

**Потужність газотурбінної енергетичної установки суттєво залежить від температури навколишнього середовища, що робить вигідним в багатьох випадках охолоджувати повітря за допомогою подачі води в повітряний потік. В роботі представлено основні рівняння математичної моделі, що описує процес випаровування крапель води у потоці повітря і дозволяє знаходити основні параметри краплі та оточуючого її повітря в залежності від часу протікання процесу**

**Ключові слова:** випарне охолодження повітря, математична модель, газотурбінна установка, тепломасообмін, діаметр краплі

**Мощность газотурбинной энергетической установки существенно зависит от температуры окружающей среды, что делает выгодным во многих случаях охлаждать воздух путем подачи воды в воздушный поток. В работе представлены основные уравнения математической модели, которая описывает процесс испарения капель воды в потоке воздуха и позволяет найти основные параметры капли и окружающего ее воздуха в зависимости от времени прохождения процесса**

**Ключевые слова:** испарительное охлаждение воздуха, математическая модель, газотурбинная установка, тепломасообмен, диаметр капли

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИПАРОВУВАННЯ КРАПЕЛЬ ВОДИ В ПОВІТРЯНОМУ ПОТОЦІ

**М. О. Дикий**  
Доктор технічних наук\*  
E-mail: Dikiy\_M\_O@ukr.net

**А. С. Соломаха**  
Молодший науковий співробітник\*  
E-mail: as\_solomaha@ukr.net

**В. Г. Петренко**  
Кандидат технічних наук\*  
E-mail: petrko@ukr.net

\*Кафедра теоретичної та промислової  
теплотехніки  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»  
пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

## 1. Вступ

Як відомо, потужність газотурбінної енергетичної установки суттєво залежить від температури навколишнього середовища. На рис. 1 показано вплив підвищення температури навколишнього повітря на корисну роботу циклу Брайтона. З діаграми чітко видно, як при зростанні температури навколишнього повітря зростає робота стиснення та зменшується ступінь стиснення компресора, що в результаті вимагає більше палива для досягнення тієї ж самої початкової температури циклу.

Крім того, так як температура початку циклу залишається постійною, то при підвищенні температури навколишнього повітря одночасно зменшується і отримана на турбінах робота. В сумі це призводить до падіння корисної потужності газотурбінного двигуна та коефіцієнту корисної дії установки. При підвищенні температури з 15°C до 35°C вихідна потужність падає в залежності від марки двигуна приблизно на 15...20% [1, 2].

Така суттєва залежність потужності від температури робить вигідним в багатьох випадках встановлювати різноманітні системи охолодження повітря на вході ГТД та між ступеннями компресора. Найпростіше охолодити повітря можна за допомогою подачі води в повітряний потік. Випаровування води відбувається за рахунок відбору теплоти від повітря безпосередньо

в потоці і не вимагає складного додаткового обладнання [3-4].

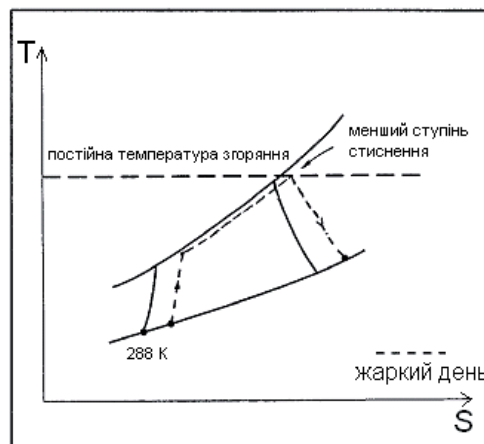


Рис. 1. Вплив початкової температури повітря (Т) на цикл Брайтона

Коли суміш повітря та води проходить через компресор та стискується, вода випаровується та ефективно охолоджує повітря в перших ступенях компресора, в яких стискується не гомогенна суміш повітря та парів води, а гетерогенна суміш вологого повітря та крапель води. Однак, наявність води викликає небезпеку еро-

зійного зношення лопаток перших ступенів компресора. В зв'язку з цим, існує необхідність розробки адекватної математичної моделі процесів тепломасообміну для визначення довжини ділянки випаровування та діаметру крапель на вході в компресор.

