

УДК 681.5.015:007

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.160719

Розробка аналітичного методу обмеження складності нейро-нечітких моделей гарантованої точності

Б. Т. Ситнік, В. О. Бриксін, С. І. Яцько, Я. В. Ващенко

Запропоновано аналітичний метод обмеження складності нейро-нечітких моделей, що забезпечують гарантовану точність їх реалізації при апроксимації функцій, які мають дві і більше похідних. Метод дозволяє визначати необхідне мінімальне число параметрів для систем із застосуванням нечіткої логіки та нейронних моделей.

Проведена оцінка необхідного числа нейронів (термів) моделі, що забезпечують необхідну точність наближення площі модельної кривої до системної на ділянках апроксимації функції. Оцінку похибки апроксимації отримано по залишковим членам розкладання в формі Лагранжа площ апроксимованої системної функції в ряд Маклорена. Отримані результати дозволяють визначати необхідне число ділянок апроксимації та кількість нейронів (термів) для забезпечення заданої відносної і абсолютної похибки апроксимації.

Проведена оцінка необхідного числа нейронів (термів), що забезпечують необхідну точність реалізації моделі по максимальному відхиленню між системною і модельною кривими на ділянці апроксимації. Це дозволяє обирати, в залежності від заданої необхідної точності, число термів нечітких змінних, вхідних і вихідних змінних, лінгвістичних правил, координат модальних значень на осях вхідних і вихідних змінних.

Для перевірки правильності запропонованих рішень проведено моделювання системних кривих в середовищі Matlab/Simulink, яке підтвердило гарантовану точність їх реалізації у відповідності до приведених раніше аналітичних розрахунків.

Отримані результати можуть бути застосовані в сучасних інтелектуальних технічних системах керування, контролю, діагностики та прийняття рішення. Використання запропонованих методів по вибору і використанню мінімальної кількості термів (нейронів) сприятиме зменшенню затребуваної обчислювальної потужності в нелінійних системах

Ключові слова: апроксимація, гарантована точність, нечітка логіка, нейронні мережі, імітаційне моделювання

1. Вступ

Відомо, що рухомі технічні об'єкти з нелінійними і змінними параметрами (напр., транспорт, роботи, дрони) функціонують в умовах впливу на них збурень залежно від маси, вітру, траєкторії і профілю, перешкод змінної інтенсивності [1]. Для здійснення їх контролю необхідна нелінійна корекція параметрів в налаштуваннях системи керування, формування заданих

траєкторій руху, обмеження необхідної швидкості руху в уставці регулятора швидкості та ін. [2].

Застосування традиційних цифрових ПД-регуляторів в даному випадку виявляється недостатньо ефективним, зважаючи на значну кількість випадкових, хаотичних, нелінійних і нечітких змінних параметрів в характеристичних рівняннях замкненої системи [3].

Для завдання потрібних нелінійних траєкторій руху рухомих об'єктів та нелінійної корекції параметрів налаштування регуляторів в системах керування необхідна гарантована точність реалізації їх моделей [4].

У випадках, коли застосування традиційних методів керування системою виявляється недостатньо через відсутність точних знань про об'єкт керування, застосовуються спеціальні методи розрахунку та прийняття рішень. До таких алгоритмів відносять адаптивні технології, нечітку логіку, штучні нейромережі, генетичні алгоритми.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В [5] авторами отримана спрощена аналітична оцінка мінімально необхідної кількості ділянок апроксимації кривої траєкторії руху другого порядку методом трапецій з гарантованою точністю. Для кривих вищих порядків така оцінка відсутня [6]. Для врахування в законі керування всіх змінних в часі, що впливають на процес керування, використовуються адаптивні [7], ситуаційні [8], нечіткі [9], нейронні і нейро-нечіткі моделі і регулятори [10], генетичні алгоритми [11]. Зазначені алгоритми здатні покращувати властивості систем керування і прийняття рішення, однак ефективність їх функціонування визначається оптимальною структурою для можливостей вирішення визначеного класу задач. Ефективність методів нейронечіткого моделювання та керування зростає, якщо їх використовувати спільно з методами, заснованими на інтелектуальних машинах [12].

Аналіз робіт даній області [13–15] показав відсутність аналітичних залежностей для визначення складності моделей в залежності від заданої точності їх реалізації.

В [13], наприклад, взяті за основу дослідження по психології про те, що людина із середніми здібностями в змозі одночасно зберігати в пам'яті від 5 до 9 інформаційних гранул (термів). Таким чином, при реалізації нечіткої продукційної моделі число термів вхідних і вихідних змінних рекомендується вибирати від 5 до 7. Число r продукційних правил запропоновано визначати за формулою

$$r = z^{\omega},$$

де z – число нечітких множин, ω – число входів x_i моделі.

Число параметрів p для завдання функцій приналежності рекомендується обирати за формулою

$$p = r + \omega \cdot z = z^{\omega} + \omega \cdot z,$$

а при реалізації моделі з використанням ШНМ початкове число нейронів m в проміжному шарі ШНМ рекомендується вибирати за формулою

$$m = \sqrt{pl},$$

де p і l число вхідних і вихідних нейронів, відповідно.

Однак зазначена рекомендація не дозволяє мінімізувати число термів нечітких змінних або число нейронів в проміжному шарі ШНМ в залежності від необхідної точності реалізації моделі.

В [14] число нейронів m в проміжному шарі ШНМ рекомендується коригувати до досягнення заданої точності апроксимації. Для генетичних алгоритмів [15] в процесі навчання ШНМ для досягнення необхідної точності моделювання в пошукових процедурах також необхідно знати необхідну кількість хромосом, мутацій, відстаней між ними і т.п.

Таким чином, зазначається на недостатності існуючих методів з визначення мінімально необхідної кількості термів або нейронів, здатних забезпечити гарантовану точність реалізації моделі.

