

Запропоновано інтерполяційно-аналітичний метод врахування реальних властивостей робочих тіл в розрахунках тривимірних газодинамічних процесів. Метод засновано на апроксимації складних термодинамічних функцій більш простими залежностями зі змінними коефіцієнтами стисливості. Цей підхід дозволяє забезпечити достатню точність визначення термодинамічних величин

Ключові слова: інтерполяційно-аналітичний метод, апроксимація рівнянь, газодинамічні процеси, проточна частина турбомашини

Предложен интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств рабочих тел в расчетах трехмерных газодинамических процессов. Метод основан на аппроксимации сложных термодинамических функций более простыми зависимостями с переменными коэффициентами. Данный подход позволяет обеспечить достаточную точность определения термодинамических величин

Ключевые слова: интерполяционно-аналитический метод, аппроксимация уравнений, газодинамические процессы, проточная часть турбомашини

ИНТЕРПОЛЯЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД УЧЕТА РЕАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ

А. В. Русанов

Доктор технических наук,
заместитель директора по научной работе,
заведующий отделом гидроаэромеханики
энергетических машин
Институт проблем машиностроения
им. А.Н. Подгорного НАН Украины
ул. Дм. Пожарского 2/10, г. Харьков, Украина,
61046
E-mail: rusanov@ipmach.kharkov.ua

1. Введение

Учет реальных свойств рабочих тел в трехмерных расчетах газодинамических процессов представляет собой достаточно сложную задачу. В большинстве программных комплексов, предназначенных для численного исследования газодинамических процессов в проточных частях турбомашин, используются достаточно простые уравнения состояния, такие как уравнение состояния совершенного газа, Таммана, Ван-дер-Ваальса и др.

Во многих случаях их применение является оправданным и допустимым. Однако при рассмотрении процессов, в которых имеют место фазовые переходы рабочего тела (например, в цилиндрах низкого давления и конденсаторах паровых турбин ТЭС и ТЭЦ, а также проточных частях турбин АЭС), использование простых уравнений состояния позволяет хорошо моделировать качественную структуру потока, адекватно оценивать потери кинетической энергии, но при этом погрешность определения таких величин, как температура, расход, мощность может быть достаточно существенной.

На сегодняшний день одним из лучших термических уравнений состояния является уравнение Бенедикта-Вебб-Рубина и его модификация [1, 2]. Наиболее точно реальные свойства воды и водяного пара описываются уравнениями IAPWS-95 [3]. Прямое использование этих уравнений состояния в трехмерных расчетах на современных компьютерах невозможно, так как в этом случае время вычислительного процесса увеличивается приблизительно на 2 порядка.

В работе представлен интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств рабочих тел для трехмерных расчетов газодинамических процессов, в частности, в проточных частях турбомашин. Метод основан на аппроксимации сложных термодинамических функций более простыми зависимостями с коэффициентами сжимаемости, вычисляемыми с помощью интерполяционных полиномов третьего порядка. Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает $\pm 0,1\%$), но при этом не требуется существенно увеличения вычислительных затрат.

2. Аппроксимация термодинамических функций замыкания

Современные методы расчета трехмерных вязких течений в проточных частях турбомашин основаны на решении системы уравнений Навье-Стокса. Для замыкания этих уравнений необходимо использовать ряд зависимостей, описывающих термодинамические свойства рабочего тела в виде:

$$\begin{aligned} T &= T(p, \rho), \quad \rho = \rho(i, p), \quad e = e(p, \rho), \quad p = p(e, \rho), \\ a &= a(p, \rho), \quad i = i(p, \rho), \quad C_v = C_v(p, \rho), \quad S = S(p, \rho), \\ e_p &= e_p(p, \rho), \quad e_p = e_p(p, \rho), \quad S_p = S_p(p, \rho), \\ S_p &= S_p(p, \rho), \quad T_p = T_p(p, \rho), \quad T_p = T_p(p, \rho), \end{aligned} \quad (1)$$

где T - температура; ρ - плотность; e - внутренняя энергия; p - давление; a - скорость звука; i - энтальпия; C_v - коэффициент изохорной теплоемкости; S - энтропия; e_p - частная производная внутренней энергии от давления при постоянной плотности; e_ρ - частная производная внутренней энергии от плотности при постоянном давлении; S_p - частная производная энтропии от давления при постоянной плотности; S_ρ - частная производная энтропии от плотности при постоянном давлении; T_p - частная производная температуры от давления при постоянной плотности; T_ρ - частная производная температуры от плотности при постоянном давлении.

