Розглядається задача про вільні коливання ортотропних кругових циліндричних оболонок змінної товщини в рамках уточненої теорії Тимошенка-Міндліна. Досліджується вплив характеру зміни товщини оболонки в круговому напрямку на спектр частот її вільних коливань при різних граничних умовах. Для розв'язання задачі застосовуються методи сплайн-апроксимації та дискретної ортогоналізації. Розраховано частоти вільних коливань оболонок

Ключові слова: циліндричні оболонки, ортотропний матеріал, змінна товщина, уточнена теорія, метод сплайн-апроксимації

Рассматривается задача о свободных колебаниях ортотропных круговых цилиндрических оболочек переменной толщины в рамках уточненной теории Тимошенко-Миндлина. Исследуется влияние характера изменения толщины оболочки в круговом направлении на спектр частот ее свободных колебаний при различных граничных условиях. Для решения задачи используются методы сплайн-аппроксимации и дискретной ортогонализации. Проведен расчет частот свободных колебаний оболочек

Ключевые слова: цилиндрические оболочки, ортотропный материал, переменная толщина, уточненная теория, метод сплайн-аппроксимации

УДК 539.3:534.6

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Г. Г. Влайков
Кандидат технических наук, директор
Технический центр НАН Украины
ул. Покровская, 13, г. Киев, Украина, 04070
А. Я. Григоренко
Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом
Отдел вычислительных методов
Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины
ул. Нестерова, 3, г. Киев, Украина, 03057
E-mail:ayagrigorenko@yandex.ru
Л. В. Соколова
Кандидат физико-математических наук, доцент
Кафедра высшей математики
Киевский национальный университет строительства и архитектуры
пр. Воздухофлотский, 31, г. Киев, Украина, 03680

1. Введение

Решение задач динамики тонкостенных цилиндрических конструкций с переменными параметрами сопряжено со значительными трудностями, обусловленными сложностью системы исходных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами, необходимостью удовлетворения краевым условиям на ограничивающее упругое тело поверхностях. Эти трудности существенно возрастают при расчете конструктивных элементов сложной формы в случае анизотропии и неоднородности материала. Отмеченные факты обуславливают наличие лишь отдельных публикаций по данному вопросу [1-4].

Поэтому большое значение имеет разработка эффективных подходов для решения задач о стационарных динамических процессах в анизотропных неоднородных оболочечных структурах различной геометрии в рамках различных теорий оболочек и пространственной постановке, позволяющих получать с высокой степенью точности решения указанных классов задач в широком диапазоне изменения геометрических и механических параметров, реализация разработанных алгоритмов на современных персональных компьютерах.

В настоящем сообщении авторами предложен эффективный численно-аналитический подход, который базируется на сплайн-аппроксимации и методе коллокации, позволяющий свести исходную трехмерную или двухмерную задачу к системам обыкновенным дифференциальным уравнений высокого порядка. Для решения полученной одномерной краевой задачи на собственные значения применяется эффективный численный метод дискретной ортогонализации совместно с методом пошагового поиска.

Проведенные расчеты на основе предложенного подхода дают возможность провести широкий анализ поведения динамических характеристик анизотропных неоднородных цилиндрических оболочек с переменными параметрами в зависимости от характера изменения толщины оболочек, граничных условий, механических параметров.

Также проведено сравнение результатов расчетов, полученных в рамках теории упругости и различным прикладным теориям оболочек. Большое внимание в работе уделяется вопросу обоснования достоверности полученных результатов.

2. Постановка задачи

Рассмотрим открытую цилиндрическую ортотропную оболочку переменной толщины, срединная поверхность которой отнесена к ортогональной криволинейной системе координат *z,θ*, а вся оболочка к системе координат *z,θ,γ* (γ – координата в направлении нормали к срединной поверхности). Толщина оболочки *H* является переменной величиной $H=H(z,\theta)$ и отсчитывается от срединной поверхности в направлении координаты γ. Поперечное сечение рассматриваемой оболочки представлено на рис. 1.