Рішення даної задачі можна отримати за оцінкою наближення площі модельної кривої до системної або за максимальним відхиленням між системною і модельною кривими на ділянках апроксимації функції.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою роботи є розробка аналітичного методу обмеження складності нейро-нечітких моделей, що забезпечують гарантовану точність їх реалізації при апроксимації функцій. Це має забезпечити зменшення надлишковості та раціональний вибір числа термів нечітких змінних або нейронів в залежності від заданої необхідної точності.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- розробити методику оцінки необхідного числа нейронів (термів) моделі, що забезпечують необхідну точність наближення площі модельної кривої до системної на ділянках апроксимації функції;
- розробити методику оцінки необхідного числа нейронів (термів), що забезпечують необхідну точність реалізації моделі по максимальному відхиленню між системною і модельною кривими на ділянці апроксимації;
- розглянути прикладну реалізацію створення нечіткої моделі та моделі з використанням ШНМ для системи із заданою залежністю.

4. Модель системи та розробка методу обмеження складності нейро-нечітких моделей гарантованої точності

Розглянемо модель системи, що описується функцією високого порядку вигляду

$$y_c = f_c(x) = a_l x^{2l} + a_{l-1} x^{2l-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0, \quad (1)$$

що має $2l$ похідних, наприклад, для $2l \geq 2$:

$$y_c = \mu \sqrt{x_c}, \quad y_c = \mu x_c^{l+1}, \quad x^2 + y^2 = r^2, \quad y_c = A \sin(\mu x) \text{ та ін.} \quad (2)$$

Приклад графіка $y_c = f_c(x)$ системної кривої $y_c = \sqrt{x_c}$ і модельних кривих реалізованих методом прямокутників (1) і методом трапецій (2) наведено на рис. 1.

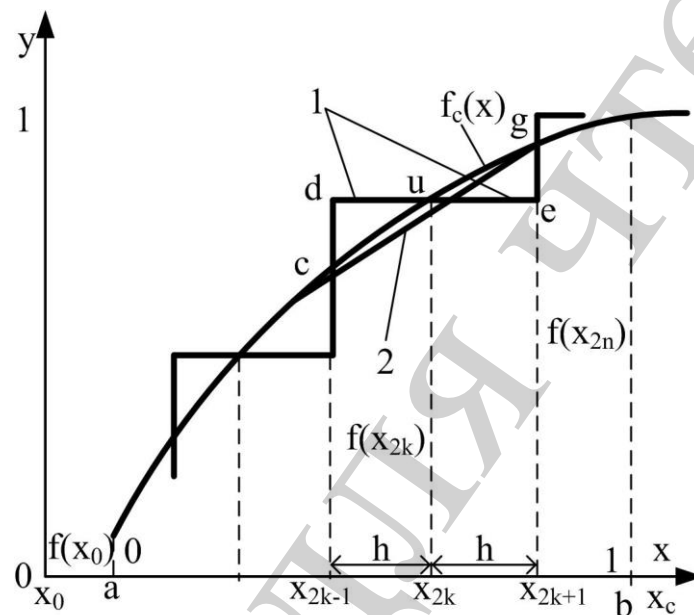


Рис. 1. Графіки залежностей кривої, що апроксимується, і апроксимуючих кривих

4. 1. Оцінка числа нейронів (термів) для наближення модельної кривої до системної

Для оцінки необхідного числа нейронів (термів) моделі, що забезпечують необхідну точність наближення площі модельної кривої до системної на ділянках апроксимації функції виконано оцінку похибки апроксимації. Оцінку похибки апроксимації можна отримати по залишковим членам розкладання в формі Лагранжа площ системної функції $f_c(x)$ в ряд Маклорена. Координата абсциси модельованої системної функції x_c і безрозмірна відносна координата абсциси модельної функції x пов'язані співвідношенням

$$\frac{(x-0)}{(1-0)} = \frac{(x_c-a)}{(b-a)}, \quad (3)$$

звідки

$$n\Delta_x = nh = \frac{n(x_c - a)}{(b - a)} = \frac{n\Delta_{x_c}}{(b - a)} = 1. \quad (4)$$

Для обчислення площі під кривою $f_c(x)$ із заданою точністю на сегменті $(-\Delta_{x_c}, \Delta_{x_c})$, тобто визначеного інтегралу – первісної функції $F_c(x)$, з використанням інтерполяційного полінома Тейлора або Маклорена.

З огляду на те, що первісна функція $F_c(x)$ має на сегменті $(-\Delta_{x_c}, \Delta_{x_c})$ три похідних, розкладемо цю функцію в ряд Маклорена із залишковим членом у формі Лагранжа

$$F_c(x) = \int_{-\Delta_{x_c}}^{\Delta_{x_c}} f_c(x) dx = F_c(\Delta_{x_c}) - F_c(-\Delta_{x_c}) =$$

$$= \left[F_c(0) + F_c^{(1)}(0) + F_c^{(2)}(0) \frac{x_c^2}{2} + F_c^{(3)}(x_{2k}) \frac{x_c^3}{6} \right]_{-\Delta_{x_c}}^{\Delta_{x_c}}. \quad (5)$$

З урахуванням (5)

$$F_c^{(1)}(0) = f_c(0), \quad F_c^{(2)}(0) = f_c^{(1)}(0), \quad F_c^{(3)}(x_{2k}) = f_c^{(2)}(x_{2k}),$$

$$\int_{x_{2k-h}}^{x_{2k+h}} f_c(x) dx \approx 2f_c(x_{2k})\Delta_{x_c} + \frac{\Delta^2 f_c(x_{2k}) (\Delta_{x_c})^3}{\Delta_{x_c}^2 \cdot 3} =$$

$$= 2f_c(x_{2k})\Delta_{x_c} + f_c^{(2)}(x_{2k}) \frac{(b-a)^3}{3n^3} = 2f_c(x_{2k})\Delta_{x_c} + \Delta_c. \quad (6)$$

