алгоритм вибору спеціалізованої комп'ютерної мережі для комп'ютерних систем об'єктів нафтогазового комплексу. Таким чином, створена методична база, яка допоможе фахівцям служб АСУ ТП підприємств здійснити вибір оптимальних рішень для конкретних технологічних ділянок.

Література

1. Сахнюк, А. А. Промышленные сети [Текст] / А. А. Сахнюк, А. М. Литвин // Передовые технологии и технические решения. – 2004. – № 2. – С. 6–8.
2. Satynarayana, S. Performance of H1 Network in Wind Turbine Generator with Foundation Fieldbus [Text] / S. Satynarayana, M. Sailaja // International Journal of Engineering Science and Technology. – 2012. – № 4(7). – P. 27–32.
3. Shu, Z. Study of Practical DNC System Based on CAN Fieldbus [Text] / Z. Shu // Journal of Dalian Jiaotong University. – 2009. – № 30(1). – P. 9–12.
4. Swider, Z. The integration of CAN and Modbus protocols in a distributed control system [Text] / Z. Swider, W. Mikluszka, D. Rzonca // PAK. – 2005. – № 1(1). – P. 21–24.
5. Chauhan, A. A. Designing of MODBUS for Continues Process Control [Text] / A. A. Chauhan, A. R. Mahajan // International Journal of Advanced Engineering Science and Technology. – 2011. – № 3(1). – P. 24–28.
6. Vaijapurkar, S. S. Implementation Strategy for Optical Fiber Modbus-TCP Based Nuclear Radiation Detection Instrument for Nuclear Emergency [Text] / S. S. Vaijapurkar, S. M. Kate // International Journal of Engineering Trends and Technology. – 2012. – № 3(3). – P. 462–465.
7. Peng, J. Application of IEEE 802.1P in Industrial Ethernet [Text] / J. Peng, Z. Shu, Q. Ying // Journal of Nanchang University Engineering & Technology. – 2009. – № 31(1). – P. 49–52.
8. Кругляк, К. В. Промышленные сети: цели и средства [Текст] / К. В. Кругляк // Современные технологии автоматизации. – 2002. – № 4.– С. 6–17.
9. Сахнюк, А. А. Межсетевое взаимодействие в промышленных сетях [Текст] / А. А. Сахнюк // Передовые технологии и технические решения. – 2004. – № 3. – С. 6–11.
10. Семенцов, Г. Н. Автоматизація процесу буріння свердловин [Текст]: навчальний посібник / Г. Н. Семенцов – Івано-Франківськ: ІФДТУНГ, 1999. – 300 с.
11. Бабчук, С. М. Класифікація промислових комп'ютерних мереж [Текст] / С. М. Бабчук // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 4/2 (40). – С. 14-17.

УДК 378.14(045)

МОДЕЛЬ НЕАДДИТИВНОЙ Н-МЕРЫ

В. А. Касьянов
Доктор технических наук, профессор
Кафедра механики
Национальный авиационный университет
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680
E-mail: Proshorenko_l@mail.ru

Запропоновано модель неаддитивної Н-міри, в якій невизначеність визначається ентропією переваг або суб'єктивних вірогідностей. Модель Н-міри добре компонується з принципом максимума ентропії Джейнса, а також з принципом максимума суб'єктивної ентропії. Пропонується використання Н-міри в задачах суб'єктивного аналізу

Ключові слова: Н-міра, суб'єктивна ентропія, принцип максимума ентропії Джейнса, принцип максимума суб'єктивної ентропії, суб'єктивний аналіз

Предложена модель неаддитивной Н-меры, в которой неопределенность определяется энтропией предпочтений или субъективных вероятностей. Модель Н-меры хорошо компонуется с принципом максимума энтропии Джейнса, а также с принципом максимума субъективной энтропии. Предлагается использование Н-меры в задачах субъективного анализа

Ключевые слова: Н-мера, субъективная энтропия, принцип максимума энтропии Джейнса, принцип максимума субъективной энтропии, субъективный анализ

1. Введение

Расширением теории σ – аддитивной или счётно-аддитивной меры [1] является теория неаддитивной меры [2-9].

Она оказалась востребованной в задачах принятия решений в условиях неопределенности, при построении моделей функционирования психики, в частности, генерирования распределения предпочтений.

Использование неаддитивной меры в субъективном анализе [10-13], который изучает генезис распределения предпочтений, является его естественным развитием.

В настоящей работе предлагается модель неаддитивной меры, в некотором смысле подобная мере Сугено [3-7, 9], но, как представляется автору, более естественная, напрямую связанная с показателем неопределённости ситуации на распределении предпочтений, а именно – с энтропией предпочтений.