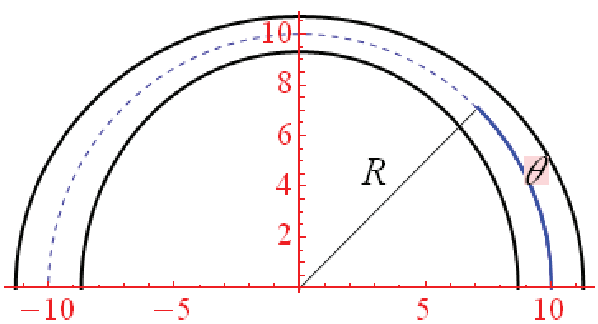

Рис. 1. Поперечное сечение незамкнутой оболочки переменной толщины

С учетом соотношений (1), связывающих малые перемещения точек оболочки с компонентами перемещений точек срединной поверхности в рамках уточненной теории Тимошенко-Миндлина:

$$u_r(r,\theta,z)=w(\theta,z)\,;\; u_\theta(r,\theta,z)=v(\theta,z)+\gamma\Psi_\theta(\theta,z)\,;$$

$$u_z(r,\theta,z)=u(\theta,z)+\gamma\Psi_z(\theta,z)\,, \qquad (1)$$

где $u(z,\theta)$, $v(z,\theta)$, $w(z,\theta)$ – перемещения срединной поверхности; $\Psi_z(z,\theta)$, $\Psi_\theta(z,\theta)$ – функции, характеризующие полный поворот нормали, запишем геометрические соотношения и соотношения упругости для рассматриваемой оболочки [5]. В результате подстановки полученных соотношений в уравнения движения получаем разрешающую систему дифференциальных уравнений в частных производных с параметром ω^2 относительно функций $u(z,\theta)$, $v(z,\theta)$, $w(z,\theta)$, $\Psi_z(z,\theta)$, $\Psi_\theta(z,\theta)$ и их производных, которую можно записать в виде:

$$L_i\left(u,\frac{\partial u}{\partial\theta},\frac{\partial u}{\partial z},\frac{\partial^2 u}{\partial^2\theta},\frac{\partial^2 u}{\partial^2 z},\frac{\partial^2 u}{\partial\theta\partial z},v,\frac{\partial v}{\partial\theta},\frac{\partial v}{\partial z},\frac{\partial^2 v}{\partial^2\theta},\frac{\partial^2 v}{\partial^2 z},\frac{\partial^2 v}{\partial\theta\partial z},\right.$$
$$w,\frac{\partial w}{\partial\theta},\frac{\partial w}{\partial z},\frac{\partial^2 w}{\partial^2\theta},\frac{\partial^2 w}{\partial^2 z},\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial z},\Psi_\theta,\frac{\partial\Psi_\theta}{\partial\theta},\frac{\partial\Psi_\theta}{\partial z},\frac{\partial^2\Psi_\theta}{\partial^2\theta},\frac{\partial^2\Psi_\theta}{\partial^2 z}, \qquad (2)$$
$$\left.\frac{\partial^2\Psi_\theta}{\partial\theta\partial z},\Psi_z,\frac{\partial\Psi_z}{\partial\theta},\frac{\partial\Psi_z}{\partial z},\frac{\partial^2\Psi_z}{\partial^2\theta},\frac{\partial^2\Psi_z}{\partial^2 z},\frac{\partial^2\Psi_z}{\partial\theta\partial z},\omega^2\right)=0\,,$$

где $L_i\left(i=\overline{1,5}\right)$ – линейные операторы. Добавляя граничные условия на контурах оболочки, получаем двумерную краевую задачу.

3. Методика решения

Для решения поставленной задачи используется и развивается эффективная численно-аналитическая методика, основанная на сведении двумерной краевой задачи к одномерной задаче на собственные значения методом сплайн-коллокации и последующим ее решением методом дискретной ортогонализации с применением метода пошагового поиска [5-8].