## 2. Мета роботи

Розробка основних положень та рівнянь процесу випаровування крапель води в потоці циклового повітря ГТУ.

## 3. Основні положення та припущення математичної моделі

Більшість відомих сьогодні методів розрахунку процесів тепло- та масообміну в нестационарних умовах базуються головним чином на результатах випаровування окремої краплі. Розрахунки виконуються при наступних припущеннях [5 – 7]:

1. Форма краплі приймається сферичною;
2. Шар пари безпосередньо біля поверхні краплі знаходиться в стані насичення;
3. Процеси внутрішньої теплопередачі здійснюються лише шляхом теплопровідності, а поширення пари – лише молекулярним шляхом;
4. Полідисперсний потік замінюється монодисперсним з урахуванням середньорозрахункового діаметру краплі;
5. Краплі не деформуються, не зливаються та не знають повторного подрібнення;
6. Після досягнення термодинамічної рівноваги температура крапель залишається постійною і дорівнює температурі мокрого термометра.

Для умов ГТУ краплі води впорскуються в рухотий потік повітря і, в залежності від значення числа Рейнольдса, процес можна розділити на дві основні ділянки (рис. 2).

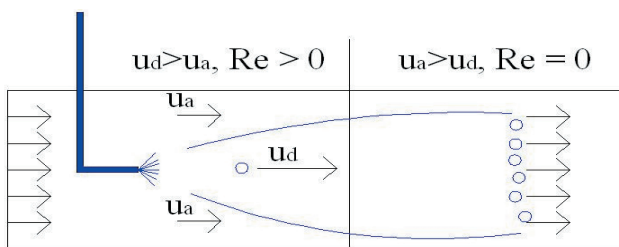


Рис. 2. Схематичне зображення процесу впорскування крапель води в потік повітря

Відразу після форсунки швидкість краплі води вище, ніж швидкість повітря, що зумовлює деяку відносну швидкість руху краплі відносно повітря  $\Delta w$ , в результаті чого  $Re > 0$ .

$$Re = \frac{d \cdot \Delta w \cdot \rho_a}{\mu_a}, \tag{1}$$

де  $\Delta w$  – швидкість краплі відносно швидкості повітря, м/с,  $\Delta w = u_d - u_a$ ;  
 $d$  – діаметр краплі води, м;

$\mu_a$  – динамічна в'язкість повітря, Па·с.

Впорскнута в потік повітря крапля зазнає впливу сил тертя, швидкість її поступово падає та, в кінцевому результаті, приймає швидкість повітряного потоку. Швидкість краплі в момент часу  $t + \Delta t$  можна знайти з рівності [6]:

$$\Delta w_{t+\Delta t} = \Delta w_t - \frac{3 \cdot \rho_a \cdot \Delta w_t^2 \cdot \Delta t}{4 \cdot \rho_d \cdot d} \cdot \xi, \tag{2}$$

де  $\rho_a$  та  $\rho_d$  – відповідно щільність повітря та води, кг/м<sup>3</sup>;

$\xi$  – коефіцієнт аеродинамічного опору, який можна знайти з наступного рівняння:

$$\xi = \left( \frac{16}{Re} + \frac{2,2}{Re^{0,5}} + 0,32 \right) \cdot \left( \frac{1,5\mu_d + \mu_a}{\mu_d + \mu_a} \right), \tag{3}$$

де  $\mu_a$  та  $\mu_d$  – відповідно динамічна в'язкість повітря та води, кг/(м·с).

Для температур повітря в інтервалі  $273K < T_a < 373K$

$$\mu_a = (0,004823 \cdot T_a + 0,3976) \cdot 10^{-5}. \tag{4}$$

Для води в інтервалі температур  $273..647,2 K$  залежність в'язкості води від температури апроксимується виразом

$$\mu_d = \frac{0,03}{T_d - 260}. \tag{5}$$

В момент вирівнювання швидкостей краплі та повітря  $\Delta w = 0$  і число Рейнольдса  $Re = 0$ , що очевидно з рівності (1) (рис. 2).