Кроме того, как показано ниже, эта мера (названная Н-мерой) хорошо компонуется с принципом максимума энтропии Джейнса [14-16], сформулированным первоначально для распределений вероятности и, следовательно, в рамках теории аддитивной вероятностной меры.

Согласно [17] функция $\mu(\cdot)$ называется неаддитивной мерой, если выполнены следующие условия:

$$\mu(\varphi)=0;\mu(X)=1, \tag{1}$$

$$\mu(A)\le\mu(B) \text{ если } A\le B. \tag{2}$$

«Нижняя вероятность» определяется как функция $\mu(\cdot)$, для которой существует такая функция $0\le\rho(A)\le 1$, что $\mu(A)\le\rho(A)$ для $\forall A\in A_\sigma$, где A_σ – σ-алгебра подмножеств их Х... и «точная нижняя вероятность», для которой существует вероятностная мера ρ: $\mu(B)\le\rho(B)$ для $\forall B$ и для остальных $A\in A_\sigma$ такая, что $\mu(A)\le\rho(A)$; А+В.

Вводится также понятие верхней вероятности.

Если $A\cap B\neq\varnothing$, то рассматривается 2-монотонная мера, обладающая свойством:

$$\mu(A\cup B)\ge\mu(A)+\mu(B)-\mu(A\cap B). \tag{3}$$

Среди различных моделей неаддитивных мер часто используется мера Сугено [2, 3, 6], для которой принимаются следующие аксиомы:

$$g_\lambda(\varnothing)=0;g_\lambda(X)=1, \tag{4}$$

при $A\cap B=\varnothing$

$$g_\lambda(A\cup B)=g_\lambda(A)+g_\lambda(B)+\lambda g(A)\cdot g(B). \tag{5}$$

Фактор неаддитивности $\lambda\in[-1,+\infty)$.
Если $A\cap B\neq\varnothing$, то:

$$g_\lambda(A\cup B)=g_\lambda(A)+g_\lambda(B)+\lambda(g(A)\cdot g(B)-g_\lambda(A\cap B). \tag{6}$$

Мера, удовлетворяющая этому условию, называется также 2-моно-тонной мерой. Если $A\cup B=X$, то есть $B=\overline{A}$ и условие нормировки меры $g_\lambda(A\cup B)=g_\lambda(X)=1$, то для $g_\lambda(\overline{A})$ получаем:

$$g_\lambda(\overline{A})=\frac{1-g(A)}{1-\lambda g(A)}. \tag{7}$$

Мера $g_\lambda(\cdot)$ называется супераддитивной, если $\lambda\rangle 0$, субаддитивной, если $\lambda\langle 0$, и вероятностной, если $\lambda=0$.

Видно, что для супераддитивной меры $\forall A,B\subset X$ и $A\cap B=\varnothing, A\cup B\subset X$ выполняется неравенство:

$$g_\lambda(A\cup B)\rangle g(A)+g(B). \tag{8}$$

Если $h(x)$ - функция плотности распределения $g_\lambda(\cdot)$, то:

$$\int\limits_{(x)} h(x)dx=N_\lambda\langle 1;N_\lambda=\frac{1}{\lambda}\ln(1+\lambda). \tag{9}$$

Пусть $X=S_a$ – конечное множество альтернатив, мощности N; $\sigma_i\in S_a;i\in\overline{1,N}$. Тогда неаддитивная мера Сугено задается соотношением:

$$\frac{1}{\lambda}\left\{\prod_{i=1}^{N}(1+\lambda\pi_i)-1\right\}=1. \tag{10}$$

Здесь $\pi_i=\pi(\sigma_i)$. Мера $S_a^1\subset S_a$ есть:

$$\pi(\sigma_i\in S_a^1\big|\forall i)=\frac{1}{\lambda}\left\{\prod_{\sigma_i\in S_a}(1+\lambda\pi(\sigma_i))-1\right\}. \tag{11}$$

Соотношение (10) есть условие нормировки для меры Сугено в случае конечного S_a'. При N=2;

$$\pi_{S_a'}=\frac{\lambda}{A}\{(1+\lambda\pi_1)(1+\lambda\pi_2)-1\}=\pi_1+\pi_2+\lambda\pi_1\cdot\pi_2. \tag{12}$$

При N=3 из (10) имеем:

$$\pi_{S_a'}=\pi_1+\pi_2+\pi_3+\lambda\pi_1\pi_2+\lambda\pi_1\pi_3+\lambda\pi_2\pi_3+\lambda^2\pi_1\pi_2\pi_3. \tag{13}$$

2. Неаддитивная Н-мера

Мера Сугено представляется достаточно искусственной. Заранее не известно, как дополнительный член отражает неопределённость ситуации. С другой стороны известно, что показателем неопределённости является энтропия, в данном случаи, - энтропия предпочтений, которую удобно называть субъективной энтропией предпочтений, а соответствующий вариационный принцип – принципом максимума субъективной энтропии.

