УДК 28.17.19

МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ЛИКВИДАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОТОКА АВАРИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА РАБОТОСПОСОБНОСТЬ ОПЕРАТОРА

И. В. Науменко
Кандидат технических наук, доцент*
E-mail: naum@kture.kharkov.ua
Аль-Азави Рази Джабур
Аспірант*
E-mail: razijabur@gmail.com
Альрефаи Валид Ахмед
Аспірант*
E-mail: wamralal@yahoo.com
*Кафедра прикладной математики
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

Робота присвячена моделюванню багатостадійного процесу відновлення об'єкта довільної природи при нестаціонарному пуассонівському потоці подій-аварій і експоненційної інтенсивності відновлювальних робіт. Розглядається марківське наближення цього процесу. Він проходить фіксовану кінцеву послідовність етапів - станів і описаний рівняннями Колмогорова для ймовірностей цих станів. Розглянуто випадки як ергодичної, так і поглинаючих ланцюгів з безперервним часом

Ключові слова: ланцюг Маркова, диференціальні рівняння Колмогорова, максимальна ентропія, ергодичний, катастрофа

Работа посвящена моделированию многостадийного процесса восстановления объекта произвольной природы при нестационарном пуассоновском потоке событий-аварий и экспоненциальной интенсивности восстановительных работ. Рассматривается марковское приближение этого процесса. Он проходит фиксированную конечную последовательность этапов – состояний и описан уравнениями Колмогорова для вероятностей этих состояний. Рассмотрены случаи как эргодических, так и поглощающих цепей с непрерывным временем

Ключевые слова: цепь Маркова, дифференциальные уравнения Колмогорова, максимальная энтропия, эргодический, катастрофа

1. Введение

Рассматривается актуальная с точки зрения безопасности жизнедеятельности проблема моделирования процесса восстановления объекта силами специальной подсистемы, включающей человека-оператора. Общий подход к математическому моделированию систем «Человек-Машина-Среда» описан в работе [1]. Настоящая работа является развитием [2], где подобная задача была рассмотрена впервые.

Содержательное описание объекта моделирования и неформальная постановка задачи достаточно очевидна и была опубликована в предыдущих работах авторов [3, 4, 5]. В качестве входного воздействия, инициирующего отклик системы, рассматривается нестационарная последовательность аварий или катастроф (далее - "события"). Ликвидация аварий происходит в результате фиксированной последовательности мероприятий. Время, затраченное на каждый этап, случайно. В процессе ликвидации аварии работоспособность оператора может ухудшаться случайным образом от этапа к этапу. Восстановление работоспособности оператора в процессе ликвидации аварии не происходит. Целью данной работы является оценка динамических и стационарных (предельных) вероятностей для всех возможных состояний системы, которая имеет многоступенчатую подсистему восстановления, включающую человека.

2. Математическое описание и модель объекта

Рассмотрим систему, принимающую состояния Si из конечного (i=0..n) множества в строго определенной последовательности с заданными интенсивностями (плотностями вероятностей) переходов $\lambda_i(t)$ и μ_i. Они могут быть как постоянными, так и заданными функциями времени. Отметим, что хотя текущая интенсивность аварий может зависеть от предыстории, в данной работе рассматриваются только марковские системы. Последовательность состояний начинается с S_0 – штатного состояния объекта, может ветвиться в каждом S_i и возвращаться в S_0. Модель является обобщением процесса «размножения и гибели», и приспособлена для систем с переменными интенсивностями. Где это возможно, имеет смысл получить решения в аналитическом виде, а также формулы для предельных (стационарных) решений. Продуктивность такого подхода подтверждается тем, что формулы типа Эрланга для переменного времени обслуживания доказаны и применяются уже полвека [6]. Соответствующий математический аппарат впервые систематически изложен в работе А.Я. Хинчина [7], и получил дальнейшее развитие в теории массового обслуживания [8]. Результатом моделирования является вектор $P(S_i, t)$ вероятностей состояний и его предельное значение Pi, соответствующее стационарному состоянию системы в целом.