Для определения зависимостей (1) и их использования в расчетах трехмерных вязких турбулентных течений жидкостей и газов на сегодняшний день успешное применение нашли термические уравнения состояния совершенного газа, Таммана, Ван-дер-Ваальса, как с постоянными, так и с переменными теплоемкостями [4]. Прямое применение более сложных уравнений состояния, таких как модифицированное уравнение Бенедикта-Вебб-Рубина [2], или уравнение Международного стандарта состояния воды и водяного пара IAPWS-95 [3] для определения аналитических зависимостей (1) невозможно, потому что в этом случае время вычислительного процесса увеличивается приблизительно на 2 порядка. Наиболее сложным уравнением состояния, используемым в моделях трехмерных течений, является уравнение с двумя членами ряда коэффициента сжимаемости [5].

Гораздо менее затратным является подход, предложенный в работе [4], когда функции замыкания (1) определяются интерполированием по заранее рассчитанным массивам (таблицам) термодинамических величин.

Однако, для обеспечения приемлемой точности определения термодинамических параметров в широком диапазоне изменений (например, в диапазоне рабочих режимов современных паровых турбин), может оказаться необходимым хранение массивов больших размерностей. Для уменьшения размерностей хранения массивов без ущерба точности интерполяции в работах [6, 7] предложено несколько приемов, описанных ниже.

Если независимыми переменными для определения термодинамических величин являются давление и/или плотность, то, в зависимости от рассматриваемого диапазона, величина шагов между точками массивов существенно изменяется. Например, в паровой турбине К-325-23,5 в ЦНД давление изменяется от $3 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^5$ Па, а в ЦВД – от $3 \cdot 10^6$ до $2,4 \cdot 10^7$ Па, соответственно, абсолютная величина приращения по давлению для этих объектов должна быть разной (аналогично по плотности). При подобных условиях целесообразно в качестве независимых переменных рассматривать давление и плотность в логарифмической шкале.

В случае, когда базовыми (опорными) точками для определения какой-либо термодинамической величины являются значения искомой функции, то в связи со значительной (как правило) нелинейностью термодинамических функций требуется достаточно большое количество опорных точек для обеспечения приемлемой точности интерполяции. Произвольное термическое уравнение состояния можно представить

как уравнение состояния совершенного газа с безразмерным коэффициентом сжимаемости, зависящим от двух независимых переменных, например, p и ρ . Изменение этого коэффициента гораздо менее существенно по сравнению с изменением значений искомых термодинамических функций. Тогда целесообразно в качестве базовых (опорных) точек хранить значения не искомых термодинамических величин, а значения соответствующих безразмерных коэффициентов сжимаемости.

В этом случае искомые термодинамические величины (1) для замыкания уравнений Рейнольдса будут определяться по аналитико-интерполяционным зависимостям:

$$T = \frac{p}{\rho R z_{-t}(p, \rho)}; \quad \rho = \frac{p}{i} z_{-\rho}(i, p); \quad e = \frac{p z_{-e}(p, \rho)}{\rho z_{-t}(p, \rho)};$$

$$p = \rho \cdot e \cdot z_{-p}(p, e); \quad a = \sqrt{\frac{p z_{-a}(p, \rho)}{\rho z_{-t}(p, \rho)}};$$

$$i = \frac{p}{\rho} \left(1 + \frac{z_{-e}(p, \rho)}{z_{-t}(p, \rho)} \right);$$

