

# ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ СЦИНТИЛЛЯЦИЙ В ДЕТЕКТОРЕ ГАММА-КАМЕРЫ МЕТОДОМ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИИ

**В. Ю. Плахотник**

Ведущий инженер  
Научно-исследовательский и  
проектно-конструкторский институт "Искра"\*  
E-mail: wpl2005@ukr.net

**О. В. Малахов**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра автоматизации и компьютерно-интегрированных технологий\*

E-mail: olegm1@list.ru

\*Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля  
кв. Молодежный, 20а, г. Луганск, Украина, 91034

*У статті запропоновано метод оцінювання координат сцинтиляцій в детекторі гамма-камери, заснований на застосуванні згладжувальних кубічних сплайнів. Особливість методу полягає в тому, що його реалізація не вимагає використання інформації про амплітудно-просторові характеристики фотоприймачів. Запропонований метод в основному призначений для off-line обробки зареєстрованих вимірів з метою покращення зображень*

*Ключові слова: гамма-камера, поверхня відгуку, сплайн-апроксимація, бікубічний сплайн*

*В статье предложен метод оценивания координат сцинтилляций в детекторе гамма-камеры, основанный на применении сглаживающих кубических сплайнов. Особенность метода состоит в том, что его реализация не требует использования информации об амплитудно-пространственных характеристиках фотоприемников. Предложенный метод в основном предназначен для off-line обработки зарегистрированных измерений с целью улучшения изображений*

*Ключевые слова: гамма-камера, поверхность отклика, сплайн-аппроксимация, бикубический сплайн*

## 1. Введение

Гамма-камеры различных конструкций являются основным инструментом для визуализации распределений радионуклидных препаратов в теле пациента при радионуклидной диагностике различных заболеваний внутренних органов. Классическая гамма-камера представляет собой двухкоординатный позиционно-чувствительный детектор (ПЧД) гамма-квантов. Ее основой служит сцинтилляционный кристалл NaI(Tl) в виде диска, упакованный в герметичный контейнер. На выходном окне детектора установлены фотоприемники – ФЭУ. Благодаря оптическим контактам между сцинтиллятором, световодом и ФЭУ, световые фотоны от сцинтилляции в кристалле достигают фотокатодов одновременно всех ФЭУ. Однако амплитуда сигнала отдельного ФЭУ зависит от взаимного расположения его фотокатода и точки сцинтилляции. Нормированная зависимость амплитуды сигнала ФЭУ от расстояния до сцинтилляции в плоскости выходного окна кристалла-сцинтиллятора называется амплитудно-пространственной характеристикой (АПХ) детектора. Сигналы отдельных ФЭУ при регистрации сцинтилляционного события являются независимыми и случайными. Каждый из сигналов ФЭУ есть случайная реализация величины, распределенной по пуассоновскому закону. Соотношение амплитуд сигналов различных ФЭУ при регистрации одной сцинтилляции является информацией для вычисления ее координат.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Среди алгоритмов вычисления координат выделяются две существенно различающиеся группы: метод Энжера и его модификации [1 – 3], метод максимального правдоподобия и его модификации [4 – 6]. Различие методов состоит в том, что первая группа основана на алгоритмах взвешивания (линейного, нелинейного, с ограничениями), а вторая группа представляет собой проверку гипотезы о совпадении распределения случайных величин с известным распределением. Для реализации методов обеих групп требуется знание априорной информации, представляющей собой зависимость амплитуды сигнала фотоприемника от расстояния между центром фотоприемника и точкой сцинтилляции – АПХ.

Задача восстановления координат сцинтилляции в кристалле большого размера (типа гамма-камеры Энжера) состоит в вычислении координат по результатам регистрации (измерения) светового потока (функции распределения света) с помощью системы дискретно расположенных фотоприемников (ФЭУ).