Таким чином, абсолютна похибка апроксимації Δ_c дорівнює

$$\Delta_c = \frac{\Delta^2 f_c(x_{2k}) (b-a)^3}{\Delta_{x_c}^2 \cdot 3n^3} = \Delta^2 f_c(x_{2k}) \frac{(b-a)}{3n}. \quad (7)$$

З (7) отримаємо число n ділянок апроксимації (8) кривої $f_c(x)$ нейронної або нечіткої моделі на ділянці (a, b) із заданою похибкою Δ_c апроксимується за формулою прямокутників (9) або по формулі трапецій (10)

$$n = \Delta^2 f_c(x_{2k}) \frac{b-a}{\Delta_c}, \quad (8)$$

$$F_c(x) = \int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{n} [f(x_0) + f(x_2) + \dots + f(x_{2n-2})] + \Delta_c, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 F_c(x) &= \int_a^b f(x)dx = \\
 &= \frac{b-a}{n} \left[\frac{f(x_0) + f(x_{2n})}{2} + f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{2n-2}) \right] + \Delta_c.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Аналогічно, із заданою абсолютною похибкою Δ на сегменті $(-h, h)$, при $a=0$ і $b=1$ обчислимо площу $F(x)$ під кривою $f(x)$ за допомогою розкладання первісної функції $F(x)$ в ряд Маклорена із залишковим членом у формі Лагранжа

$$F(x) = \int_{-h}^h f(x)dx = F(h) - F(-h), \tag{11}$$

де

$$-h = x_{2k} - x_{2k-1}, \quad h = x_{2k+1} - x_{2k}.$$

$$\begin{aligned}
 \int_{-h}^h f(x)dx &= F(h) - F(-h) = \\
 &= \left[F(0) + f(0)h + f^{(1)}(0)\frac{h^2}{2} + f^{(2)}(x_{2k})\frac{h^3}{6} \right] - \\
 &- \left[F(0) + f(0)h + f^{(1)}(0)\frac{h^2}{2} - f^{(2)}(x_{2k})\frac{h^3}{6} \right] = \\
 &= 2f(0)h + f^{(2)}(x_{2k})\frac{h^3}{3} = f(0)2h + \frac{d^2 f(x_{2k})}{d(x_{2k})^2} \frac{(2h)^3}{24},
 \end{aligned} \tag{12}$$

де x_{2k} – деяка точка на сегменті $(-h, h)$.

Так як

$$\frac{d^2 f(x_{2k})}{d(x_{2k})^2} \approx \frac{\Delta^2 f(x_{2k})}{\Delta x_{2k}^2} \frac{(h)^3}{3}, \tag{13}$$

$$\Delta x_{2k}^2 = h = \frac{1}{n} \quad \text{і} \quad \Delta^2 f(x_{2k}) = f(x_{2k}) - 2f(x_{2k-1}) + f(x_{2k-2}), \tag{14}$$

то

$$\int_{-h}^h f(x)dx \approx 2f(x_{2k})h + \frac{\Delta^2 f(x_{2k})(h)^3}{3} = 2f(x_{2k})h + \Delta, \quad (15)$$

де абсолютна похибка апроксимації Δ дорівнює

$$\Delta = \frac{\Delta^2 f(x_{2k})h}{3} = \Delta^2 f(x_{2k}) \frac{1}{3n}. \quad (16)$$

З (16) отримаємо число n ділянок апроксимації (17) кривої $f(x)$ нейронної або нечіткої моделі [7] на ділянці $(0, 1)$ із заданою абсолютною похибкою апроксимації Δ за формулою прямокутників (18) або за формулою трапецій (19)

$$n = \frac{\Delta^2 f(x_{2k})}{3\Delta} = \frac{1}{h} = \frac{1}{x_{2k} - x_{2k-1}}, \quad (17)$$

$$F(x) = \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{n} [f(x_0) + f(x_2) + \dots + f(x_{2n-2})] + \Delta, \quad (18)$$

$$F(x) = \int_a^b f(x)dx = \frac{1}{n} \left[\frac{f(x_0) + f(x_{2n})}{2} + f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{2n-2}) \right] + \Delta. \quad (19)$$

Позначимо відносну похибку апроксимації

$$\delta = \frac{3\Delta}{\Delta^2 f(x_{2k})}, \quad (20)$$

звідки

$$\delta = \frac{\delta \Delta^2 f(x_{2k})}{3}.$$

Наприклад, для функції $y = \mu x^2$, $\Delta^2 f(x_{2k}) = 0.02\mu$ для $n=10$, $h=0.1$, і для будь-яких двох сусідніх ділянок

$$\frac{d^2 f(x_{2k})}{d(x_{2k})^2} = \frac{\Delta^2 f(x_{2k})}{h^2} = 2\mu,$$

$$\Delta = \frac{\delta \Delta^2 f(x_{2k})}{3} = \delta \frac{0.02\mu}{3} = 0.00067\delta\mu.$$

З (17) отримаємо

$$n = \frac{1}{h} = \frac{1}{x_{2k} - x_{2k-1}} = \frac{1}{\delta}. \quad (21)$$

З виразу (21) отримаємо координати абсцис модальних значень наступної точки x_{2k+1} моделі кривої по координаті попередньої точки x_{2k-1} і заданому значенню похибки δ

$$x_{2k} = x_{2k-1} \pm \delta. \quad (22)$$

У табл. 1 для $x_{\max}=1$, $x_{\min}=0$ наведена залежність числа n необхідних ділянок апроксимації і числа нейронів або термів m нечітких змінних x , у залежно від заданих значень похибок апроксимації δ або Δ .