$$C_v = R \cdot z_{-C_v}(p, \rho); \quad S = R \cdot z_{-S}(p, \rho); \quad e_p = \frac{z_{-e}(p, \rho)}{\rho \cdot z_{-t}(p, \rho)};$$

$$e_\rho = -\frac{p z_{-e}(p, \rho)}{\rho z_{-t}(p, \rho)}; \quad S_p = \frac{C_v}{p}; \quad S_\rho = -\frac{C_p}{\rho};$$

$$T_p = \frac{p}{\rho R \cdot z_{-t}(p, \rho)};$$

$$T_\rho = -\frac{p}{\rho^2 R \cdot z_{-t}(p, \rho)},$$

где R – газовая постоянная;

$z_{-t}(p, \rho)$, $z_{-\rho}(i, p)$, $z_{-e}(p, \rho)$, $z_{-p}(p, e)$, $z_{-C_v}(p, \rho)$, $z_{-S}(p, \rho)$ – безразмерные коэффициенты сжимаемости для соответствующих термодинамических величин, определяемые с помощью интерполяции.

Формулы для определения частных производных от внутренней энергии, энтропии и температуры являются упрощенными, полученными с предположением, что коэффициенты сжимаемости в рассматриваемой точке течения являются константами. Такое допущение оправдано, так как эти величины используются в итерационных процессах для решения нелинейных уравнений, а описанное упрощение повышает устойчивость этих процессов.

Значения полных и изоэнтропических термодинамических величин определяются итерационно с помощью методики, описанной в [8].

Величины безразмерных коэффициентов сжимаемости в базовых точках определяются как:

$$z_{-t} = \frac{p}{\rho R T}; \quad z_{-e} = \frac{e}{R T}; \quad z_{-\rho} = \frac{i p}{p}; \quad z_{-p} = \frac{p}{\rho \cdot e};$$

$$z_{-a} = \frac{a^2}{R T}; \quad z_{-C_v} = \frac{C_v}{R}; \quad z_{-C_p} = \frac{C_p}{R}; \quad z_{-S} = \frac{S}{R},$$

где соответствующие величины $p, \rho, T, e, i, a, C_p, C_v$ и S вычисляются с помощью более сложных уравнений,

например, как модифицированное уравнение Бенедикта-Вебб-Рубина [2], или уравнение Международного стандарта состояния воды и водяного пара IAPWS-95 [3]. Интерполяция коэффициентов сжимаемости выполняется с помощью полинома третьего порядка. Данный подход реализован в новом программном комплексе IPMFlow, который является развитием программ FlowER и FlowER-U [8, 9].

3. Оценка погрешности аппроксимации термодинамических функций замыкания

Для оценки погрешности предложенной методики выполнено сравнение точности аппроксимации зависимостей (1) на примере уравнения Международного стандарта состояния воды и водяного пара IAPWS-95 [3]. Для интерполяции безразмерных коэффициентов сжимаемости как функций двух независимых переменных использовались двумерные массивы опорных точек размерностью 4001×2001 . На рис. 1 сплошной линией показана область определения массивов от независимых переменных давления и плотности: $500 \text{ Па} \leq p \leq 3,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$; $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 \leq \rho \leq 210 \text{ кг/м}^3$; $0,01^\circ\text{C} \leq T \leq 800^\circ\text{C}$. Штриховой линией обозначена область работы современных и перспективных паровых турбин. В области определения термодинамических функций средняя погрешность аппроксимации по всем величинам не превышает 0,05%, а максимальная – 0,8%. В области работы паровых турбин средняя погрешность аппроксимации не превосходит 0,01%, а максимальная – 0,1%.