Свет сцинтилляции распространяется в кристалле и выходит из кристалла неравномерно. Функция распределения света (ФРС) имеет колоколообразный вид, максимум ФРС совпадает с положением сцинтилляции. В работе [7] вид ФРС изучался с помощью кода DETECT. Установлено, что профиль ФРС в большинстве случаев может быть описан с помощью лоренциана:

$$F(x, \xi) = \frac{A \cdot w}{(x - \xi)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2}, \quad (1)$$

или в двумерном варианте

$$F(x, y, \xi, \psi) = \frac{A \cdot w}{(x - \xi)^2 + (y - \psi)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2}, \quad (1a)$$

где  $\xi, \psi$  – положение пика (координата сцинтилляции) в плоскости кристалла,  $w$  – полная ширина на половине высоты (ПШПВ или FWHM),  $A$  – высота распределения. Отмечено, что острота пика ФРС увеличивается с приближением места сцинтилляции к поверхности выходного окна. Очевидно, что в самом общем случае ФРС должна иметь вид

$$F(x, y, \xi, \psi, \zeta) = \frac{A \cdot w(\zeta)}{(x - \xi)^2 + (y - \psi)^2 + \left(\frac{w(\zeta)}{2}\right)^2}, \quad (16)$$

где  $\zeta$  – координата сцинтилляции по высоте кристалла. ФРС в реальных условиях взаимодействия  $\gamma$ -излучения следует рассматривать как взвешенное усреднение ФРС для различных значений координаты высвечивания по глубине.

Распределение света регистрируется системой ФЭУ, расположенных в узлах тригональной решетки, и покрывающей всю поверхность выходного окна кристалла. Функцию чувствительности ФЭУ можно представить в виде цилиндрического импульса с центром в точке расположения центра ФЭУ, занимающего площадь фотокатода. При этом мы пренебрегаем возможной неоднородностью чувствительности фотокатода и считаем чувствительность постоянной в пределах фотокатода. Тогда отклик  $i$ -го ФЭУ на падающий поток света можно представить в виде интеграла

$$u_i(\xi, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y, \xi, \psi) \cdot S_i(x - x_i, y - y_i) dx dy. \quad (2)$$

Здесь  $x_i, y_i$  – координаты центра  $i$ -го ФЭУ. Т.к. функция чувствительности отлична от нуля только в пределах фотокатода, то пределы интегрирования могут быть расширены до бесконечности.

Функция отклика ФЭУ  $u_i(\xi, \psi)$ , зависящая от взаимного расположения ФЭУ и места сцинтилляции, и есть амплитудно-пространственная характеристика (АПХ) ФЭУ.

Для моделирования функции чувствительности ФЭУ можно применить функции, используемые для аппроксимации ступенчатых функций (функции Хэвисайда) [8]:

$$U(x) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \alpha x \right), \quad (3)$$

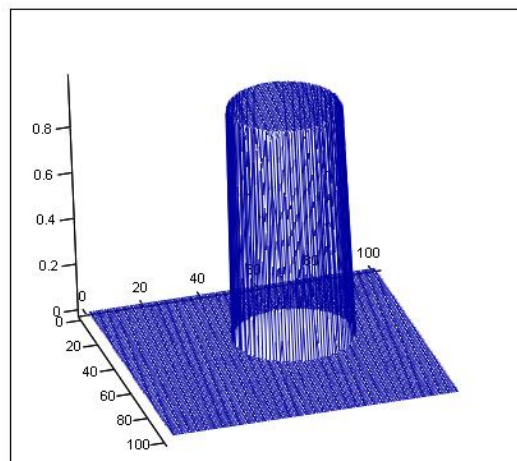
$$U(x) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} 2^{-e^{-\alpha x}}.$$

В двумерном случае круговая функция чувствительности фотокатода радиусом  $R$  хорошо аппроксимируется функциями вида

$$S_i(x, y) = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \left[ \alpha \left[ R - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right] \right] \right), \quad (4a)$$

$$S_i(x, y) = 2^{-\exp \left[ -\alpha \left[ R - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right] \right]}. \quad (4б)$$

Выбором величины константы  $\alpha$  можно изменять крутизну края и величину "завала" чувствительности на краю. На рис. 1 показан вид функции (4б) при значении  $\alpha = 1000$ .



3

Рис. 1. Модель функции чувствительности ФЭУ в соответствии с формулой (4б)

Функцию чувствительности детектора с системой ФЭУ можно представить в виде суммы функций чувствительности отдельных ФЭУ, т.к. эти функции взаимно независимы и каждая функция имеет нулевое значение вне области, занимаемой фотокатодом

$$S_{psd}(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} S_i(x, y). \quad (5)$$

Здесь  $S_i(x, y)$  – функция чувствительности ФЭУ с координатами центра фотокатода  $(x_i, y_i)$ ,  $N$  – количество ФЭУ позиционно-чувствительного детектора (ПЧД).