Таблиця 1

Залежності похибки апроксимації від числа ділянок, нейронів або термів

δ	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Δ	0.00335 μ	0.00134 μ	0.00067 μ	0.000335 μ	0.000134 μ	0.000067 μ
n	2	5	10	20	50	100
m	3	6	11	21	51	101

4. 2. Оцінка числа нейронів (термів) для забезпечення точності реалізації моделі

На наступному етапі досліджень проведена оцінка необхідного числа нейронів (термів), що забезпечують необхідну точність реалізації моделі по максимальному відхиленню між системною і модельною кривими на ділянці апроксимації. Модель цієї системи у будемо шукати у вигляді відрізків прямих ліній, що проходять через точки з координатами x_1, y_1 і x_2, y_2 , що знаходяться на кривій, яка апроксимується, із заданою максимальною погрішністю відхилення Δ_{\max} . Запишемо рівняння прямої що проходить через дві точки кривої з координатами x_1, y_1 і x_2, y_2

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}. \quad (23)$$

З урахуванням (1) зробимо в (12) підстановку

$$\frac{y - f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}. \quad (24)$$

В результаті отримаємо

$$y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} [f(x_2) - f(x_1)] + f(x_1). \quad (25)$$

Похибку апроксимації Δ визначимо як максимальне відхилення між системною $f_c(x)$ і модельною $f(x)$ кривими на ділянці апроксимації із співвідношення (26)

$$\Delta = y - y_c = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} [f(x_2) - f(x_1)] + f(x_1) - f_c(x). \quad (26)$$

Максимум похибки Δ_{\max} визначимо з умови

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{\partial f_c(x)}{\partial x} = 0, \quad (27)$$

і отримаємо залежність координати наступної точки x_2 по координаті попередньої точки кривої x_1 і заданому значенню максимальної похибки Δ_{\max} .

Приклад реалізації модельованої системи гарантованої точності, що описується відносно початку координат $O(0, 0)$ рівнянням нецентральної кривої 2-го порядку виду

$$a_2 x^2 + 2a_1 x + a_0 + 2b_0 y = 0, \quad (28)$$

розглянуто авторами в [5]. Перетворення рівняння (28) представляє собою криву (параболу), зміщену відносно початку координат

$$y = f(x) = -\frac{a_2 x^2}{2b_0} - \frac{2a_1 x}{2b_0} - \frac{a_0}{2a_1}.$$

Перетворення рівняння параболи (28) і перенесення початку координат в точку O' з координатами

$$x_c = x + \frac{a_1}{a_2}; \quad y_c = y + \frac{a_0}{2a_1} - \frac{a_1^2}{2b_0 a_2}; \quad O' \left(-\frac{a_1}{a_2}; \frac{a_1^2}{2b_0 a_2} - \frac{a_0}{2b_0 a_2} \right)$$

дає модельовану систему, описувану рівнянням параболи (29).

$$y_c = \mu x^2, \quad (29)$$

де $\mu = \frac{1}{2p} = -\frac{a_2}{2b_0}$, p – відстань від фокуса до директриси параболи.

Модель цієї системи в [5] знайдена у вигляді відрізків прямих ліній, що проходять через точки з координатами x_1, y_1 і x_2, y_2 параболи (29) із заданою максимальною погрішністю Δ_{\max} відхилення між кривою (29) і прямою (25). Запишемо рівняння прямої, що проходить через дві точки з координатами x_1, y_1 і x_2, y_2 . З урахуванням (29) в (25) зроблена підстановка

$$y_1 = \mu x_1^2, \text{ а } y_2 = \mu x_2^2.$$

В результаті отримано

$$\frac{y - \mu x_1^2}{\mu(x_2^2 - x_1^2)} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot \frac{x_2 + x_1}{x_2 + x_1} = \frac{(x - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 - x_1^2},$$

звідки

$$y - \mu x_1^2 = \mu(x - x_1)(x_2 + x_1) = \mu(xx_2 + xx_1 - x_1x_2 - x_1^2)$$

або

$$y = \mu[(x_1 + x_2)x - x_1x_2]. \quad (30)$$

Похибка апроксимації Δ визначена як різниця

$$\Delta = y - y_c = \mu[(x_1 + x_2)x - x_1x_2 - x^2]. \quad (31)$$

Максимум похибки визначено з умови

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x} = \mu[x_1 + x_2 - 2x] = 0,$$

звідки

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}. \quad (32)$$

Підставимо (32) в (31) і отримаємо залежність координати наступної точки x_2 кривої, від координати попередньої точки x_1 і заданого значення максимальної похибки Δ_{\max}

$$\Delta_{\max} = \mu \left[\frac{(x_1 + x_2)(x_1 + x_2)}{2} - x_1x_2 - \frac{(x_1 + x_2)^2}{4} \right],$$

$$4\Delta_{\max} = \mu \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \right],$$

$$4\Delta_{\max} = \mu \left[(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1x_2) \right] = \mu \left[(x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) \right] = \mu \left[(x_1 - x_2)^2 \right] = \mu h^2,$$

$$h = x_1 - x_2 = 2\sqrt{\frac{\Delta_{\max}}{\mu}},$$

$$x_2 = x_1 \pm 2\sqrt{\frac{\Delta_{\max}}{\mu}}.$$

У загальному випадку

$$x_{i+1} = x_i \pm 2\sqrt{\frac{\Delta_{\max}}{\mu}}. \quad (33)$$

З урахуванням позначення

$$x_{\max} - x_{\min} = b - a, \quad x_{i+1} - x_i = h, \quad h = \frac{b - a}{n},$$

необхідне число ділянок апроксимації n і число нейронів або термів m нечітких змінних x, y на ділянці кривої від $x_{\min}=a=0$ до $x_{\max}=b=1$ отримано з виразів

$$n \geq \frac{b - a}{2\sqrt{\frac{\Delta_{\max}}{\mu}}} = \frac{1}{h} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\Delta_{\max}}{\mu}}}, \quad (34)$$

$$m = n + 1, \quad (35)$$

$$n^2 \geq \frac{1}{4\frac{\Delta_{\max}}{\mu}} = \frac{1}{\delta}, \quad (36)$$

$$\delta \geq \frac{1}{n^2}, \quad (37)$$

$$\Delta_{\max} \geq \frac{\mu}{4n^2}. \quad (38)$$

У табл. 2 в залежності від числа ділянок апроксимації n і числа термів m нечітких змінних x і y отримані значення відносної похибки апроксимації δ і абсолютної похибки апроксимації Δ_{\max} . Обираючи необхідні значення δ або Δ_{\max} отримуємо значення n або m , які гарантують необхідну точність реалізації моделей.