Решение системы (2) будем искать в следующем виде:

$$u(z;\theta)=\sum_{i=0}^{N}u_i(\theta)\varphi_{1i}(z)\,,\; v(z;\theta)=\sum_{i=0}^{N}v_i(\theta)\varphi_{2i}(z),$$

$$w(z;\theta)=\sum_{i=0}^{N}w_i(\theta)\varphi_{3i}(z)\,,\Psi_z(z;\theta)=\sum_{i=0}^{N}\Psi_{zi}(\theta)\varphi_{4i}(z)\,,$$

$$\Psi_\theta(z;\theta)=\sum_{i=0}^{N}\Psi_{\theta i}(\theta)\varphi_{5i}(z)\,, \qquad (3)$$

где $u_i(\theta)$, $v_i(\theta)$, $w_i(\theta)$, $\psi_{\theta i}(\theta)$, $\psi_{zi}(\theta)$ – искомые функции переменной θ, $\varphi_{ji}(z)$ $\left(j=\overline{1,5};i=\overline{0,N}\right)$ – линейные комбинации *B*-сплайнов третьей степени на равномерной сетке Δ: $0=z_0<z_1<\ldots<z_N=L$ с учетом граничных условий при $z=0$ и $z=L$.

Систему дифференциальных уравнений (3) можно привести к виду

$$\bar{Y}'=A(\theta,\omega)\bar{Y}\,, \qquad (4)$$

где $\bar{Y}=\{\bar{u},\bar{u}',\bar{v},\bar{v}',\bar{w},\bar{w}',\bar{\psi}_z,\bar{\psi}_z',\bar{\psi}_\theta,\bar{\psi}_\theta'\}^T$, $A(\omega,\theta)$ – квадратная матрица порядка 10(*N*+1)×10(*N*+1). Граничные условия запишутся в виде

$$B_1\bar{Y}(0)=\bar{0}\,;\; B_2\bar{Y}(\pi)=\bar{0}\,, \qquad (5)$$

где B_1 и B_2 – прямоугольные матрицы порядка 5(*N*+1)×10(*N*+1).

Краевая задача (4) – (5) на собственные значения решалась методом дискретной ортогонализации совместно с методом пошагового поиска.

4. Анализ результатов

Исследуются спектры частот свободных колебаний открытых ортотропных цилиндрических оболочек переменной толщины в круговом направлении с целью изучения влияния различных законов изменения толщины оболочки в круговом направлении на ее динамические характеристики при различных граничных условиях. Для проведения расчетов рассматривалась незамкнутая ортотропная оболочка, изготовленная из волокнистого стеклопластика с ортогонально уложенными слоями в соотношении 5:1 со следующими характеристиками упругости [9]:

$\nu_{\theta z} = 0.149$, $\nu_{z\theta} = 0.0648$, $E_z = 4.76{\cdot}10^4$ МПа, $E_\theta = 2.07{\cdot}10^4$ МПа,

$G_{z\theta} = 0.531{\cdot}10^4$ МПа, $G_{z\gamma} = 0.501{\cdot}10^4$ МПа, $G_{\theta\gamma} = 0.434{\cdot}10^4$ МПа.

Геометрические параметры оболочки: длина $L = 20$, радиус $R = 10$ и начальная толщина $H_0 = 2$ при $0 \le \theta \le \pi$. Толщина оболочки изменяется по следующим законам, сохраняющим ее массу:

- A – $H(\theta) = H_0\left(1 + \alpha\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)\Big/\pi\right)$ – линейный закон.
- B – $H(\theta) = H_0\left(1 + \alpha\left(6\cdot\dfrac{\theta^2}{\pi^2} - 6\cdot\dfrac{\theta}{\pi} + 1\right)\right)$ – квадратичный закон.
- C – $H(\theta) = H_0(1 + \alpha\cos 2\theta), 0 \le \theta \le \pi$ – тригонометрический закон изменения толщины оболочки.

Расчеты проводились при N = 18 – число точек коллокации. Параметр изменения толщины α принимает значения: α = 0 (оболочка постоянной толщины) и α = 0,3 (оболочка переменной толщины).

