Звичайні критерії руйнування (допустимі напруження та деформації), прийнятні при статичних навантаженнях, при циклічних навантаженнях малопридатні. Розглянуто можливість застосування узагальнених критеріїв руйнування - ентропійного, дисипативного типу, за величиною пошкодженості, що розвивається в матеріалі, для визначення довговічності пружно-спадкових середовищ. Наведено приклад розрахунку довговічності в зонах руйнування еластомірних конструкцій за літературними даними

Ключові слова: довговічність, критерії, руйнування, пружно-спадкові середовища, ентропія, напруження, деформація, еластомери, конструкції, гума

Обычные критерии разрушения (допускаемые напряжения и допускаемые деформации), приемлемые при статических нагружениях, при циклических нагрузках малопригодны. Рассмотрена применимость обобщенных критериев разрушения - энтропийного, диссипативного типа, по величине развивающейся в материале поврежденности, для определения долговечности упруго-наследственных сред. Приведен пример расчета долговечности в опасных зонах разрушения эластомерных конструкций по литературным данным

Ключевые слова: долговечность, критерии, разрушение, упруго-наследственная среда, энтропия, напряжения, деформация, эластомеры, конструкции, резина

УДК 678.4.06:621.81

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ УПРУГО-НАСЛЕДСТВЕННЫХ СРЕД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБОБЩЕННЫХ КРИТЕРИЕВ РАЗРУШЕНИЯ

В. И. Дырда
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*
А. В. Толстенко
Кандидат технических наук*
Е. В. Калганков
Старший преподаватель*
*Кафедра "Надежность и ремонт машин"
Днепропетровский государственный аграрный университет
ул. Ворошилова, 25, г. Днепропетровск, Украина, 49600

1. Введение

Классическая теория упругости не всегда применима к упруго-наследственным средам [1 – 5] из-за наличия: значительной части вязкой составляющей, памяти о предыдущих воздействиях и нестабильности механических свойств во времени (эффект старения). Принцип Больцмана – Вольтерра в определенной степени позволяет преодолеть эти разногласия, о чем свидетельствует создание теории вязко-упругости. Эта теория легла и в основу механики разрушения упруго-наследственных сред со всеми особенностями, прежде всего, наличием большой диссипации, старения и значительной зависимости физико-механических свойств от режима нагружения, влияния внешней среды, температуры диссипативного разогрева и т.д.

Особенности механики деформирования и разрушения упруго-наследственных сред предопределили и выбор критериев разрушения. Обычные критерии разрушения (прежде всего допускаемые напряжения [σ] и допускаемые деформации [ε]) оказались приемлемыми для частных случаев (статические нагружения). При циклических нагрузках они фактически оказались малопригодными.

2. Цель и задачи исследования

Рассмотрим применимость обобщенных критериев разрушения - энтропийного, диссипативного типа и по величине развивающейся в материале поврежденности, для определения долговечности упруго-наследственных сред.

3. Результаты исследования

Расчет долговечности на основе энтропийного критерия. Разрушение системы наступает при достижении приращением плотности энтропии некоторого критического значения:

$$S(t^*) - S(0) = \int_0^{t^*} \dot{S}(t)dt = \Delta S^*, \qquad (1)$$

где S(t*) и S(0) – плотность энтропии в момент разрушения и в начальный момент времени;

ΔS* – критическое значение приращения плотности энтропии.

Конкретное выражение скорости $\dot{S}(t)$ изменения плотности энтропии через параметры $\{\varepsilon_{ij}^{e}, T, G\}$, характеризующие процесс разрушения, являются достаточными для полного описания процесса разрушения резины. Используя первый закон термодинамики в виде:

$$\dot{u} = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} + \chi\,, \tag{2}$$

где u – внутренняя энергия системы;

χ – энергия немеханического воздействия, и представляя компоненты тензора деформаций в виде суммы $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{p}$ тензоров обратимых (упругих) ε_{ij}^{e} и необратимых (вязких) ε_{ij}^{p} деформаций.

Определение плотности свободной энергии:

$$f = U - TS\,, \tag{3}$$

а также условие, что f является функцией состояния системы, т.е. $f = f\left(\varepsilon_{ij}^{e}, T, G\right)$.

Можно получить следующее выражение для $\dot{S}(t)$:

$$\dot{S}(t) = \frac{1}{T}\left[\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} - \left(S + \frac{\partial f}{\partial T}\right)\dot{T} + \left(\sigma_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^{e}}\right)\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} - \frac{\partial f}{\partial G}\dot{G} + \dot{\chi} - \dot{q}\right]. \tag{4}$$

Учитывая равенства, рассмотренные в работе [1]: $S = -\partial f/\partial T$; $\sigma_{ij} = \partial f/\partial \varepsilon_{ij}^{e}$, и подставляя полученное соотношение в (1), приходим к окончательному выражению условия разрушения:

$$\Delta S^{*} = \int_{0}^{t^{*}} \frac{1}{T}\left(\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + \dot{\chi} - \frac{\partial f}{\partial G}\dot{G} - \dot{q}\right)dt. \tag{5}$$

Указанная система уравнений вместе с заданными граничными и начальными условиями позволяет рассчитать время до разрушения резиновой конструкции в произвольной точке.

Расчет долговечности на основе критерия разрушения по величине развивающейся в материале поврежденности. Сформулируем критерий следующим образом: условием локального разрушения является достижение величиной развивающейся поврежденности в некотором характерном объеме критического уровня p_{kp}, т.е. $\Delta p(t) = p_{kp}$. Если начальное состояние фиксировано, условием разрушения системы будет достижение приращением поврежденности Δp критического уровня Δp_{kp}, т.е.:

$$\Delta p(t) = p(t) - p(0) = \Delta p_{kp}\,, \tag{6}$$

где $\Delta p_{kp} = p_{kp} - p(0)$; $p(0)$ – поврежденность в исходном состоянии.