Вектор измерений при регистрации единичной сцинтилляционной вспышки в точке с координатами  $(\xi, \psi, \zeta)$  всеми ФЭУ ПЧД представляет собой выборку из соответствующих АПХ, искаженную статистическим шумом. На таком подходе основаны методы правдоподобия для вычисления координат сцинтилляции [5]. По моему мнению, метод правдоподобия очень надежен, но требует предварительного экспериментального измерения АПХ, что представляет собой тонкую, трудоемкую и достаточно дорогостоящую процедуру.

С другой стороны вектор измерений можем рассматривать как свертку ФРС с функцией чувствительности ПЧД. Тогда вектор измерений следует рассма-

тривать как выборку из ФРС, искаженную функцией чувствительности и статистическим шумом. Задача восстановления (расчета) координат сцинтилляции сводится к определению параметров ФРС.

Если вид ФРС известен, наверное, задача будет решаться проще. Однако, несмотря на приведенные формулы (1), исследователи считают, что ФРС не выражается аналитически, и ее точный вид может быть установлен только экспериментально.

На рис. 2 показан пример вектора измерений для ПЧД с 37-ю ФЭУ.

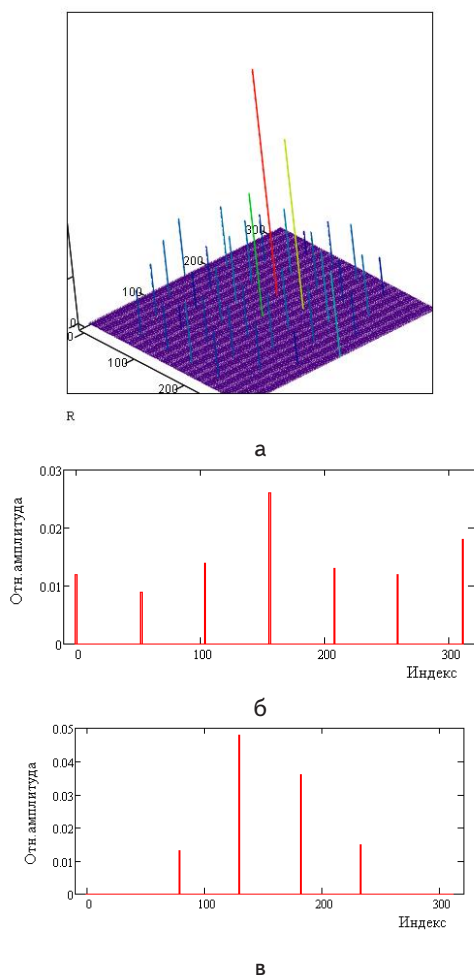


Рис. 2. Графическое изображение вектора измерений для ПЧД с 37-ю ФЭУ. а – столбчатая диаграмма; б, в – сечения вдоль рядов ФЭУ

### 3. Цель и задачи исследования

**Цель данной работы** – разработка метода оценки координат сцинтилляции в двумерном позиционно-чувствительном детекторе гамма-камеры, свободного от использования априорной информации – не связанного с измерением амплитудно-пространственных характеристик фотоприемников.

**Постановка задачи аппроксимации по результатам измерений**

Компоненты вектора измерений будут представлять собой точки на некоторой поверхности отклика ФЭУ (амплитуды сигнала ФЭУ), координаты

вершины (максимума) которой совпадают с координатами точки сцинтилляции в плоскости ПЧД. И для восстановления координат сцинтилляции необходимо определить координаты максимума поверхности.

Для решения этой задачи необходимо построить двумерную поверхность, обладающую достаточной гладкостью и непрерывностью. Наиболее подходящей для этих целей представляется сплайновая аппроксимация поверхности с помощью двумерных кубических сплайнов.

В работе [9] было предложено использовать для интерполяции двумерный сплайн Катмул-Рома. Характерной особенностью таких сплайнов является то, что сплайн обязательно проходит через реперные точки, т.е. через точки вектора измерений.