В теории нечетких множеств имеется неопределённость в выборе нечётких распределений. Теория не даёт прямых алгоритмов выбора этих распределений, который носит эвристический характер. В схеме Сугено неопределённость имеется также в выборе параметра λ.

Можно ожидать, что постулируя упомянутый выше принцип, мы вносим определённость в задачу выбора «нечёткого» распределения. При этом, однако, необходимо предложить такую модель неаддитивной меры, которая была бы совместимой в определенном смысле с принципом максимума энтропии:

$$\pi_{i.canonic}=\underset{\pi_i\in\prod}{\arg\max}\,\Phi_\pi, \tag{14}$$

где $\pi_{i.canonic}$ – каноническое распределение, функционал.

$$\Phi_\pi=-\sum_{i=1}^{N}\pi_i\ln\pi_i\pm\beta\sum_{i=1}^{N}\pi_iF_i+\gamma(\sum_{i=1}^{N}\pi_i-1). \tag{15}$$

где F_i – когнитивная функция, π_i – функция распределения предпочтений альтернатив σ_i, $\sum_{i=1}^{N}\pi_i = 1$ – условие нормировки.

Необходимо иметь в виду, что речь идёт об условном экстремуме, который достигается на многообразии, задаваемом ограничениями.

В настоящей статье предлагается другая, отличная от схемы Сугено, модель неаддитивной меры, основанная на использовании в качестве меры неопределённости субъективной энтропии.

Если S_a – конечное множество альтернатив $\sigma_i(i \in \overline{1,N})$ мощности N, то в качестве условия нормировки неаддитивной меры на S_a примем следующее соотношение:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_i + \lambda H_\pi = 1; \lambda \in [-1, +\infty), \tag{16}$$

где H_π – субъективная энтропия предпочтений на S_a, задаваемая формулой:

$$H_\pi = -\sum_{i=1}^{N}\pi_i \ln \pi_i; \pi_i = \pi(\sigma_i) \quad \sigma_i \in S_a. \tag{17}$$

С учетом (17) запишем (16) в виде:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_i(1 - \lambda \ln \pi_i) = 1. \tag{18}$$

Назовем введённую таким образом меру « H-мерой». Вместо энтропии H_π может быть использована нормированная энтропия $\overline{H}_\pi = H_\pi \cdot H_{\pi\max}^{-1}$. Выбирая в качестве $H_{\pi\max}$ абсолютный максимум энтропии, находим $\pi_i = e^{-1}$ и $H_{\pi\max} = \frac{N}{e}$. При единичной нормировке $\pi_i = N^{-1}$ и $H_{\pi\max} = \ln N$. Более подробно из условия (без учета экзогенной составляющей β=0):

$$-\sum_i \pi_i \ln \pi_i + \gamma \sum_i \pi_i \to \max. \tag{19}$$

получаем $\pi_i = e^{-1+\gamma^{i}}$. Условие нормировки дает $\gamma = 1 - \ln N$ и, следовательно, $\pi_i = N^{-1}$. Тогда $H_{\pi\max} = \ln N$.

Если же использовать H-меру, то для определения γ найдем максимум функционала, который при условии отсутствия влияния экзогенных факторов (β=0, $F_i \equiv 0$) принимает вид:

$$\overline{\Phi} = -\sum_i \pi_i \ln \pi_i + \gamma(\sum_i \pi_i + \lambda H_\pi - 1). \tag{20}$$

Или учитывая выражение для H_π

$$\overline{\Phi} = -(1+\gamma\lambda)\sum_i \pi_i \ln \pi_i + \gamma \sum_i \pi_i. \tag{21}$$

Из условия $\frac{\partial \Phi}{\partial \pi_i} = 0$ находим:

$$\pi_i = \exp(-1 + \frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}) = idem(i). \tag{22}$$

Подставляя это значение π_i в условие нормировки (16) находим:

$$e^{\frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}}\left(1 + \lambda - \frac{\gamma\lambda}{1+\gamma\lambda}\right) = \frac{e}{N}. \tag{23}$$

Видим, что если задано число альтернатив N и фактор неаддитивности λ, то нормировочный коэффициент γ определяется однозначно. Его значения представлены в табл. 1 $\gamma(\lambda, N)$. При этом предполагается, что член, содержащий когнитивную функцию $F_i = F(\sigma_i)$ в функционале, отсутствует (либо β=0, либо $\forall F_i = 0$).