Для частного случая, при n=3 и отсутствии ветвления, т.е. различий работоспособности оператора, на рис. 1 представлен граф состояний, и по нему, стандартным образом, построена система (1) дифференциальных уравнений Колмогорова, с учетом условия ∑Pi=1.

$$\begin{aligned} &P_0' = -\lambda P_0 + \mu_1 P_1, \\ &P_1' = \mu_2 P_2 - (\lambda + \mu_1) P_1, \\ &P_2' = \mu_3 P_3 - (\lambda + \mu_2) P_2, \\ &P_3' = \lambda P_0 + \lambda P_1 + \lambda P_2 - \mu_3 P_3. \end{aligned} \tag{1}$$

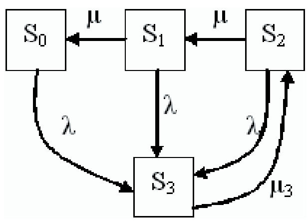

Рис. 1. Размеченный граф состояний

3. Решения уравнений Колмогорова

Известно [7], что предельные при t→ ∞ вероятности существуют и совпадают со стационаром системы (1). Легко получаем устойчивое стационарное решение системы (1):

$$P_3 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu_3}; \; P_2 = \frac{\lambda\mu_3}{(\lambda+\mu_3)(\lambda+\mu_2)};$$

$$P_1 = \frac{\lambda\mu_3\mu_2}{(\lambda+\mu_3)(\lambda+\mu_2)(\lambda+\mu_1)};$$

$$P_0 = \frac{\lambda\mu_3\mu_2\mu_1}{(\lambda+\mu_3)(\lambda+\mu_2)(\lambda+\mu_1)\lambda}. \tag{2}$$

Уравнения системы (1) легко обобщить на произвольное число состояний n и переменную интенсивность событий $\lambda(t)$ для нестационарного Пуассоновского потока аварий.

Формулы (2) также легко записать для произвольного n, однако они не могут быть использованы для переменного $\lambda(t)$.

Соответствующая общему случаю неавтономная система имеет матричный вид:

$$P'(t) = A(t) \times P(t) + F(t), \tag{3}$$

где $\mathbf{F}^T = (0,...,\lambda(t))$, $\mathbf{P}^T = (P_0, P_1, ..., P_n)$, при условии нормировки ∑Pi=1.

Матрица (4) системы (1) двудиагональная, с отрицательными собственными значениями, из которых наименьшее по модулю – λ.

$$A = \begin{pmatrix} -\lambda & \mu_1 & ...0 & 0 \\ 0 & -(\lambda+\mu_1) & \mu_2 & ..0 \\ .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0.. & -(\lambda+\mu_n) \end{pmatrix}. \tag{4}$$

4. Обобщение на нестационарный поток событий-катастроф

Используем эмпирическую формулу для интенсивности катастроф:

$$\lambda(t) = \lambda_0 + bte^{\frac{-t}{a}}, \tag{5}$$

график которой представлен на рис. 2. Она хорошо описывает «мульти-шоковый» характер катастроф – высокая интенсивность и частота в начале, а потом резкий спад.

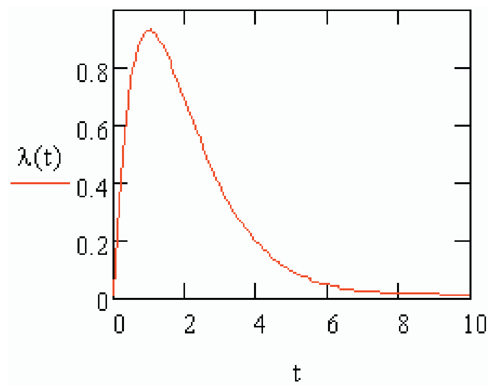

Рис. 2. «Мульти-шоковый» характер катастроф

Отметим, что начало координат не может быть стационаром системы (1), поскольку не удовлетворяет условию нормировки для вероятностей. Формальная подстановка в (1) P′= 0 также неправомерна и дает парадоксальный результат, поскольку система не автономна:

$$P_0 = \frac{\mu_1.P_1}{\lambda(t)}, \; P_1 = \frac{\mu_2.P_2}{\mu_1+\lambda(t)}, \; P_2 = \frac{\mu_3.P_3}{\mu_2+\lambda(t)}, \; P_3 = \frac{\lambda(t)}{\mu_3+\lambda(t)}.$$