Однако заметим, что вектор измерений, представляющий собой набор амплитуд сигналов ФЭУ, полученных в результате сцинтиляционной вспышки, содержит случайную составляющую – статистический шум. В связи с этим интерполяция вектора измерений для построения поверхности без предварительной подготовки оказывается неприемлемой, т.к. полученная в результате интерполяции поверхность может оказаться нерегулярной, что приведет к ошибочному определению координат максимума. По нашему мнению более подходящим в данном случае будет применение сглаживающих бикубических сплайнов [10].

Сглаживающий бикубический сплайн на сетке ( $a < x_i < b$ ,  $c < y_j < d$ ) ( $i = 0, 1, \dots, m-1$ ,  $j = 0, 1, \dots, n-1$ ) в каждой точке сетки представляет собой функцию вида

$$S(x, y) = \sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 a_{p,q}^{(i,j)} (x - x_i)^p (y - y_j)^q, \quad (6)$$

которая доставляет минимум функционалу

$$J(S) = \int_a^b \int_c^d \left( \frac{\partial^4 S(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} \right)^2 dx dy + \sum_{i=0}^{m-1} \frac{1}{\rho_i} \int_a^b \left( \frac{\partial^2 S(x, y)}{\partial y^2} \right)^2 dx + \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{\sigma_j} \int_c^d \left( \frac{\partial^2 S(x, y)}{\partial x^2} \right)^2 dy + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{\rho_i \sigma_j} (S(x_i, y_j) - z_{ij})^2. \quad (7)$$

Здесь  $z_{ij}$  – значения вектора измерений в узлах сетки,  $\rho_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m-1$ ),  $\sigma_j$  ( $j = 0, 1, \dots, n-1$ ) заданные числа – весовые коэффициенты.

Выбор значений весовых коэффициентов в (7) позволяют в некоторой степени управлять свойствами сглаживающего сплайна. Если все весовые коэффициенты  $\rho_i = 0$ ,  $\sigma_j = 0$ , то сглаживающий сплайн оказывается интерполяционным и проходит через точки измерений  $z_{ij}$ . Таким образом, чем точнее измерены значения  $z_{ij}$ , тем меньше должны быть соответствующие весовые коэффициенты.

Для решения задачи о координатах сцинтилляции наиболее подходящими являются граничные условия 2-го типа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S(x_i, y_j)}{\partial x^2} &= 0, \quad i = 0, n-1, \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \\ \frac{\partial^2 S(x_i, y_j)}{\partial y^2} &= 0, \quad i = 0, 1, \dots, n-1, \quad j = 0, m-1, \\ \frac{\partial^4 S(x_i, y_j)}{\partial x^2 \partial y^2} &= 0, \quad i = 0, m-1, \quad j = 0, n-1. \end{aligned} \tag{8}$$

Другая особенность аппроксимации поверхности отклика по результатам измерений в дискретных точках заключается в том, что ФЭУ гамма-камеры размещены в плотноупакованной тригональной структуре и точки измерений – центры ФЭУ – занимают позиции узлов этой структуры. В косоугольной системе координат (HX, HY), показанной на рис. 3, центры ФЭУ расположены эквидистантно вдоль осей с шагом, равным диаметру или установочному размеру ФЭУ. В этом случае целесообразно проводить аппроксимацию поверхности, используя косоугольные координаты центров ФЭУ (HX<sub>i</sub>, HY<sub>j</sub>). И только после определения координат максимума поверхности отклика в косоугольных координатах можно преобразовать их в прямоугольные координаты по известным формулам.

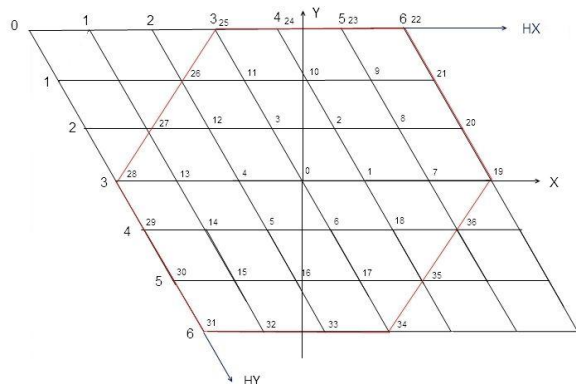


Рис. 3. Координаты центров ФЭУ ПЧД в косоугольной системе координат (HX, HY)

Область определения поверхности отклика представляет собой шестиугольник, ограниченный центрами крайних ФЭУ. Поэтому значения вне области определения не должны использоваться при обработке данных, иначе аппроксимация приведет к ошибке в описании поверхности.