В табл. 1 представлены первые пять значений безразмерного параметра $\Omega_m = \omega_m H_0\sqrt{\rho / E_0}$, ($m$ – номер частоты), E_0 = 10^4 МПа, характеризующего частоты колебаний рассмотренной оболочки, контуры которой закреплены следующим образом: при z = 0 и z = L контур жестко закреплен $u=v=w=\Psi_\theta=\Psi_z=0$; при $\theta=0$ и $\theta=\pi$ контур шарнирно опертый $u = \dfrac{\partial v}{\partial\theta} = w = \Psi_z = \dfrac{\partial \Psi_\theta}{\partial\theta} = 0$ (граничные условия I).

Таблица 1

Сравнение частот свободных колебаний ортотропных оболочек в зависимости от характера изменения толщины (граничные условия I)

		A		B		C	
	α = 0	α = 0,3	Δ%	α = 0,3	Δ %	α = 0,3	Δ %
Ω_1	0,0772	0,0770	0,26%	0,0769	0,39%	0,0765	0,91%
Ω_2	0,0871	0,0879	0,92%	0,0886	1,72%	0,0895	2,76%
Ω_3	0,0921	0,0921	0%	0,0915	0,65%	0,0913	0,87%
Ω_4	0,1146	0,1146	0%	0,1146	0%	0,1146	0%
Ω_5	0,1278	0,1273	0,39%	0,1266	0,94%	0,1257	1,64%

Рассчитано процентное отношение изменения полученных частот к соответствующим частотам колебаний оболочки постоянной толщины.

В табл. 2 приведены значения частотного параметра $\Omega_m = \omega_m H_0\sqrt{\rho / E_0}$, ($m$ – номер частоты) свободных колебаний рассматриваемой оболочки, контуры которой закреплены следующим образом: при z = 0 и z = L контур шар-нирно опертый $\dfrac{\partial u}{\partial z} = v = w = \dfrac{\partial \Psi_z}{\partial z} = \Psi_\theta = 0$, при θ = 0 и θ = π контур жестко закреплен $u = v = w = \Psi_\theta = \Psi_Z = 0$ (граничные условия II)

Таблица 2

Сравнение частот свободных колебаний ортотропных оболочек в зависимости от характера изменения толщины (граничные условия II)

		A		B		C	
	α = 0	α = 0,3	Δ%	α = 0,3	Δ %	α = 0,3	Δ %
Ω_1	0,0729	0,0728	0,14%	0,0776	6,45%	0,0764	4,80%
Ω_2	0,0777	0,0776	0,13%	0,0795	2,32%	0,0844	8,62%
Ω_3	0,0859	0,0856	0,35%	0,0876	1,98%	0,0887	3,26%
Ω_4	0,1326	0,1321	0,38%	0,1338	0,91%	0,1315	0,83%
Ω_5	0,1373	0,1371	0,15%	0,1390	1,24%	0,1376	0,22%

Анализ результатов, представленных в таблицах 1-2, показывает, что при рассмотренных граничных условиях влияние линейного закона (A) изменения толщины оболочки на частоты ее свободных колебаний незначительно, квадратичного закона (B) и тригонометрического закона (C) более выражено по сравнению с линейным законом. Причем, при жестком закреплении в круговом направлении и шарнирном в продольном (граничные условия II) влияние переменной толщины на значения первых частот более существенно.

Результаты проведенного численного эксперимента позволяют сделать вывод о том, что изменяя толщину оболочки по различным законам, сохраняющим массу оболочки, а также изменяя граничные условия на контурах оболочки, можно влиять на спектр частот свободных колебаний круговых цилиндрических ортотропных оболочек.

Литература

1. Qatu, M. S. Recent research advances in the dynamic behavior of shells: 1989-2000, Part 2: Homogeneous shells [Текст] / M. S. Qatu // Appl. Mech. Rev. – 2002. – Vol. 55. – P. 415-434.
2. Sividas, K.R. Free vibration of circular cylindrical shells with axially varying thickness [Текст] / K.R. Sividas, N. Ganesan // J. Sound Vib. – 1991. – Vol. 147, № 1. – P. 73-85.
3. Zhang, L. Exact solution for vibration of stepped circular cylindrical shells [Текст] / L. Zhang, V. Xiang // J. Sound Vib. – 2007. – Vol. 299. – P. 948-964.
4. Suzuki, K. Exact solution for the free vibration of open cylindrical shells with circumferentially varying curvature and thickness [Текст] / K. Suzuki, A.W. Leissa // J. Sound Vib. – 1986. – Vol. 107(1). – P. 1-15.