Величины P_i, хотя и удовлетворяют условиям нормировки, являются функциями времени. Это – не стационар, и может быть использован лишь в пределе, когда $\lambda(t)\to\lambda_0$ На рис. 3 приведены характерные графики решений для реального случая, когда отношение средних времен аварии и ее ликвидации $\alpha = (1/\lambda)/(1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3)$ =6.3, а средняя общая длительность процесса $\tau = (1/\lambda) + (1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3) =$ 115.8. Из рис. 3 видно, что устанавливаемость процесса очень медленная ($t \cong 40$).

Стационарные вероятности определены свободным членом F(t) в уравнении (3). Действительно, в однородном уравнении с матрицей A, соответствующем (3) представим $A = A_0 + A_1(t)$, используя представление (5) для $\lambda(t)$. Очевидно, матрица A_0 асимптотически устойчива, $\int_0^\infty \| A(t) \| dt < \infty$. Используя неравенство Гронуолла-Беллмана [9], несложно доказать [10], что матрица A системы (3) также асимптотически устойчива, а значит ее собственные движения быстро затухают. Отметим, что наличие одинаковых интенсивностей μ приводит к кратным собственным числам в (4), что замедляет установление процесса.

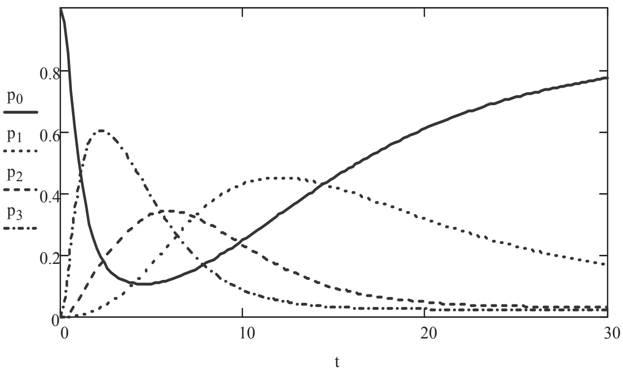

Рис. 3. Решения уравнений (1) Колмогорова с $\lambda(t)$ из (5)

5. Обобщение на случай изменения состояний работоспособности оператора

Далее рассмотрим случай, когда в процессе выполнения операций человек теряет работоспособность: частично (состояния S_b) или полностью (поглощающее состояние S_A).Здесь b и A – соответствующие ранее определенные в [3] вероятности. При повторении аварии частично восстановленная система из состояний S_2 возвращается в S_1 или переходит в S_A. Размеченный граф состояний приведен на рис. 4.

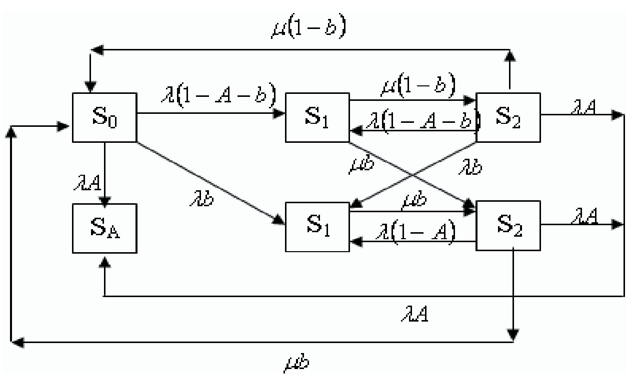

Рис. 4. Случай трех состояний работоспособности оператора

Построим уравнения Колмогорова, добавив условие нормировки

$$P_A + P_0 + P_1 + P_2 + P_{1b} + P_{2b} = 1\,,$$

$$P_A' = \lambda A(P_0 + P_2 + P_{2b})\,,$$

$$P'_0 = \mu(1-b)P_2 + \mu b P_{2b} - \lambda A p P_0 - \lambda(1-A-b)P_0 - \lambda b P_0\,,$$