Таблица 1

Таблица значений нормированной константы γ в зависимости числа альтернатив N и параметра неаддитивности λ (при $\beta = 0$ или $F_i = 0$)

1	-1,0	-0,5	0	+1,0
2	0,406	0,4357	0,305	-0,404
3	0,346	0,274	-0,104	-0,505
4	0,303	0,147	-0,380	-0,631
5	0,275	-0,050	-0,610	-0,666
6	0,245	-0,130	-0,770	-0.693

На рис. 1 показаны зависимости $\gamma(\lambda, N)$, отражающие данные табл. 1

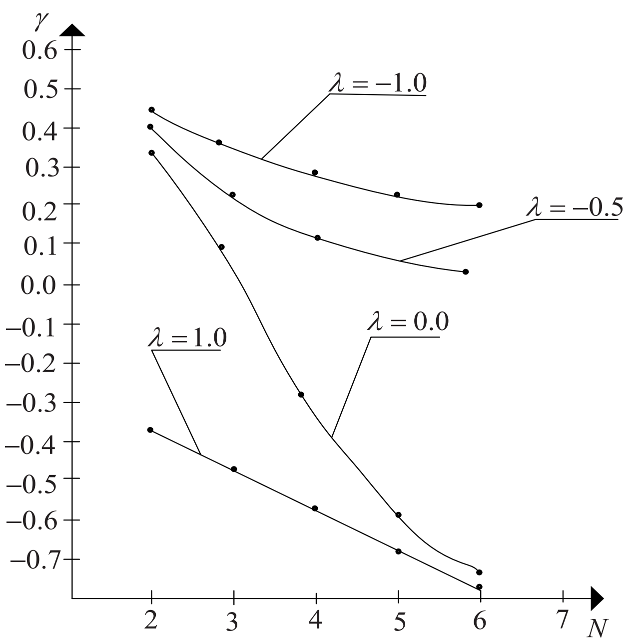

Рис. 1. Значений нормированной константы γ в зависимости числа альтернатив N и параметра неаддитивности λ

Как видим, γ в диапазоне -1<λ<1 принимает как положительные, так и отрицательные значения, причем при $\lambda \geq 1{,}0$ для любого $N \geq 2$ коэффициент γ отрицателен. Если $-\lambda\sum_i \pi_i \ln \pi_i > 0$, меру будем называть супераддитивной, если $-\lambda\sum_i \pi_i \ln \pi_i < 0$, мера считается субаддитивной, при λ=0 – мера аддитивна.

Поскольку всегда $\pi_i = e^{\frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}-1} > 0$, то знак произведения $-\lambda\sum_i \pi_i \ln \pi_i$ определяется знаком множителя λ и знаком $\ln \pi_i$, т.е. знаком величины $\frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}-1$. Итак видим, что мера супераддитивна, если λ>0;

$$\frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}-1<0 \tag{24}$$

и субаддитивна, если λ<0;

$$\frac{\gamma}{1+\gamma\lambda}-1>0\,. \tag{25}$$

Случаи, представленные в табл. 1, охватывают как супераддитивность, так и субаддитивность. В левом верхнем углу λ=-1,0; N=2; γ=0,406, что соответствует условиям субаддитивности, правый верхний угол таблицы (λ=1,0; N=2; γ=0,404) соответствует супераддитивности.

Заметим, что, если член, содержащий когнитивную функцию, присутствует в функционале, то задача определения весового коэффициента (коэффициента Лагранжа) γ существенно усложняется.

3. Возможная вероятностная интерпретация неаддитивной меры Сугено

Одна из попыток осмыслить явление неаддитивности состоит в гипотезе о наличии «третьего» события С, которое оказывает влияние на вероятности появления событий А и В. Эта чисто «вероятностная» позиция, совмещенная с предположением о наличии органической неопределенности в определении этого влияния, позволяет построить формально модель неаддитивной меры.

Предположим, что имеет место ситуация, изображенная на рис 2.

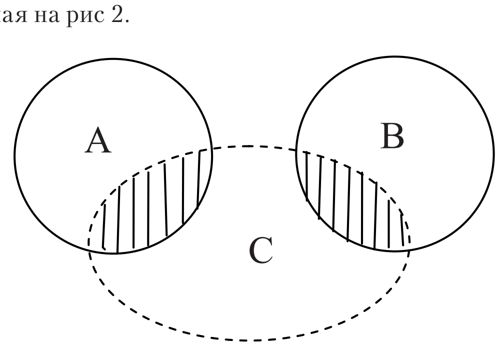

Рис. 2. Вероятностная интерпретация неаддитивной меры Сугено

Здесь $A \cap B = \varnothing$, но $A \cap C = \varnothing$ и $B \cap C = \varnothing$. Поэтому вместо события $Z = A \cup B$ рассматривается событие $Z = A \cup B \cup C$, а вместо условия:

$$P(A \cup B) = P(A) \neq P(B)\,, \tag{26}$$

воспользуемся условием:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B|C) \cdot P(C)\,, \tag{27}$$