#### 4. Экспериментальные данные и их обработка

Алгоритм аппроксимации поверхности бикубическим сплайном можно свести к последовательности решения одномерных задач сглаживания кубическим сплайном.

Прежде всего, по результатам измерений откликов ФЭУ на единичную сцинтилляцию необходимо определить значения весовых коэффициентов. Учитывая

пуассоновскую статистику сигналов ФЭУ, матрицу весовых коэффициентов задаем как:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{\sqrt{A_{ij}}}, \tag{9}$$

где  $A_{ij}$  – амплитуда сигнала ФЭУ, расположенного в узле с координатами (i,j) в косоугольной системе координат.

1. Для каждой линии  $HY_k$  ( $k=0, \dots, n-1$ ) строим сглаживающие одномерные сплайны  $S_k(HX)$  с граничными условиями 2-го рода. При этом важно для построения сплайна выбирать только данные узлов, входящих в область определения поверхности отклика, т.е. вектор данных должен содержать только ненулевые данные.
2. Для каждого узла сетки в косоугольной системе координат вычисляем исправленные, сглаженные значения  $A^{(1)}_{ij}$

$$A^{(1)}_{ij} = S_j(HX_i).$$

3. Этот шаг полностью аналогичен п.1. Для каждой линии  $HX_l$  ( $l = 0, \dots, m-1$ ) для массива сглаженных данных  $A^{(1)}_{ij}$  строим сглаживающий кубический сплайн  $S^*_l(HY)$  с граничными условиями 2-го рода. Как и п.1, векторы данных должен содержать только ненулевые данные.
4. Для каждого узла сетки в косоугольной системе координат вычисляем исправленные, сглаженные значения  $A^{(2)}_{ij}$

$$A^{(2)}_{ij} = S^*_l(HY_j).$$

5. Для новой системы значений  $A^{(2)}_{ij}$  строим интерполяционный сплайн  $S(HX, HY)$ .
6. С помощью интерполяционного сплайна вычисляем значения поверхности отклика в точках между узлами измерений и находим положение максимума поверхности в косоугольных координатах (HX, HY). Как вариант определения положения максимума поверхности может быть использован метод исследования функции на экстремум с помощью производных, которые также вычисляются с помощью интерполяционного сплайна.
7. Полученные координаты максимума (HX<sub>max</sub>, HY<sub>max</sub>) преобразуем в декартовы прямоугольные координаты (x<sub>max</sub>, y<sub>max</sub>):

$$X_{max} = HX_{max} + HY_{max} \cdot \cos\theta - x_0,$$

$$Y_{max} = -(HY_{max} \cdot \sin\theta - y_0),$$

$$\theta = 60^\circ.$$

Приведенный алгоритм был реализован в виде подпрограммы на языке FORTRAN 90 в составе программного комплекса моделирования медицинского эмиссионного томографа с кодированной апертурой. На рис. 4 приведены результаты аппроксимации поверхности отклика ФЭУ по результатам трех результатов измерений откликов ФЭУ на сцинтилляцию в



одной и той же точке. Данные результатов измерений представляют собой реализацию случайной величины, распределенной по пуассоновскому закону.

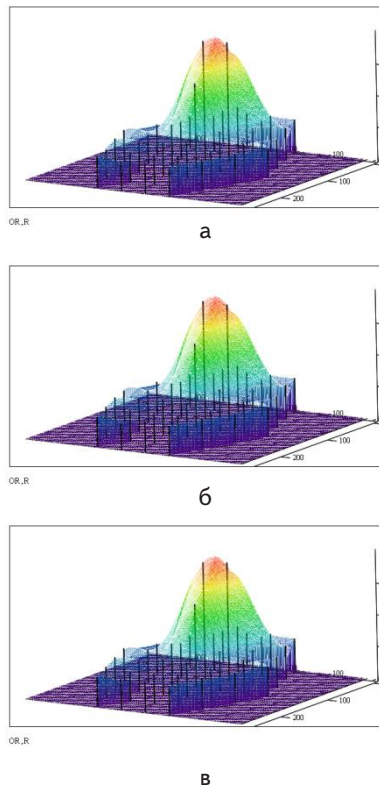


Рис. 4. Сплайн-аппроксимация трех реализаций измерений откликов ФЭУ на сцинтилляцию в одной и той же точке: а - первая реализация; б - вторая реализация; в - третья реализация

Оценки координат сцинтилляций, полученные описанным методом, показали высокую устойчивость и точность. Однако, характеристики точности и устойчивости метода требуют дополнительного и подробного изучения и будут установлены в дальнейших исследованиях.