$$p_1' = \lambda(1-A-b)p_0 + \lambda(1-A-b)p_2 - \mu(1-b)p_1 - \mu b p_1\,,$$

$$p_{1b}' = \lambda b p_0 + \lambda b p_2 + \lambda(1-A)p_{2b} - \mu b p_{1b}\,, \qquad (6)$$

$$p_2' = \mu(1-b)p_1 - \lambda(1-A-b)p_2 - \lambda b p_2 - \lambda A p_2 - \mu(1-b)p_2\,,$$

$$p_{2b}' = \mu b p_1 + \mu b p_{1b} - \lambda(1-A)p_{2b} - \lambda A p_{2b} - \mu b p_{2b}\,.$$

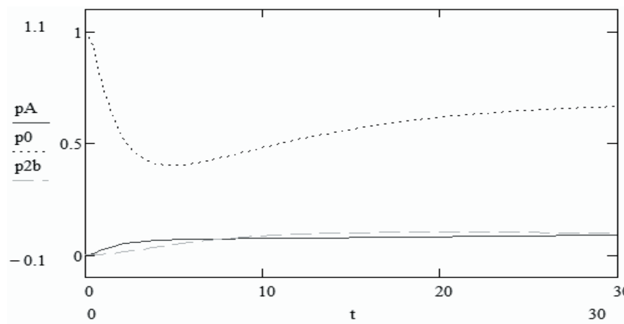

Рис. 5. Временная зависимость вероятностей состояний и выход на стационар

Решения уравнений (6), приведенные на рис. 5 показывают, что и в этом случае процесс устанавливается, хотя и медленно (за 50% τ), несмотря на наличие поглощающего состояния.

Вероятность «штатной» работы объекта P_0=68.4%; вероятности фатальной катастрофы (поглощающее состояние) и вероятность ликвидации аварии примерно одинаковы – по 10-11% при достаточно реальном выборе значений параметров: A=0.1, b=0.2, μ=0.2, $\lambda_0 = 0.01$.

6. Выводы

При высокой интенсивности катастроф и их низкой периодичности, по сравнению со скоростью их ликвидации (Чернобыль, Фукусима), $\alpha >> 1$, и стационарная модель также удовлетворительно применима.

Величина α является важной, но не единственной характеристикой опасности ситуации, поскольку случай $\lambda(t) \cong 1$, при t < 1 и $\lambda(t) << 1$, при t > 1, $\mu \cong 0$, т.е. мультикатастрофа при медленной её ликвидации, например,землетрясения,–приводиткростуфункции $\alpha(t)$ и её переходу через единицу, т.е. необходимо решать нестационарные уравнения Колмогорова.

Литература

1. Дзюндзюк, Б.В. Структуры и типы моделей систем "человек–машина–среда" [Текст] / Б.В. Дзюндзюк, И.В. Наумейко, Н.Н. Сердюк, Т.Е. Стыценко // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики - Харьков 2007 вып. 138. С. 47-50.
2. Наумейко, И.В. Марковские модели систем "человек - машина - среда" [Текст] / И.В. Наумейко, Н.Н. Сердюк // Электроника и информатика, Харьков, 2005, вып. 4.
3. Наумейко, И.В. Модели систем «Человек-Машина-Среда» с восстановлением при неклассических потоках событий [Текст] / И.В. Наумейко, Р. Дж. Аль-Азави // Восточно-Европейского журнала передовых технологий- Харьков 2013 г, № 2\10(62) ,С. 55-58.