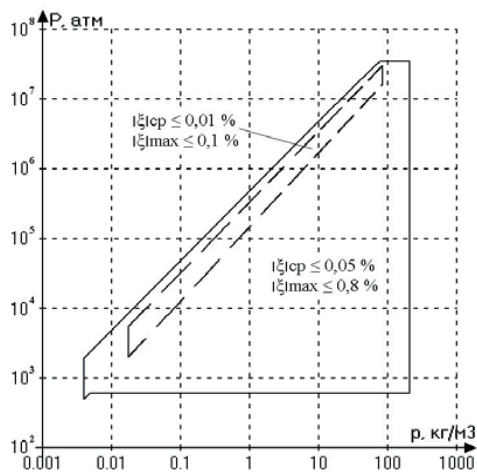


Рис. 1. Области определения термодинамических функций от независимых переменных давления (P, атм) и плотности (ρ , кг/м³)

5. Апробация интерполяционно-аналитического метода учета реальных свойств рабочих тел в расчетах трехмерных газодинамических процессов

Для проверки предложенной методики выполнены расчеты пространственного течения пара в отсеке низкого давления пятиступенчатой паровой турбины мощностью 360 МВт (рис. 2), результаты которых сравнивались с экспериментальными данными [10].

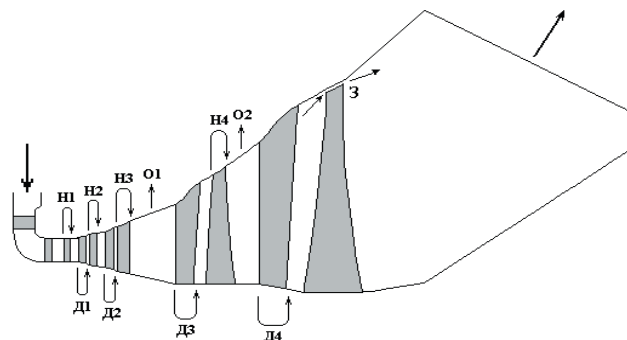


Рис. 2. Меридиональное сечение пятиступенчатой проточной части низкого давления турбины паровой турбины мощностью 360 МВт. Схема протечек и отборов: О – регенеративные отборы; Н – надбандажные протечки; Д – диафрагменные протечки; З – перетекание в радиальном зазоре

Во входном радиальном участке проточной части установлены спрямляющие лопатки. Рабочие колеса всех ступеней, кроме последней, имеют обандажные лопатки. Рабочее колесо последней ступени выполнено с радиальным зазором между корпусом и торцом рабочей лопатки. За третьей и четвертой ступенями расположены отверстия для регенеративного отбора рабочего тела. Направляющие аппараты всех ступеней (кроме первой) и рабочие колеса всех ступеней (кроме последней) оснащены типичными лабиринтными уплотнениями. Схема регенеративных отборов, протечек рабочего тела через лабиринтные уплотнения и радиальный зазор (РК последней ступени) на меридиональных обводах показана на рис. 2. Для задания граничных условий на входе и выходе из расчетной области использовались данные, полученные в натурном эксперименте Марчинковским и др. [10]: на входе – полное давление 519 кПа, полная температура 539 К; на выходе – статическое давление 8,6 кПа. Исходные данные для моделирования отборов и протечек приведены в работе [6]. Расчет проводился на структурированной сетке Н-типа, содержащей около 4 млн. ячеек.

В табл. 1 приведены интегральные характеристики потока за третьей, четвертой и пятой ступенями турбины, полученные в эксперименте [10], расчете с использованием уравнения состояния совершенного газа с постоянными удельными теплоемкостями (расчет 1), расчете с использованием уравнения состояния Ван-дер-Ваальса (расчет 2) и расчете по предложенной методике учета свойств воды и водяного пара IAPWS-95 (расчет 3).

На рис. 3 и 4 приведены сопоставления графиков распределений полного (рис. 3 а, б, в) и статического (рис. 3 г, д, е) давлений, меридионального (рис. 4 а, б, в) и тангенциального (рис. 4 г, д, е) углов потока в поперечных сечениях проточной части, полученные экспериментально и в расчетах.

Из представленных результатов расчетов видно удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных данных. Однако результаты расчета 3 в целом лучше согласуются с экспериментом. Кроме того, необходимо отметить, что константы уравнения состояния для расчетов 1 и 2 подбирались по известным экспериментальным данным, в то время, как для расчета 3 такой подбор не требуется.