Таблиця 2

Залежності похибок від числа ділянок апроксимації, термів і нечітких змінних

n	1	2	3	4	5	10	20
m	2	3	4	5	6	11	21
δ	1	0,25	0,11	0,0625	0,04	0,01	0.0025
Δ_{\max}	0.25 μ	0.0625 μ	0.0275 μ	0.016 μ	0.01 μ	0.0025 μ	0.000625 μ

5. Прикладна реалізація створення нечіткої моделі та моделі з використанням ШНМ

Розглянуто приклад створення нечіткої моделі для системи із заданою залежністю $y_c = \mu x^2$. Функції приналежності значень вхідних і вихідних параметрів моделі мають вигляд наведений на рис. 2 і задана система правил:

$$R_i: \text{ЯКЩО } x_i = T_{xi} \text{ ТО } y_i = T_{yi}.$$

На рис. 2, а наведено графік залежності $y_c = \mu x^2$ (крива 1). Очевидно, що при рівномірному розташуванні на осях XU координат модальних значень термів вхідної змінної x і вихідної змінної y , модельна (апроксимуюча) крива 2 буде представляти собою пряму лінію. У такому випадку вузлові точки модельної кривої будуть знаходитись на точках перетину координат їх модальних значень. Це призведе до великої похибки нечіткої моделі 2.

Координати модальних значень термів вихідної змінної апроксимуючої кривої нечіткої моделі $y_i = f(x_i)$ ($T_{y0}, T_{y1}, T_{y2}, T_{y3}$) пропонується вибрати з умови (рис. 2, б)

$$y_i = \mu x_i^2. \quad (39)$$

В такому разі вузлові точки модельної кривої 2 виявляться розташованими на кривій 1 нерівномірно, що забезпечить задану точність моделювання.

На рис. 3 наведена реалізація моделі з використанням ШНМ.

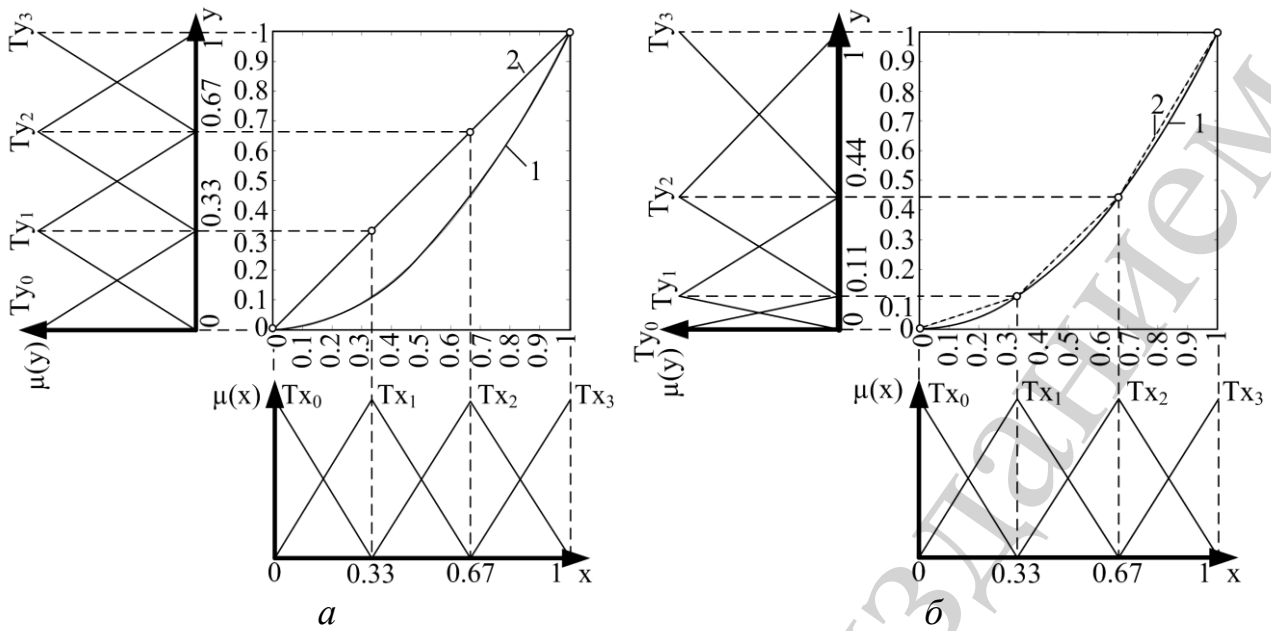


Рис. 2. Значення трикутних термів вхідної змінної x ($T_{x0}, T_{x1}, T_{x2}, T_{x3}$) і вихідної змінної y ($T_{y0}, T_{y1}, T_{y2}, T_{y3}$), модальні значення яких розташовані на осях координат XU : a – рівномірно; b – нерівномірно

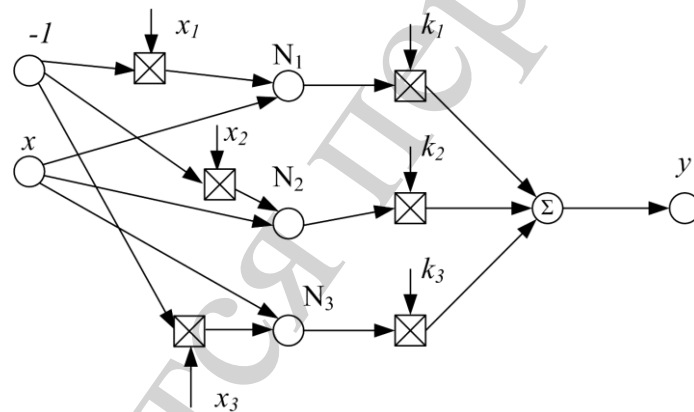


Рис. 3. Нейронна модель гарантованої точності

На рис. 4 наведені графіки залежностей кривої, що моделюється (крива 1), і модельної кривої 2 нейронної моделі, що представляє суму трикутних функцій активізації всіх нейронів, зміщених на величину x_i .