Основное достоинство предлагаемого метода оценки координат сцинтилляций состоит в отсутствии необходимости использования априорной информации об амплитудно-пространственных характеристиках ФЭУ детектора, процесс получения которой затратный и трудоемкий. Единственным требованием к спектрометрическим трактам ПЧД остается их энергетическая калибровка и стабилизация. К недостаткам разработанного метода следует отнести значительную, по сравнению с методами Энжера и правдоподобия, вычислительную трудоемкость. В связи с этим наиболее перспективным может быть применение метода аппроксимации для off-line обработки накопленных данных с целью улучшения качества зарегистрированных изображений.

## 5. Выводы

Предложен метод оценки координат сцинтилляций в позиционно-чувствительном детекторе гамма-камеры, основанный на аппроксимации поверхности отклика ФЭУ с помощью сглаживающих бикубических сплайнов. Метод аппроксимации показывает высокую устойчивость и точность при оценке координат. Несмотря на значительную вычислительную трудоемкость метод перспективен для регистрации гамма-изображений и последующей их обработки с целью улучшения.

## Литература

1. Калашников, С. Д. Физические основы проектирования сцинтилляционных гамма-камер [Текст] / С. Д. Калашников. – М: Энергоатомиздат, 1985 – 120 с.
2. Арлычев, М. А. Двухдетекторный однофотонный эмиссионный гамма-томограф. [Текст] / М. А. Арлычев, В. Л. Новиков, А. В. Сидоров, А. М. Фиалковский, Е. Д. Котина, Д. А. Овсянников, В. А. Плоских. // Журнал технической физики – 2009. – т.79, вып.10. – С. 138-147
3. Восстановление точек взаимодействия в толстом ПЧ детекторе для гамма-телескопа. Камышан, В. А., Педаш, В. Ю. [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://2010.ismart.kharkov.ua/presentations/19/kamyshan\\_ismart\\_2010.pdf](http://2010.ismart.kharkov.ua/presentations/19/kamyshan_ismart_2010.pdf) - 29.04.2013 г. - Загл. с экрана.
4. High-energy photon detection in PET using adaptive non-linear parametric estimation algorithms. A. Bronstein, M. Bronstein, M. Zibulevsky, Y. Y. Zeevi. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://visl.technion.ac.il/projects/2001s10/> - 29.04.2013 г. – Загл. с экрана.
5. Плахотник, В. Ю. Исследование характеристик пространственных распределений вычисленных координат сцинтилляций в позиционно-чувствительном детекторе типа гамма-камеры. [Текст] / В. Ю. Плахотник // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: “Обчислювальна техніка та автоматизація”. Випуск 74. - Донецьк, ДонНТУ, 2004. – С. 272 – 286.
6. Плахотник, В. Ю. Алгоритмы вычисления координат сцинтилляций в детекторе гамма-камеры. [Текст] / Плахотник, В. Ю., Поляков, Г. А. // Журнал нано- и электронной физики – 2010. – т.2, №1. – С. 94-99
7. Knoll, G. F. Light collection scintillation detector composited for neutron detection. / Knoll, G. F. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 1988. – v.35. – p.872–875.
8. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). / Корн, Г., Корн, Т. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
9. Гаврилюк, В. П. Алгоритмы восстановления изображения в гамма-камере. [Текст] / В. П. Гаврилюк, А. В. Демин, В. А. Колбасин // Сцинтилляционные материалы. Инженерия, устройства, применение. - Харьков: “ИСМА” – 2009 – 332 с.
10. Шикин, Е. В. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователей. / Е. В. Шикин, А. И. Плис // Москва.; Диалог-МИФИ. – 1996. – 240 с.