Кількість теплоти, що міститься в краплі в інтервалі часу  $t$  та  $t + \Delta t$  виражається в формі:

$$Q = m_d \cdot c_{p_d} \cdot \frac{(T_{d(t+\Delta t)} - T_{d_t})}{\Delta t}. \tag{6}$$

Таким чином, температура краплі в момент часу  $t + \Delta t$ :

$$T_{d(t+\Delta t)} = T_{d_t} + \frac{Q \cdot \Delta t}{m_d \cdot c_{p_d}}. \tag{7}$$

Термічна рівновага між краплею та навколишнім середовищем настає в той момент, коли кількість тепла, що отримує крапля  $Q$  дорівнює тепловому потоку, що складається з конвективної складової  $Q_{conv}$  та тепла масового переносу  $Q_{mass}$ :

$$Q = Q_{conv} + Q_{mass}. \tag{8}$$

## 4. Розрахунок конвективного теплообміну

Кількість тепла, що передається шляхом конвекції між краплею та повітрям виражається як:

$$Q_{conv} = \alpha \cdot F_d \cdot (T_{\infty_d} - T_a), \tag{9}$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт конвективного теплообміну, Вт/(м<sup>2</sup>·К), який визначається з рівності:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_a}, \quad (10)$$

де  $\lambda_a$  – коефіцієнт теплопровідності повітря, Вт/(м·К).

Використовуючи лінійну залежність [8], яка дійсна для температури повітря в межах 253 К < T<sub>a</sub> < 373 К, можна записати:

$$\lambda_a = (46,766 + 0,7143 \cdot T_a) \cdot 10^{-4}. \quad (11)$$

Для примусової конвекції число Нуссельта є функцією числа Рейнольдса та числа Прандтля і визначається з співвідношення [7]:

$$Nu = 2 + 0,6 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,33}. \quad (12)$$

Число Прандтля:

$$Pr = \frac{\mu_a \cdot c_{p_a}}{\lambda_a}. \quad (13)$$

Підставляючи отримані залежності (12) та (13) в рівняння (10) знаходимо коефіцієнт конвективного теплообміну:

$$\alpha = \frac{\lambda_a}{d} \cdot \left[ 2 + 0,6 \cdot \left( \frac{d \cdot \Delta w \cdot \rho_a}{\mu_a} \right)^{0,5} \cdot \left( \frac{\mu_a \cdot c_{p_a}}{\lambda_a} \right)^{0,33} \right]. \quad (14)$$

## 5. Розрахунок процесу масопереносу

Теплообмін за рахунок випаровування можна виразити залежністю:

$$Q_{mass} = \frac{\Delta m_d \cdot L}{\Delta t}, \quad (15)$$

де L – прихована теплота випаровування води, Дж/кг:

$$L = 1000 \cdot (2498 - 2,413 \cdot (T_d - 273,15)). \quad (16)$$

Зміна маси краплі  $\Delta m_d$ , що відбувається в результаті випаровування води з поверхні краплі в навколишнє повітря за інтервал часу  $\Delta t$  визначається як:

$$\Delta m_d = -\Delta t \cdot f_d \cdot j, \quad (17)$$

де  $f_d$  – поверхня теплообміну краплі – повітря, м<sup>2</sup>;

$j$  – відтік маси з поверхні краплі в процесі випаровування, кг/(м<sup>2</sup>·с).

Припускається, що крапля та навколишнє середовище утворюють ізольовану систему зі своїми незмінними температурами, що мають значення T<sub>d</sub> та T<sub>a</sub> відповідно. Випаровування краплі відбувається у випадку, якщо повітря ненасичене водяними парами.