Оберемо координати модальних значень функцій активізації нейронів з умови (39), визначивши k_i коефіцієнтами, що обираються з $k_i = \frac{y_{ci}}{x_i^2}$, а y_{ci} – модальними значення модельованої кривої y у вузлах апроксимації x_i (рис. 4). В даному випадку вузлові точки модельної кривої 2 виявляться розташованими на кривій 1, що забезпечить задану точність моделювання.

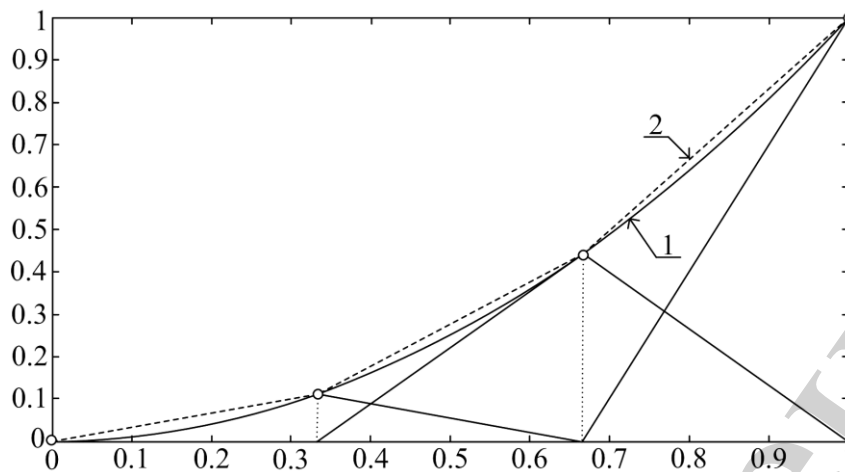
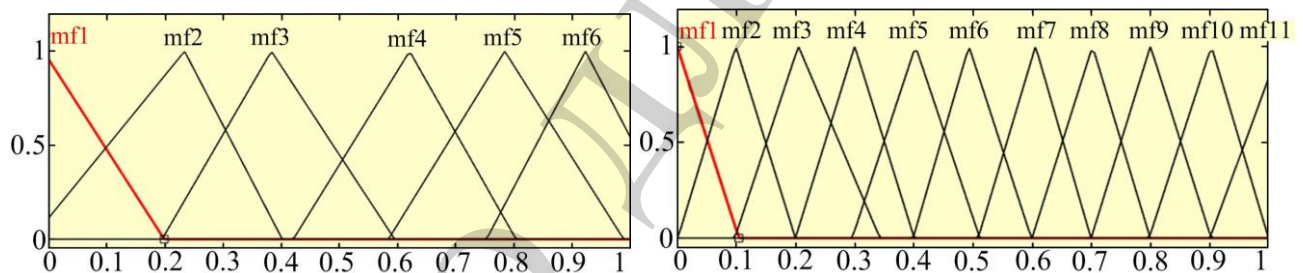


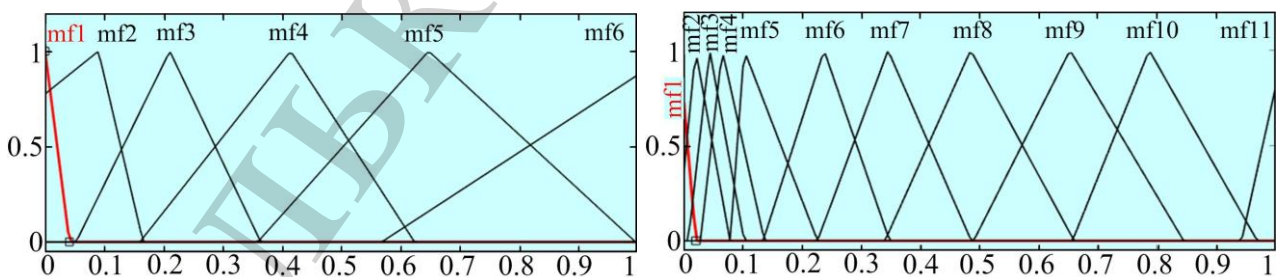
Рис. 4. Графіки залежностей кривої, що моделюється $y_c = \mu x^2$ (крива 1), і модельної кривої 2 нейронної моделі

Для перевірки правильності запропонованих рішень проведено моделювання різних алгоритмів апроксимації в середовищі Matlab/Simulink. Результати моделювання при апроксимації нечіткою логікою наведено на рис. 5, штучними нейромережами – на рис. 6.

Результати імітаційного моделювання вказують на відповідність похибки апроксимації значенням, отриманим шляхом аналітичних розрахунків.



