0,15$; $\alpha_4 = 0,35$):

$$f(\bar{x}) = 86,80022 - 2,5851x_1 + 0,7969x_2 + 0,6686x_3 + 0,1166x_1x_2 + 0,0669x_1x_3 + 0,1565x_2x_3 + 2,0136x_1^2 - 0,2775x_2^2 - 0,4902x_3^2$$

Обобщенная целевая функция максимизировалась.

Таблица 1

Весовые коэффициенты целевой функции

№	Весовые коэффициенты			
	α_1	α_2	α_3	α_4
1	0,4	0,1	0,15	0,35
2	0,45	0,1	0,15	0,3
3	0,5	0,1	0,15	0,25
4	0,6	0,1	0,15	0,15
5	0,4	0,1	0,1	0,4
6	0,5	0,1	0,1	0,3
7	0,55	0,1	0,1	0,25
8	0,6	0,1	0,1	0,2
9	0,5	0,05	0,2	0,25
10	0,5	0,1	0,15	0,25
11	0,5	0,15	0,1	0,25
12	0,5	0,2	0,05	0,25

Соответственно, получены оптимальные значения факторов и выходных переменных, удовлетворяющие условиям. Результаты расчетов представлены в табл. 2. Значения обобщенной целевой функции приведены в последней колонке.

Таблица 2

Расчетные значения обобщенной целевой функции

№	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	$f(\bar{x})$
1	0,947	42,00	0,800	98,6759	105,896	235,7424	4,69384	87,06799
2	1,270	42,00	0,305	98,6448	105,913	235,7646	4,69463	91,76088
3	0,900	41,76	0,800	98,6787	105,897	235,7411	4,68925	96,48071
4	1,308	38,89	0,422	98,6394	105,976	235,9075	4,62501	105,8661
5	1,276	42,00	0,200	98,6423	105,911	235,7547	4,69574	75,49024
6	1,374	42,00	0,651	98,6447	105,927	235,827	4,68905	84,90012
7	1,024	42,00	0,312	98,6612	105,894	235,7076	4,69827	89,61318
8	0,900	42,00	0,800	98,6790	105,893	235,7313	4,69456	94,25336
9	1,256	41,49	0,800	98,6548	105,930	235,8361	4,67786	102,9501
10	1,118	41,17	0,520	98,6580	105,921	235,7859	4,67609	96,46881
11	0,923	36,98	0,658	98,6648	105,985	235,9099	4,58836	89,97634
12	1,373	42,00	0,357	98,6390	105,922	235,7947	4,69246	83,50044

Таким образом, в результате проведенных расчетов получены оптимальные значения параметров

процесса хромового дубления кожевенного полуфабриката и соответствующие им значения целевой функции.

Как видно из приведенной таблицы, максимальные значения целевой функции 102,95 и 105,86 получены соответственно в 9 и 4 строках табл. 2. Эти значения соответствуют определенным весовым коэффициентам целевой функции (табл. 1). Можно предполагать, что при таких весовых коэффициентах в целевой функции выбранный критерий оптимальности наилучшим образом описывает поставленную задачу.

При этом наилучшими значениями параметров процесса будут: $x_1 = 1,308$; $x_2 = 38,89$; $x_3 = 0,422$; $y_1 = 98,639$; $y_2 = 105,976$; $y_3 = 235,908$; $y_4 = 4,625$.

Как видно, поиск экстремума функции не зависит от опыта исследователя.

5. Выводы

Предложен критерий оптимальности, в виде обобщенной целевой функции для оптимизации процесса хромового дубления кожевенного полуфабриката. В соответствии с выбранным критерием определены оптимальные значения параметров процесса дубления.

Предложенный критерий может быть использован для оптимизации аналогичных технологических процессов.

Литература

1. Островский, Г. М. Оптимизация химико-технологических процессов. Теория и практика [Текст] / Г. М. Островский, Т. А. Бережинский. – М.: Химия, 1984. – 240 с.
2. Банди, Б. Методы оптимизации. Вводный курс [Текст] Перевод с англ. / Б. Банди. – М.: Радио и связь, 1988. – 129 с.
3. Данилкович, А. Г. Особливості взаємодії гідроксульфатохромових комплексів з колагеном / А. Г. Данилкович // Вісник КДУТД. – 2001. – № 1. – С. 151-153.
4. Інноваційні технології виробництва шкіряних і хутрових матеріалів та виробів: монографія / А. Г. Данилкович, І. М. Грищенко, В. І. Ліщук [та ін.]; за ред. А. Г. Данилковича. – К.: Фенікс, 2012. – 344 с.
5. Екологічно орієнтовані технології виробництва шкіряних та хутрових матеріалів для створення конкурентоспроможних товарів [у 2 ч.]: монографія, Ч. I / А. Г. Данилкович, В. І. Ліщук, В. П. Плавач, Е. Є. Касьян, О. Г. Жигонський; за ред. А. Г. Данилковича. – К.: Фенікс, 2011. – 437, [3] с.
6. Данилкович, А. Г. Оптимизация композиции для гидрофобизации эластичных материалов // А. Г. Данилкович, Н. В. Омельченко, А. М. Шахновский // Вісник ХНУ. – 2012. – № 1. – С. 74-78.
7. Ліщук, В. І. Використання багатокритеріальної оптимізації для пошуку компромісної області процесу зоління / В. І. Ліщук, Т. Г. Войцеховська, А. Г. Данилкович // Легка промисловість. – 2007. – № 1. – С. 37-39.
8. Данилкович, А. Г. Підвищення якості вторинного покриття шляхом оптимізації покривної композиції / А. Г. Данилкович, А. С. Браїлко, Н. В. Омельченко // Вісник ХНУ. – 2010. – № 3. – с. 129-134.
9. Данилкович, А. Г. Основы научных исследований в высшем учебном заведении (на украинском языке) [Текст] / А. Г. Данилкович – К.: КНУТД, 2010. – 296 с.
10. Данилкович, А. Г. Розробка технології сухого дублення недвоєної голини та її багатокритеріальна оптимізація / А. Г. Данилкович, А. Г. Петрань // Вісник Державної акад. легкої пром-ті України. – 1999. – № 2. – С. 170-173.
11. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование [Текст] / Д. Химмельблау. – М.: Мир, 1975. – 534 с.