Таблица 1

Интегральные характеристики				
Параметр	Эксперимент	Расчет 1	Расчет 2	Расчет 3
на выходе из 1-й ступени				
P, кПа	–	321,2	316,1	314,4
T, К	–	504,8	500,7	494,4
на выходе из 2-й ступени				
P, кПа	–	190,3	186,7	182,8
T, К	–	471,2	464,2	443,0
на выходе из 3-й ступени				
P, кПа	79,9	80,02	78,61	79,84
T, К	371,2	421,0	411,2	367,4
I, кДж/кг	2647	2690	2643	2646
G, кг/с	107,9	108,3	108,7	107,6
на выходе из 4-й ступени				
P, кПа	34,9	35,86	35,3	35,32
T, К	346,4	380,0	369,2	346,1
I, кДж/кг	2531	2568	2526	2520
G, кг/с	100,9	101,9	102,2	101,2
на выходе из 5-й ступени				
P, кПа	8,3	8,24	8,22	8,23
T, К	314,8	320,5	320,6	313,7
I, кДж/кг	2350	2390	2387	2370
G, кг/с	96,0	100,1	91,7	95,1

6. Вывод

Предложен интерполяционно-аналитический метод учета реальных свойств рабочих тел в трехмерных расчетах газодинамических процессов, в частности, для расчетов трехмерных течений пара в проточных частях турбомашин.

Метод основан на аппроксимации сложных термодинамических функций более простыми зависимостями с коэффициентами сжимаемости, вычисляемыми с помощью интерполяционных полиномов третьего порядка.

Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает ± 0,1%), но при этом не требуется существенного увеличения вычислительных затрат.

При использовании данного подхода наблюдается более точное согласование результатов расчета течения в пятиступенчатом ЦНД паровой турбины с экспериментальными данными по сравнению с расчетами, в которых используются более простые уравнения состояния.