но $A \cap B = \varnothing$, следовательно:

$$P(A \cup B \cup C) = \big(P(A|C) + P(B|C)\big) \cdot P(C)\,, \tag{28}$$

Рассмотрим случай, когда $\underline{B} = \bar{A}$, т.е. дополнению A до достоверного события: $A \cup \bar{A} = \bigcup$ тогда:

$$\big(P(A|C) + P(\bar{A}|C)\big) \cdot P(C) = 1\,. \tag{29}$$

Если формально определить параметр неаддитивности соотношением:

$$\lambda = \frac{\left[P(A|c) + (\bar{A}|c\right] \cdot P(c) - P(A) - P(\bar{A})}{P(A) \cdot P(\bar{A})}\,, \tag{30}$$

Приходим к модели Сугено.

Если положить:

$$\lambda = \frac{\left[P(A|c) + P(\bar{A}|c\right] \cdot P(c) - P(A) - P(\bar{A})}{-P(A)\ln P(A) - P(\bar{A})\ln P(\bar{A})}\,. \tag{31}$$

то получаем модель Н-меры.

Соотношение (28) формально совпадает с условием нормировки для меры Сугено. Однако, в случае, если «вероятности» $P(A|c)$ и $P(\bar{A}|c)$ нельзя определить в принципе, например, если событие С не измеримо, так что границы неопределенны, то использовать (28)и (29) для определения λ невозможно, и можно говорить лишь о формальном объяснении неаддитивности с вероятностной точки зрения. Ниже рассматривается подход к определению параметра γ при условии «слабой» неаддитивности, т.е. при малом $\lambda(|\lambda|\langle\langle 1)$. Тогда можно дать расчетную схему на основе использования асимптотических разложений. Чтобы свести формализм к привычной в этих случаях форме, переобозначим λ=ε.

4. Случай слабо-неаддитивной Н-меры

Рассмотрим частный случай «слабой неаддитивности».

Полагая $\varepsilon\langle\langle 1$ будем искать γ и π_i в виде асимптотических розложений по малому параметру ε:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \gamma_0 + \varepsilon\gamma_1 + \varepsilon^2\gamma_2^2 + \ldots \\ \pi_i &= \pi_{i0} + \varepsilon\pi_{i1} + \varepsilon^2\pi_{i2} + \ldots \end{aligned}\right\}. \tag{32}$$

Принимая модель Н-меры и соответствующее правило нормировки, критерий, подлежащий экстремизации, согласно принципу максимума энтропии выберем в виде:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\sum_{i=1}^{N}\pi_i \ln \pi_i \pm \beta\sum_{i=1}^{N}\pi_i F_i(\sigma_i) + \gamma\Big(\sum_{i=1}^{N}\pi_i - \lambda\sum_{i=1}^{N}\pi_i \ln \pi_i\Big) = \\ &= -(1+\gamma\lambda)\sum_{i=1}^{N}\pi_i \ln \pi_i \pm \beta\sum_{i=1}^{N}\pi_i F(\sigma_i) + \gamma\sum_{i=1}^{N}\pi_i \end{aligned}, \tag{33}$$

Отличие от принципа Джейнса здесь сводится к множителю $(1+\gamma\lambda)$ перед первым слагаемым.

Необходимое условие экстремума есть:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \pi_i} = -(1+\gamma\lambda)(\ln\pi_i + 1) \pm \beta F_i + \gamma = 0; F_i = F(\sigma_i)\,, \qquad (34)$$

Заменяя $\lambda \to \varepsilon$ и подставляя разложение (30) найдем:

$$\begin{gathered}-(1+\varepsilon(\gamma_0+\varepsilon\gamma_1+\varepsilon^2\gamma_2+\ldots)\left[(\pi_{i0}-1)+\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots\right.\\ -\frac{1}{2}\left((\pi_{i3}-1)^2+2(\pi_{i0}-1)(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)+(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)^2\right)+\\ +\frac{1}{3}\left(\begin{aligned}&(\pi_{i0}-1)^3+3(\pi_{i0}-1)^2(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)+\\ &+3(\pi_{i0}-1)(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)^2+(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon\pi_{i2}+\ldots)^3\end{aligned}\right)\Bigg]+\\ +\beta F_i+\gamma_0+\varepsilon\gamma_1+\varepsilon^2\gamma_2+\ldots=0.\end{gathered} \qquad (35)$$

Здесь использовано разложение логарифма по ε в диапазоне $0\langle\pi_i\langle 2$.Выбирая члены с множителем $\varepsilon^0=1$, найдем $-\ln\pi_{i0}-1+\beta F_i+\gamma_0=0$:

Откуда:

$$\pi_{i0}=e^{-1+\gamma_0\pm\beta F_i}\,. \qquad (36)$$

Представляя аналогичным образом условие нормировки, получим:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{N}(\pi_{i0}+\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}(\pi_{i0}+\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i0}+\ldots)\\ \left[\begin{aligned}&(\pi_{i0}-1)+\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots-\frac{1}{2}\left(\begin{aligned}&(\pi_{i0}-1)^2+2(\pi_{i0}-1)(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2})+\ldots\\ &+(\varepsilon\pi_{i2}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)^2\end{aligned}\right)+\\ &+\frac{1}{3}\left(\begin{aligned}&(\pi_{i0}-1)^3+3(\pi_{i0}-1)^2(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)+\\ &+3(\pi_{i0}-1)(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)^2+(\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)^3\end{aligned}\right)\end{aligned}\right]=1,\end{gathered} \qquad (37)$$

Собирая члены при ε^0 и приравнивая их сумму к нулю, получаем:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_{i0}=1\,, \qquad (38)$$

Отсюда, учитывая (36), найдем:

$$\gamma_0=1+\ln\left(\sum_{i=1}^{N}e^{\pm\beta F_i}\right)^{-1}, \qquad (39)$$

Собирая члены порядка ε^1, получаем:

$$\pi_{i1}=\frac{\gamma_0\ln\pi_{i0}-\gamma_1}{-3+3\pi_{i0}-\pi_{i0}^2}\,, \qquad (40)$$

где:

$$\gamma_1=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[\pi_{i0}+(1-\ln\sum_{q}e^{\pm\beta F_q})(-3+3\pi_{i0}-\pi_{i0}^2)^{-1}\right]}{\sum_{p=1}^{N}(-3+3\pi_{p0}-\pi_{p0}^2)^{-1}}\,. \qquad (41)$$

Обозначим через $\pi_i^{(2)}$ и $\gamma^{(2)}$ величины, образованные по формулам:

$$\pi_i^{(2)}=\pi_{i0}+\varepsilon\pi_{i1};\gamma^{(2)}=\gamma_0+\varepsilon\gamma_1\,, \qquad (42)$$

то есть величины, соответствующие второму приближению. Заметим, что в первом приближении (то есть, при $\varepsilon^0=1$) мы получим результат, соответствующий аддитивной («невозмущенной» мере).

При β=0 $\gamma^{(0)}=\gamma_0=0{,}307...;\gamma_1=1{,}0254...$

и при $\varepsilon=0{,}1$ $\gamma^{(2)}=\gamma_0+\varepsilon\gamma_1=0{,}2163...$

В этом случае:

$$\gamma_1=\frac{1}{N}\left[\frac{1}{N^2}\left(-3N^2+3N-1\right)+N\left(1-\ln N\right)\cdot\left(-\ln N\right)\right]. \qquad (43)$$

$\pi_{i0}=\frac{1}{N}=0{,}5$, при N=2.

При тех же численных значениях:

$\beta=0;\varepsilon=0{,}1;N=2$

$\pi_i^{(2)}=0{,}5245...;$
$H_\varepsilon^{(2)}=0{,}6769;$
$H_0=\ln 2=0{,}6931...$

Таким образом, $H_\varepsilon^{(2)}\langle H_0$. Таким образом, в условиях супераддитивность энтропия во втором приближении уменьшается по сравнению с первым приближением . Применим другое разложение функции $\ln(x\in\delta)$. Разложение примененное выше справедливое в диапазоне 0<x≤2. Разложение в ряд Тейлора хорошо приближает функцию $\ln(x+\delta)$ при $|\sigma|\langle\langle\chi$; $\chi\rangle 0$; и $\chi+\delta\rangle 0$. Обозначим $\delta_i(\varepsilon)=\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots$, тогда можем записать:

$$\begin{gathered}\ln(\pi_{i0}+\varepsilon\pi_{i1}+\varepsilon^2\pi_{i2}+\ldots)=\\ =\ln\pi_{i0}+\frac{\delta_i(\varepsilon)}{\pi_{i0}}-\frac{\delta_i(\varepsilon)^2}{\pi_{i0}^2}+\frac{\delta_i(\varepsilon)^3}{2\pi_{i0}^3}+\ldots,\end{gathered} \qquad (44)$$

Положим $\delta_i(\varepsilon)=\varepsilon(\pi_{i0}(\varepsilon)+\varepsilon(\pi_{i1}+\varepsilon\pi_{i2}+\ldots))$,