а



б

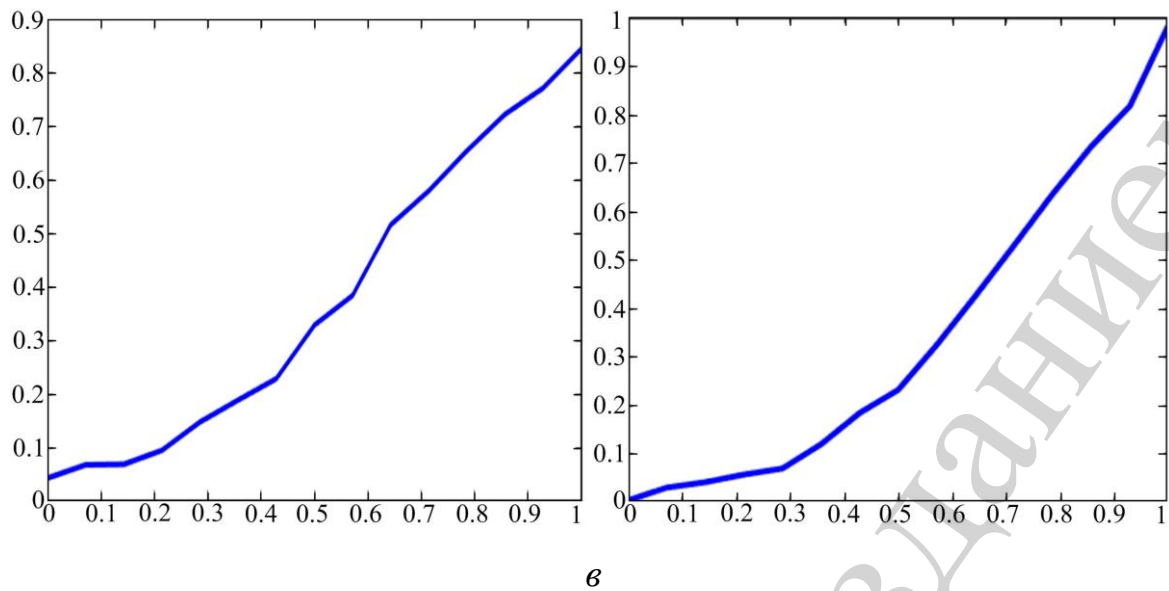


Рис. 5. Результати моделювання апроксимації нечіткою логікою: *a* – терми вхідної змінної x ; *b* – терми вихідної змінної y ; *в* – вигляд апроксимованої кривої

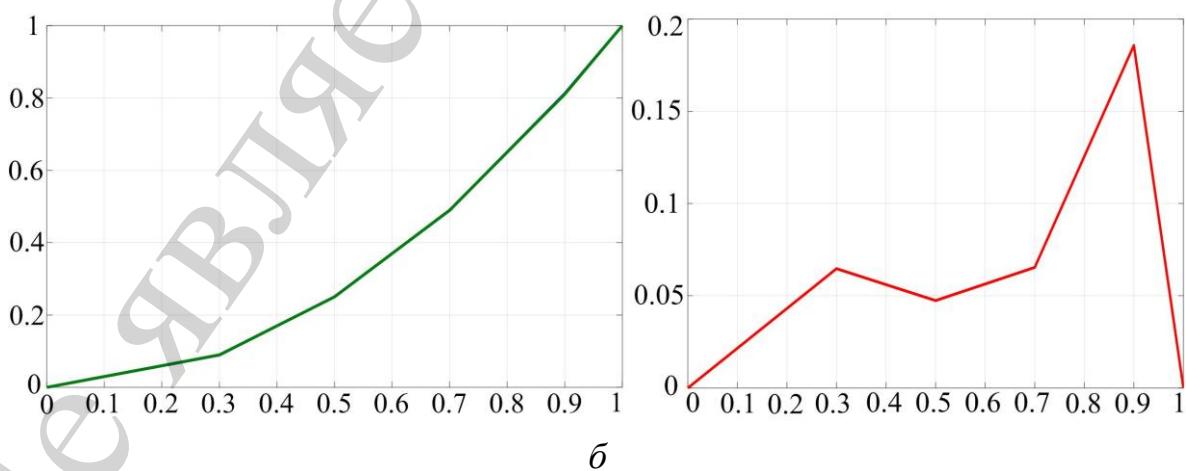
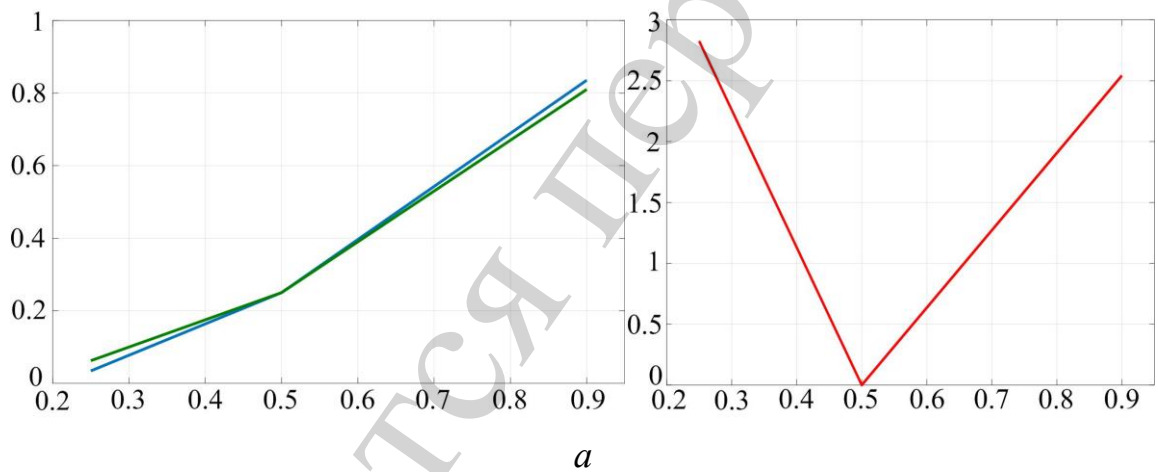


Рис. 6. Результати моделювання апроксимації штучними нейронмережами (зліва) та похибка апроксимації (справа): *a* – для кривої, заданої 3 точками; *b* – для кривої, заданої 10 точками

6. Обговорення результатів дослідження аналітичного методу обмеження складності нейро-нечітких моделей гарантованої точності

Таким чином, запропоноване рішення з вибору координат модальних значень термів нечітких моделей, числа n ділянок апроксимації і числа m функцій приналежності T_i термів нечіткої моделі, числа функцій активації нейронів N_i . Розрахунок вказаних параметрів можливо здійснювати за формулами (21)–(22) та (33)–(39), в залежності від заданої точності модельної реалізації.