Відтік маси з поверхні краплі в процесі випаровування можна записати у вигляді:

$$j = Df_{mass} \cdot \Delta C_{mass}, \quad (18)$$

де Df<sub>mass</sub> – коефіцієнт масової дифузії, м/с;

$\Delta C_{mass}$  – різниця масової концентрації водяної пари між поверхнею краплі та повітрям, кг/м<sup>3</sup>.

$$\Delta C_{mass} = \Delta C_{mass_d} - \Delta C_{mass_a}. \quad (19)$$

Припускаючи, що повітря навколо краплі – ідеальний газ, масову концентрацію можна записати як:

$$C_{mass_v} = \frac{M \cdot p_i}{R \cdot T_i}. \quad (20)$$

Тоді різниця масової концентрації записується як:

$$\Delta C_{mass} = \frac{M}{R} \cdot \left( \frac{p_d}{T_d} - \frac{p_v}{T_v} \right), \quad (21)$$

де M – молярна маса, кг/моль;

R – універсальна газова постійна,

R = 8,32 Дж/(моль·К);

p<sub>v</sub> та p<sub>d</sub> – відповідно парціальний тиск повітря та тиск на поверхні теплообміну краплі-повітря, Па.

В результаті інтенсивного перемішування крапель води можна знехтувати різницею температури на поверхні краплі та в її глибині, і в межах всієї краплі вважати її однаковою. Тоді згідно умови Стефана парціальний тиск парів води в дифузійному пограничному шарі краплі можна прийняти рівним тиску насиченої пари при цій температурі [9].

Коефіцієнт обміну масової дифузії записується у вигляді відношення:

$$Df_{mass} = \frac{Sh \cdot Df_a}{d}. \quad (22)$$

де Df<sub>a</sub> – масовий коефіцієнт дифузії повітря.

Sh – число Шервуда.

Масовий коефіцієнт дифузії повітря:

$$Df_a = 2,26 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{101325}{P_a} \right) \cdot \left( \frac{T_a}{273,15} \right), \quad (23)$$

де P<sub>a</sub> – тиск повітря, Па;

T<sub>a</sub> – температура повітря, К;

ρ<sub>a</sub> – щільність вологого повітря, кг/м<sup>3</sup>.

Для T<sub>a</sub> ≤ 373К можна записати [8]:

$$\rho_a = \left( \frac{353,15}{T_a} \right) \cdot \left[ 1 - 0,377 \cdot \frac{p_v}{P_a} \right], \quad (24)$$

де p<sub>v</sub> – парціальний тиск водяної пари, Па;

P<sub>a</sub> – тиск повітря, який залежить від температури повітря, Па.

Парціальний тиск водяної пари p<sub>v</sub> має максимум при повному насиченні повітря, так як кількість пари в повітря не може бути більше ніж визначено відповідно до рівноваги між водою, що знаходиться в стані водяної пари та рідини за даних умов.

Приймаючи повітря як ідеальний газ, можна записати [10]:

$$p_v = e^{77,3417 - 8,2 \cdot \ln(T_a - 0,15) + 5,7114 \cdot 10^{-3} \cdot T_a - \frac{7235,46}{T_a - 0,15}}. \quad (25)$$

Число Шервуда для примусового масового переносу є функцією числа Грасгофа та числа Шмідта, що можна виразити в наступній емпіричній залежності [7]:

$$Sh = 2 + 0,6 \cdot Re_k^{0,5} \cdot Sc^{0,33} \quad (26)$$

де Sc – число Шмідта, яке можна визначити як:

$$Sc = \frac{\mu_a}{\rho_a \cdot Df_a} \quad (27)$$

Остаточно вираз для масового потоку можна записати у вигляді:

$$j = \frac{Sh \cdot Df_a}{R \cdot d} \cdot \left( \frac{p_d}{T_d} - \frac{p_v}{T_a} \right) \quad (28)$$

### 6. Об'єднані рівняння для розрахунку температури краплі та повітря

Підставивши знайдені результати рівнянь (8)...(28) в рівняння (6) можна записати вираз для знаходження кількості теплоти:

$$Q = f_d \cdot \left[ \alpha \cdot (T_a - T_d) - \frac{L \cdot M \cdot Sh \cdot Df_a}{R \cdot d} \cdot \left( \frac{p_d}{T_d} - \frac{p_v}{T_a} \right) \right] \quad (29)$$