а также $\gamma=\gamma_0+\varepsilon\gamma_1+\varepsilon^2\gamma_2+\ldots$,

тогда условие $\frac{\partial\Phi}{\partial\pi_i}=0$ записывается в виде:

$$\begin{gathered}-\left(1+(\gamma_0+\varepsilon\gamma_1+\varepsilon^2\gamma_2+\ldots)\varepsilon\right)\cdot\\ \cdot\left[\ln\pi_{i0}+\varepsilon(\pi_{i1}+\varepsilon\pi_{i2}+\varepsilon^2\pi_{i3}+\ldots)-\frac{\varepsilon^2(\pi_{i1}+\varepsilon\pi_{i2}+\ldots)^2}{\pi_{i0}^2}+1\right]\pm\\ \pm\beta F_i+\gamma_0+\varepsilon\gamma_1+\varepsilon^2\gamma^2+\ldots=0\end{gathered} \qquad (45)$$

При ε^0 имеем: $-\ln\pi_{0i}-1\geq\pm\beta F_i+\gamma_0=0$,

Отсюда $\pi_{0i}=e^{-1+\gamma_0\pm\beta F_i}$. Собирая члены при ε^1, имеем: $\pi_{1i}=\pi_{0i}\gamma_1=e^{-1+\gamma_0\pm\beta F_i}\cdot\gamma_1$

Отсюда:

$$-\frac{\pi_{1i}}{\pi_{0i}}-\gamma_0\ln\pi_{0i}+\gamma_1=1 \quad (46)$$

или:

$$\pi_{1i}=\pi_{0i}(\gamma_1-\gamma_0\ln\pi_{0i}). \quad (47)$$

Запишем условие Н-нормировки:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_i-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}\pi_i\ln\pi_i=1. \quad (48)$$

Подставляя в это соотношение разложение для $\pi_i(\varepsilon)$, находим уравнение:

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}(\pi_{0i}+\varepsilon\pi_{1i}+\varepsilon^2\pi_{2i}+\ldots)-\\&-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}(\pi_{0i}+\varepsilon\pi_{1i}+\varepsilon^2\pi_{2i}+\ldots)(\ln\pi_{0i}+\\&+\frac{\varepsilon(\pi_{1i}+\varepsilon\pi_{2i}+\varepsilon^2\pi_{3i}+\ldots)}{\pi_{0i}}+\\&+\frac{\varepsilon^2(\pi_{1i}+\varepsilon\pi_{2i}+\varepsilon^2\pi_{3i}+\ldots)}{\pi_{0i}^2}=1.\end{aligned} \quad (49)$$

Отсюда для ε^0 имеем условие:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}=1 \quad (50)$$

и для ε^1, соответственно:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_{1i}-\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}\ln\pi_{0i}=0. \quad (51)$$

Используя полученное выше выражение (46) для π_{1i}, получаем:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}(\gamma_1-\gamma_0\ln\pi_{0i})-\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}\ln\pi_{0i}=0, \quad (52)$$

откуда:

$$\gamma_1=(1+\gamma_0)\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}\ln\pi_{0i}, \quad (53)$$

тогда:

$$\begin{aligned}&\gamma^{(2)}=\gamma_0+\varepsilon\gamma_1=\gamma_0+\varepsilon(1+\gamma_0)\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}\ln\pi_{0i}\\&\pi_i^{(2)}=\pi_{0i}\left[1+\varepsilon(\gamma_1-\gamma_0\ln\pi_{0i})\right]=\\&=\pi_{0i}\left[1+\varepsilon\left((1+\gamma_0)\sum_{i=1}^{N}\pi_{0i}\ln\pi_{0i}-\gamma_0\ln\pi_{0i}\right)\right]=1,\end{aligned} \quad (54)$$

Подсчитаем $\sum_{i=1}^{N}\pi_i^{(2)}$. Легко находим:

$$\sum_{i=1}^{N}\pi_i^{(2)}=1+\varepsilon. \quad (55)$$

Так как ε>0, то полученный результат говорит о том, что Н-мера в пределах первого приближения в условиях слабой неаддитивности $\varepsilon\langle\langle 1$ и ε>0, является супераддитивной мерой. Реализована асимптотическая процедура определения распределения предпочтений π_i и фактора неаддитивности в первом и втором приближениях. При этом использованы два уравнения:

1. $\frac{\partial\Phi}{\partial\pi_i}=0$. (56)

2. $\sum_{i=1}^{N}\pi_i-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}\pi_i\ln\pi_i=1$. (57)

5. Выводы

Таким образом, в статье предложена новая модель неаддитивной меры – «Н-мера», которая в некотором смысле подобная мере Сугено, но, как представляется автору, более естественная, напрямую связанная с показателем неопределённости ситуации на распределении предпочтений, а именно – с энтропией предпочтений.

Эта модель хорошо совмещается с принципом максимума энтропии Джейнса и его трансформацией в принцип максимума субъективной энтропии. Это обстоятельство в частности свидетельствует о том, что эти принципы могут служить хорошей основой для обоснования (и получения) «нечетких» распределений, и тем самым дает связь между вариационными информационно-энтропийными принципами и методами нечеткой математики.