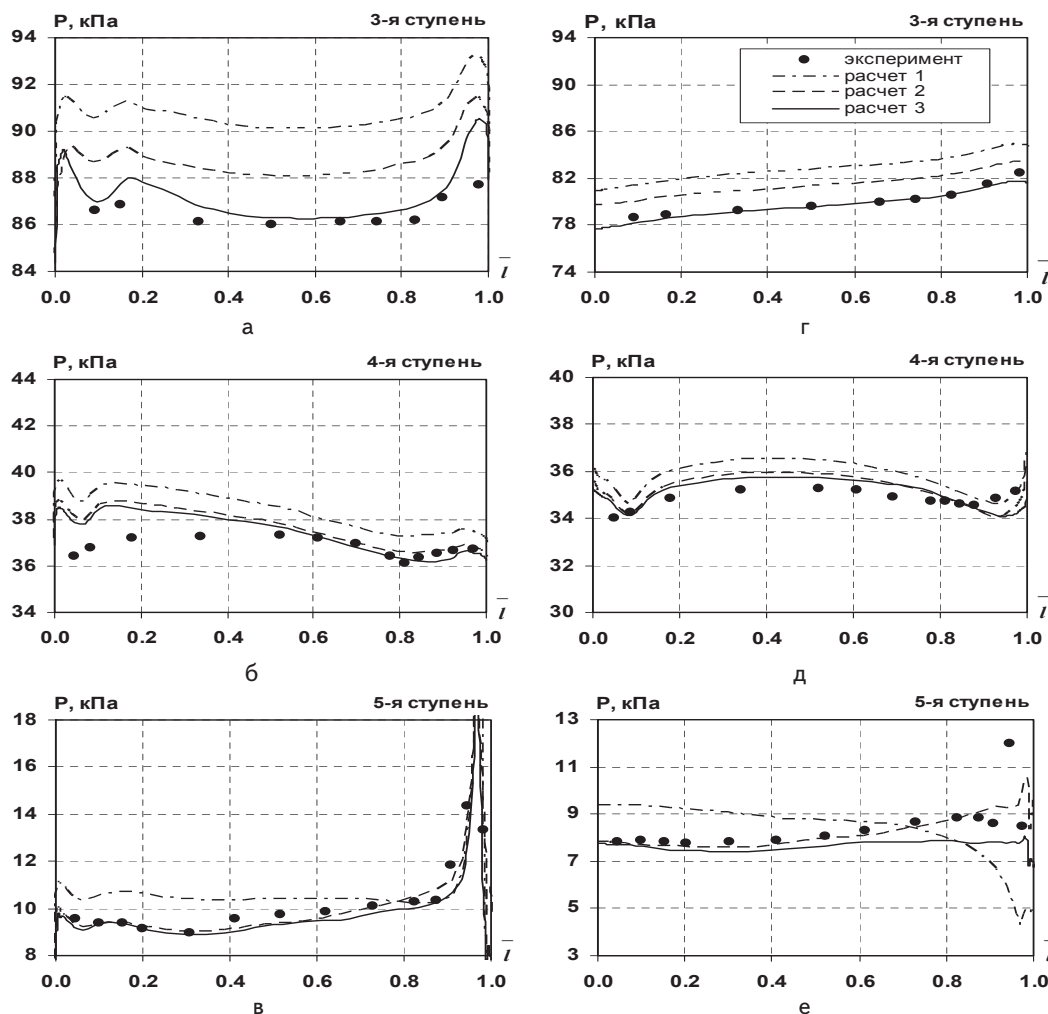


Рис. 3. Распределения полного (а, б, в) и статического (г, д, е) давлений (P, кПа) по длине лопатки (l) за третьей (а, г), четвертой (б, д) и пятой (в, е) ступенями