Якщо підставити значення кількості теплоти з рівняння (29) в рівняння (7), то отримаємо рівняння для температури краплі при постійному  $t + \Delta t$ :

$$T_{d(t+\Delta t)} = T_{d_t} + \frac{\Delta t \cdot f_d}{m_a \cdot c_{pa}} \left[ \alpha \cdot (T_a - T_d) - L \cdot j \right] \quad (30)$$

Знаючи температуру краплі можна розрахувати температуру повітря навколо краплі. Для цього запишемо тепловий баланс крапля-повітря:

$$m_a \cdot c_{pa} \cdot (T_{a(t+\Delta t)} - T_{a_t}) = \alpha \cdot f_d \cdot (T_{d(t+\Delta t)} - T_{a_t}) \quad (31)$$

де  $c_{pa}$  – питома теплоємність повітря, Дж/(кг К). Для інтервалу температур

$$273K < T_a < 373K$$

$$c_{pa} = 981 + 0,08 \cdot T_a \quad (32)$$

Остаточне рівняння для визначення температури повітря має вигляд:

$$T_{a(t+\Delta t)} = T_{a_t} + \frac{\alpha \cdot f_d}{m_a \cdot c_{pa}} \cdot (T_{d(t+\Delta t)} - T_{a_t}) \quad (33)$$

### 7. Висновки

Розроблена система рівнянь дозволяє знайти всі основні параметри одиночної краплі та оточуючого її повітря в залежності від часу протікання процесу. Це дає можливість використати її для визначення оптимального початкового діаметру краплі та необхідної відстані від системи впорскування охолоджувальної води до входу в газотурбінний двигун, які б забезпечили протікання випарного охолодження з найбільшим ефектом. При цьому, модель побудована на основі відомих загальноприйнятих та перевірених залежностях  $Nu = f(Re, Pr)$  та  $Sh = f(Re, Sc)$ .

Результати математичного моделювання та перевірка їх адекватності будуть розглянуті в наступних публікаціях.

### Література

- Walsh P. P. Gas turbine performance [Текст] / P. P. Walsh., P. Fletcher. – Blackwell Science, 2004. – 645 p.
- Giampaolo A. Gas turbine handbook: principles and practices [Текст] / A. Giampaolo. – The Fiarmon Press, INC, 2006. – 437 p.
- Holmberg M. Turbines in the Mist [Текст] / M. Holmberg, D. Herbig, S. Shilinski // Power plant technology. – 2000. – July/August. – p.17-19.
- Cataldi G. Influence of high fogging systems on gas turbine engine operation and performance [Текст] / G. Cataldi, H. Güntner, C. Matz, J. Hoffmann, A. Nemet // J. Eng. Gas Turbines Power. – 2006. – Vol.128. – p.135-144.
- Фукс Н. А. Испарение и рост капель в газовой среде [Текст] / Н. А. Фукс – Москва, 1958. – 91 с.
- Holterman H. J. Kinetics and evaporation of water drops in air [Текст] / H. J. Holterman // IMAG report. – 2003. – №12. – Wageningen UR. – 67 pp.
- Хоблер Т. Теплопередача и теплообменники [Текст] / Т. Хоблер. – Ленинград, 1961. – 820 с.
- The CRC Handbook of Chemistry and Physics [Текст] / editor-in-chief David R. Lide. – 2007. – 88th Edition. – 2640 p.
- Гладков В. А. Вентиляторные градирни [Текст] / В. А. Гладков, Ю. И. Арефьев, В. С. Пономаренко. – М.: «Стройиздат», 1976. – 216 с.
- Wexler A. Vapor pressure equation for water in the range 0 to 100°C [Текст] / A. Wexler, L. Greenspan // Journal of research of the Notional Bureau of Standards - A. Physics and Chemistry. – 1971. – Vol. 75A. – №3. – p.213-245.