Литература

1. Колмогоров, А.М. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст]: учеб. / А.М. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1976. – 542 с.
2. Sugeno, M. Fuzzy Measure and Fuzzy Integral [Text] / M. Sugeno // Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers. – 1972, – T.8, № 2. – P. 85 – 90.
3. Sugeno, M. Fuzzy Measure and Fuzzy Integral [Text] / M. Sugeno // Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers. – 1975, – T.7, № 6. – P. 218 – 226.
4. Нечеткие множества в моделях уравнения и искусственного интеллекта [Текст] : учеб. / под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 396 с.

5. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения [Текст] : учеб. / пер. с англ. под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
6. Бочарников, В. П. Fuzzy-технология: Математические основы. практика моделирования в экономике [Текст] / В. П. Бочарников. – СПб.: – Наука РАН, 2001. – 328 с.
7. Каркищенко, А. Н. Неаддитивные меры: приложения к обработке информации с высокой неопределенностью [Текст] / А.Г. Броневич, А.Е. Лепский // Вестник Южного научного центра РАН. – 2005. – Т.1, № 3. – С. 90 – 95.
8. Denneberg, D. Non-additive measure and integral [Text] / D. Denneberg.– Dodreln.: Kluwer, 1997.
9. Choquet, G. Theory of capacities [Text] / G. Choquet // Arm. Inet. Fourier.– 1954. – V.5. – P. 131 – 295.
10. Касьянов, В. А. Элементы субъективного анализа [Текст] / В. А. Касьянов. – К.: НАУ, 2003. – 224с.
11. Касьянов, В.А. Субъективный анализ [Текст] / В. А. Касьянов. – К.: НАУ, 2007. – 512 с.
12. Kasyanov, V. Subjective entropy of preferences [Text] / V. Kasyanov. – Warshava, 2013. – 460 c.
13. Касьянов, В. А. Свет и тень, пропорции теневой экономики, энтропийный подход [Текст]: учеб. / В. А. Касьянов, А. В. Гончаренко. – К.: Кафедра. – 2012. – 75 с.
14. Jaynes, E. T. Information theory and statistical mechanics [Text] / E. T. Jaynes // Phys. Rev. – 1957.– Т.1, №1. – С.171 – 190.
15. Jaynes, E. T. Information theory and statistical mechanics [Text] / E. T. Jaynes // Phys. Rev. – 1957. Т.2. – № 1. – С. 620 – 630.
16. Мартюшев, Л. М. Принцип максимальности производства энтропии в физике и смежных областях [Текст]: учеб. / Л. М. Мартюшев, В. Д. Селезнев. – Екатеринбург.: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. – 83 с.

УДК 004.942

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ОСНОВНИХ ПОТОКІВ ВИРОБНИЧОГО ПІДПРИЄМСТВА

Б. В. Мисник
Асистент
Кафедра механіки, поліграфічних машин і технологій
Черкаський державний технологічний університет
Бульвар Шевченка, 460, м. Черкаси, Україна, 18000
E-mail: Setne@list.ru

В статті розглядається проблема моделювання складних штучних систем. Розглянуто моделі штучного життя та визначено основні характеристики моделі функціонування виробничих підприємств. Виконана формалізація основних складових алгоритму моделювання, запропоновано елементи функціонального навантаження об'єктів моделювання

Ключові слова: штучне життя, нейронні мережі, моделювання еволюції, штучна система

В статье рассматривается проблема моделирования сложных искусственных систем. Под искусственными системами будем подразумевать предприятия по изготовлению товаров. Сначала выбирается модель, принципы которой используются для моделирования функционирования предприятий по изготовлению. Выбрав модель, определяем основные параметры модели искусственной жизни предприятий

Ключевые слова: искусственная жизнь, нейронные сети, моделирование эволюции, искусственные системы

1. Вступ

Плануючи створення нового підприємства, здійснюючи проектування або управління процесом його функціонування, особа, що приймає рішення, зіштовхується з проблемою прогнозування роботи даного підприємства та визначення його прибутковості. Розв'язання задачі прогнозування процесів життєвого циклу підприємства на тому чи іншому етапі, у більшості випадків пов'язане з використанням ідентифікованих залежностей результуючих характеристик від вхідних факторів.

На виробниче підприємство (ВП) здійснюють вплив численні фактори різної природи, до яких відносять впливи зовнішнього середовища, внутрішні параметри та їх динаміку. Врахувати всю множину таких факторів неможливо, оскільки значення багатьох із них визначаються з похибками, і значна кількість врахованих факторів призводить до великих помилок у підрахунках. Такі особливості вказують на актуальність застосування нових підходів до моделювання процесів функціонування ВП.

Для вивчення складних систем традиційно застосовується комп'ютерне моделювання [1], складовими