5. Григоренко, А. Я. Об одном подходе к исследованию свободных колебаний цилиндрических оболочек переменой в круговом направлении толщины в уточненной постановке [Текст] / А.Я. Григоренко, Т.Л. Ефимова, Л.В. Соколова // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – Т. 52, № 3. – С. 103–115.
6. Grigorenko, A. Ya. Application of Spline-Approximation for Solving the Problems on Natural Vibration of Rectangular Plates of Variable Thickness [Текст]/ A.Ya. Grigorenko, T.L. Efimova // Int. Appl. Mech. – 2005. – Vol. 41. – P. 1161-1169.
7. Григоренко, Я.М. Методы расчета оболочек в 5 т. Т.4. Теория оболочек переменной жесткости [Текст]/ Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко. – К.: Наук. думка, 1981. – 543 с
8. Григоренко, Я.М. Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей [Текст]/ Я.М. Григоренко, Г.Г. Влайков, А.Я. Григоренко.-К.: Академпериодика, 2006. – 472 с.
9. Ашкенази, Е.К. Анизотропия конструктивних материалов [Текст]/ Е.К. Ашкенази, Э.В. Ганов. Справочник. 2-е изд., пере раб. и доп. – Л.: Машиностроение. Ленингр. Отд-ние, 1980. – 247с

УДК 621.438+621.311.22

СХЕМЫ ВЫСОКОЭКОНОМИЧНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПГУ С ПЕРСПЕКТИВНЫМИ ГТУ БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

В. Е. Михайлов
Доктор технических наук, генеральный директор*
Л. А. Хоменок
Доктор техничских наук, профессор, заместитель генерального директора*
П. А. Ермолаев
Заведующий лабораторией парогазовых установок*
А. Н. Кохоновер
Инженер-конструктор
*ОАО НПО ЦКТИ
ул. Атаманская, 3/6, Санкт-Петербург, Россия, 191167
E-mail: general@ckti.ru

Наведено дані відносно передескізних проектів перспективних енергетичних ПГУ на основі ГТУ великої потужності, у тому числі ГТД-110, виконаних згідно бінарної схеми та схемам газотурбінних надбудов. Розроблено технічні пропозиції щодо теплових й механічних схем потужних енергетичних ГТУ та ПГУ на їх основі з ККД 62…63 %

Ключові слова: енергетичні й теплові установки, ПГУ, ГТУ, потужність, механічні схеми

Приведены данные предэскизных проектов перспективных энергетических ПГУ на основе ГТУ большой мощности, в том числе ГТД-110, выполненных по бинарной схеме и по схемам газотурбинных надстроек. Разработаны технические предложения для тепловых и механических схем мощных энергетических ГТУ и ПГУ на их основе с КПД 62…63 %

Ключевые слова: энергетические и тепловые установки, ПГУ, ГТУ, мощность, механические схемы

1. Введение

Данные разработки относятся к области энергетического машиностроения, в частности к созданию газотурбинных и парогазовых установок (ГТУ и ПГУ).

В настоящее время необходимо определить рациональный облик перспективных ПГУ на основе отечественных ГТУ большой мощности, сформировать основные технические требования к таким ПГУ, включая требования высокой экономической эффективности электрогенерации, расширения регулировочного диапазона и улучшения экологических показателей.

Основной проблемой является создание перспективной отечественной ПГУ большой мощности, наиболее быстрореализуемым проектом которой будет ПГУ на основе серийно выпускаемой газотурбинной установки ГТД-110. Этот ГТД, при его модернизации и повышении технико-экономических показателей позволит получить экономичность новой ПГУ на уровне 58...60 % и современный уровень экологической безопасности.

2. Основная часть

Для решения этих задач в ОАО «НПО ЦКТИ» в 2012 году был выполнен комплекс из двух НИОКР, направленных на разработку базовых технологий, материалов и оборудования для ПГУ на базе ГТУ большой мощности, выполненный по заказу ОАО «НПО Сатурн» на основании Государственного контракта.