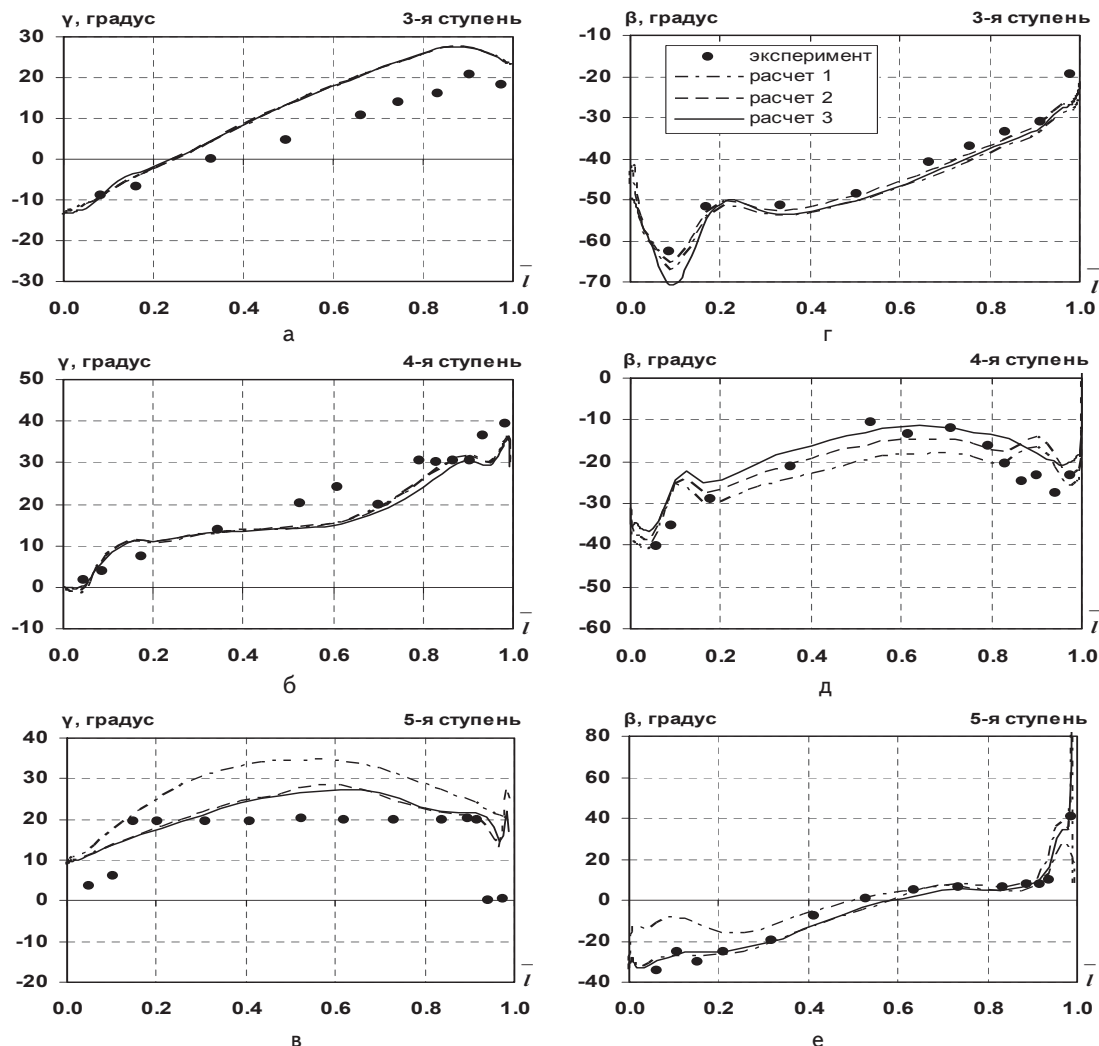


Рис. 4. Распределения меридионального (γ , градус) (а, б, в) и тангенциального (β , градус) (г, д, е) углов потока по длине лопатки (l) за третьей (а, г), четвертой (б, д) и пятой (в, е) ступенями

Литература

1. Benedict, M. An Empirical Equation for Thermodynamic Properties of Light Hydrocarbons and Their Mixtures: I. Methane, Ethane, Propane, and n-Butane [Text] / M. Benedict, G. B. Webb, L. C. Rubin // Journal of Chemical Physics. – 1940. – V. 4. – Т. 8. – P. 334–345.
2. Lee B. I. A generalized thermodynamic correlation based on three-parameter corresponding states [Text] / B. I. Lee, M. G. Kesler // The American Institute of Chemical Engineers Journal. – 1975. – V. 3. – Т. 21. – P. 510–527.
3. IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. – Available from: <http://www.iapws.org>.
4. Ершов, С. В. Численное моделирование трехмерных вязких течений несовершенного газа в турбомашинах. Часть 1. Постановка задачи [Текст] / С. В. Ершов, А. В. Русанов // Пробл. машиностроения. – 2002. – №5(4). – С. 18–25.
5. Нащокин, В. В. Техническая термодинамика и теплопередача [Текст] / В. В. Нащокин. – М.: Высшая школа, 1980. – 496 с.
6. Русанов, А. В. Использование уравнений термодинамических свойств водяного пара IAPWS-95 в 3-D расчетах [Текст] / А. В. Русанов, Н. В. Пащенко // Восточ.-Европ. журн. передовых технологий. – 2010. – № 5/7(47). – С. 37–41.
7. Русанов, А. В. Моделирование 3D течений в протонной части ЦНД паровой турбины с использованием системы уравнений термодинамических свойств воды и водяного пара IAPWS-95 [Текст] / А. В. Русанов, П. Лампарт, Н. В. Пащенко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 7(94). – С. 107–113.
8. Русанов, А. В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин [Текст] / А. В. Русанов, С. В. Ершов. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с.
9. А. с. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовісцевих турбомашинах «FlowER» [Текст] / С. В. Ершов, А. В. Русанов. – Державне агентство України з авторських та суміжних прав, ПА № 77; 19.02.96. – 1 с.
10. Marcinkowski, S. Results of extended flow measurements in the LP part of 18K370 steam turbine [Text] / S. Marcinkowski, A. Gardzilewicz, J. Gluch // Rep. Diagnostyka Maszyn. – 1999. – № 11/99. – 59 p. (in Polish).