4. Наумейко, И.В. Еще одна динамическая модель марковской системы человек-машина-среда, на которую действуют вредные факторы [Текст]/ И.В. Наумейко, Р.Дж. Аль-Азави // Харьков, Радиотехника 2013 (в печати).
5. Al-Azawi, R. J. A dynamic model of Markovian Human-Machine-Environment system that is effected by some hazard [Текст]/ R. J. Al-Azawi //Инновационный потенциал украинской науки - XXI век, Харьков апреля 2013 г, , вып. 20 (в печати).
6. Севастьянов, Б.А. Формулы Эрланга в телефонии при произвольном законе распределения длительности разговора [Текст]/ Б.А. Севастьянов// Труды III Всесоюзного математического съезда. Т.IV М.: АН СССР, 1959.
7. Хинчин, А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания [Текст]/ А. Я. Хинчин// Под редакцией Б. В. Гнеденко. – М.: Физматгиз, 1963, 236 с.
8. Ивченко, Г.И. Теория массового обслуживания [Текст]/ Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов , И.Н. Коваленко // Высшая школа, 1982, 256 с.
9. Беккенбах, Э. Неравенства [Текст]/ Э. Беккенбах, Р. Беллман. // Мир, 1965.
10. Самойленко, А.М. Дифференциальные уравнения [Текст]/ А.М. Самойленко //Высшая школа, 1989, 383 с.

УДК 519.87

FUZZY DISTANCES AND THEIR APPLICATIONS ON FUZZY SCHEDULING

Hanan A. Cheachan*
E-mail: hanan_altaai@yahoo.com
Hussam A.A. Mohammed
Department of Mathematics
College of Education for Pure Sciences
University of Karbala
Iraq - Karbala, 56001
E-mail: hussammath@yahoo.com
Faria A. Cheachan*
E-mail: faria_altaai@yahoo.com
Department of Mathematics
Univ. Sciences
University of Mustansiriya
Iraq - Bogdad, Almustansiriya, 46007

Мета даної роботи полягає в тому, щоб розробити нечітку проблему планування для того, щоб вирішити багатоцільові функції на єдиних машинних проблемах планування, коли тривалість обробки і число закінчення терміну - трикутні нечіткі числа. Ми використовуємо нечіткі поняття функції відстані, які введені за теоремою Лам і Цай

Ключові слова: нечітка проблема планування, машинне планування, методи локального пошуку, заборонений пошук

Цель данной работы состоит в том, чтобы разработать нечеткую проблему планирования для того, чтобы решить многоцелевые функции на единственных машинных проблемах планирования, когда продолжительность обработки и число истечения срока - треугольные нечеткие числа. Мы используем нечеткие понятия функции расстояния, которые введены по теореме Лам и Цай

Ключевые слова: нечеткая проблема планирования, машинное планирование, методы локального поиска, запрещенный поиск

1. Introduction

In most of cases in our life, the data obtained for decision making are only approximately known. In 1965, Zadeh [18] introduced the concept of fuzzy set theory to meet that problem. In 1978, Dubois and Prade [4] defined the fuzzy numbers as a fuzzy subset of the real line. In 1991, Kaufmann and Gupta [12], considered a distance measure of two fuzzy number combined by the interval of of fuzzy numbers. In 1997, Heilpern [9] proposed three definitions of the distance between two fuzzy numbers. Lam and Cai [13] gave a fuzzy function from measuring the distance between fuzzy number and also showed by experiments their distance function given very good approximation to the expected distance in numerous situations. The singe machine case is of great importance since there are some general problems of this type which can be solved in polynomial time. The assumption that all parameters are determined restricts the practical aspect of scheduling since, for many real-world processes the exact values of parameters are not known advance the natural approach to modeling the uncertainty is a stochastic one in which the parameters are given as random variables. Unfortunately, such an approach leads to difficult problems from the computational point of view and only some special cases can be effectively solved. The alternative approach to modeling imprecision is a fuzzy one in which the parameters are given in the form of fuzzy numbers. This approach turns out be easier than stochastic one and there are some general problems, which can be solved in polynomial time. In the recent decade there have appeared some papers dedicated