На відміну від розглянутих у розділі 2 методів, які передбачають підбір значень (налаштування) параметрів нейро-нечітких моделей, розроблений метод вирішує дану задачу аналітично при завданні гарантованої точності. Перевагою запропонованого методу є універсальність його реалізації для обмеження складності нечітких і нейронних моделей систем, що описуються функціями, які мають $2l$ похідних.

До неврахованих факторів даного дослідження відноситься невизначеність впливу шумів та збурень на точність апроксимації системної кривої та порівняння їх з існуючими методами.

Подальший розвиток досліджень бачиться у врахуванні динаміки роботи елементів нейро-нечітких моделей моделей у часі.

8. Висновки

1. Розроблено методику оцінки необхідного числа нейронів (термів) моделі, що забезпечують необхідну точність наближення площі модельної кривої до системної. Оцінку похибки апроксимації виконано по залишковим членам розкладання площ системної функції в ряд Маклорена.

2. Розроблено методику оцінки необхідного числа нейронів (термів), що забезпечують необхідну точність реалізації моделі по максимальному відхиленню між системною і модельною кривими на ділянці апроксимації. Отримані залежності похибки від числа ділянок апроксимації і кількості термів нечітких змінних дозволяють встановити заданий рівень гарантованої точності реалізації моделей.

3. Розглянуто розв'язок прикладної задачі створення нечіткої моделі та моделі з використанням ШНМ для системи із заданою залежністю $y_c = \mu x^2$. Наведені результати імітаційного моделювання вказують на точне співпадіння результатів з розрахунковими аналітичними значеннями.

Це вказує на правильність розробленого підходу та можливості його використання в прикладних задачах.

Література

1. Басов Г. Г., Яцько С. І. Розвиток електричного моторвагонного рухомого складу. Ч. 2. Харків: «Апекс+», 2005. 248 с.
2. Comprehensive approach to modeling dynamic processes in the system of underground rail electric traction / Yatsko S., Sytnik B., Vashchenko Y., Sidorenko A., Liubarskyi B., Veretennikov I., Glebova M. // Eastern-European

Journal of Enterprise Technologies. 2019. Vol. 1, Issue 9 (97). P. 48–57.
doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.154520>

3. Equivalence between fuzzy PID controllers and conventional PID controllers / Chao C.-T., Sutarna N., Chiou J.-S., Wang C.-J. // Applied Sciences. 2017. Vol. 7, Issue 6. P. 513. doi: <https://doi.org/10.3390/app7060513>

4. Helwa M. K., Heins A., Schoellig A. Provably robust learning-based approach for high-accuracy tracking control of Lagrangian systems // 57th IEEE Conference on decision and control. 2018. P. 1–8.

5. Реалізація нейронечетких моделей і регуляторів гарантованої точності / Брыксин В. А., Михайленко В. С., Сытник Б. Т., Яцько С. И. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. 2011. № 4. С. 24–29.

6. Landowski M. A discussion on “On the solution of a class of fuzzy system of linear equations” // Sādhanā. 2018. Vol. 43, Issue 12. doi: <https://doi.org/10.1007/s12046-018-0972-1>

7. Ракитянська Г. Б. Нейро-мережевий підхід до налаштування структури класифікаційних правил на основі рівнянь нечітких відношень // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2015. Т. 4, № 2 (76). С. 51–57. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.47124>

8. Fuzzy Approximation-Based Adaptive Backstepping Optimal Control for a Class of Nonlinear Discrete-Time Systems With Dead-Zone / Liu Y.-J., Gao Y., Tong S., Li Y. // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2016. Vol. 24, Issue 1. P. 16–28. doi: <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2015.2418000>

9. Lozynskyy A., Demkiv L. Synthesis of fuzzy logic controller of nonlinear dynamic system with variable parameters // Computational problems of electrical engineering. 2016. Vol. 6, Issue 2. P. 91–98.

10. Orłowska-Kowalska T., Kaminski M., Szabat K. Implementation of a Sliding-Mode Controller With an Integral Function and Fuzzy Gain Value for the Electrical Drive With an Elastic Joint // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2010. Vol. 57, Issue 4. P. 1309–1317. doi: <https://doi.org/10.1109/tie.2009.2030823>

11. Adaptive Fuzzy Control of a Class of Nonlinear Systems by Fuzzy Approximation Approach / Chen B., Liu X. P., Ge S. S., Lin C. // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2012. Vol. 20, Issue 6. P. 1012–1021. doi: <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2012.2190048>

12. Anastassiou G. A. Higher Order Multivariate Fuzzy Approximation by basic Neural Network Operators // Cubo (Temuco). 2014. Vol. 16, Issue 3. P. 21–35. doi: <https://doi.org/10.4067/s0719-06462014000300003>

13. Piegat A. Fuzzy Modeling and Control. Springer, 2001. 728 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-7908-1824-6>

14. Interactive collaborative Robotics / A. Ronzhin, G. Rigoll, R. Meshcheryakov (Eds.) // Proceedings of the Third International Conference on Interactive Collaborative Robotics, ICR. Springer, 2018. 302 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-99582-3>

15. Function approximation approach to the inference of neural network models of genetic networks / Kimura S., Sonoda K., Yamane S., Matsumura K., Hatakeyama M. // IPSJ Transactions on bioinformatics. 2007. Vol. 48. P. 9–19.