В принципе, параметр поврежденности должен характеризовать дефектность материала и изменение его физико-механических характеристик в процессе разрушения и может быть введен так же, как и кинетическое уравнение для него, либо чисто эвристически, либо на основе анализа конкретных механизмов разрушения. В работе [6] на основе термодинамического анализа процесса разрушения получено следующее выражение для скорости развития поврежденности полимеров, моделируемой включениями:

$$\dot{p} = \lambda_0\left[A + \frac{1}{\lambda_0}\left(a_0\dot{T} + a_1T_1 + a_2S_p\sigma_{ij} + a_3\sigma'\right)\right]. \tag{7}$$

Здесь S_p – след тензора напряжений σ_{ij}; σ′ – главное нормальное (растягивающее) напряжение; коэффициенты A, λ_0, a_0, a_1, a_2, a_3 зависят от числа элементарных реакций и вклада этих реакций в процесс разрушения.

При получении (7) была сделана предпосылка, обусловливающая линейную связь между термодинамическими силами и потоками, т. е. скоростью развивающейся поврежденности, температурой, напряжениями и т.д. Результаты экспериментов для резин [7] свидетельствуют о том, что такая линейная зависимость может существовать на незначительном интервале изменения температуры и напряжений.

Отмечая эти особенности и используя закон Аррениуса в виде:

$$\dot{p} = ck_0\exp(-U_0/kT), \tag{8}$$

где k_0 – константа действия;

c – постоянная, зависящая от концентрации повреждений в материале, можно получить выражение долговечности в виде:

$$\dot{p} = ck_0\exp\left[-\frac{1}{kT}\left(U_0 - N^{(0)}T - N^{(1)}\frac{\partial T}{\partial l_1} - N^{(2)}\sigma_{ij}\right)\right], \tag{9}$$

где $N^{(0)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$ – тензоры нулевой, первой и второй валентностей соответственно.

Описанный алгоритм, с отмеченными допущениями, может быть использован для расчета долговечности натурных резиновых деталей [8].

Применимость его для элемента сдвига подробно рассмотрена в [9 – 11]. В случае стационарной температуры выражение для определения времени до локального разрушения элементов типа БРМ принимает вид:

$$t^{*} = \frac{p_{kp}\exp(U_0/kT)}{ck_0J_0\mathrm{ch}\left(\dfrac{\gamma\tau}{kT}\right)}; \quad p_{kp} = 1 - \sqrt{\frac{0{,}4}{\gamma_{nm}G}\tau}, \tag{10}$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

γ_{nm} – эффективная удельная энергия образования повреждений;

p_{kp} – удельная энергия образования повреждений;

τ – главное растягивающее напряжение.

При этом значения параметров c, k_0, γ, γ_{nm} можно получить либо при обработке данных по долговечности образцов (т.е. пересчетом по приведенным выше формулам), либо заимствовать из литературы по линейным полимерам (для резин такие данные отсутствуют). Естественно, что вычисленное таким образом значение критической поврежденности является до некоторой степени условным и вряд ли может быть использовано для широкого круга задач.

Формула (10) в количественном и качественном смысле удовлетворительно описывает долговечность эластомерных конструкций при высоких температурах (т.е. в критической области, когда $\theta \geq \theta_{кр}$) и позволяет установить связь между поврежденностью и температурой. Формула (9) неудовлетворительно описывает долговечность при умеренных температурах и большом времени наработки, т.к. входящие в формулу величины p_{kp}, γ, γ_{nm}, ck_0 не определяются из независимых экспериментальных исследований. В связи с этим наиболее приемлемо определение параметров поврежденности прямыми экспериментальными способами.

На сегодняшний день имеющиеся экспериментальные методы не позволяют определять микроструктурные характеристики резины в массивных образцах, поэтому для практических расчетов можно использовать предложенный метод, полагая, что разрушению в центральной области соответствует появление на поверхности резины магистральной усталостной трещины. Следует подчеркнуть, что рассматриваемый критерий имеет определенные ограничения, и прежде всего в связи с отсутствием достаточно полной экспериментальной информации о кинетике поврежденности резин и их микроструктурных характеристиках в широком диапазоне изменений напряжений, температур, внешней среды и т.д.

Используемый для этой цели метод ИК-спектроскопии, как, впрочем, и другие методы, не получил должного развития, исследования в этой области находятся в начальной стадии. С развитием прямых физических методов будут развиваться и совершенствоваться методы расчета резиновых изделий.

Вместе с тем, критерий разрушения резины по развивающейся поврежденности является довольно эффективным и перспективным. Он наиболее полно отражает физическую сущность механизма разрушения, так как включает в себя макро- и микроструктурные характеристики материала.

Долговечность на основе обобщенного критерия разрушения диссипативного типа. Расчет долговечности эластомерных конструкций рассматривался наиболее подробно с использованием двух критериев: энергетического ψ -критерия диссипативного типа и критерия по поврежденности.

Энергетический критерий, основанный на строгих термодинамических концепциях, имел тот недостаток, что энергия разрушения ΔU вводилась как континуальная величина и не отражала в прямом смысле особенности микроструктуры резины, а значит, и не учитывала особенности процесса ее микроразрушения. Критерий по поврежденности, как отмечалось, не всегда можно эффективно использовать для расчета эластомерных конструкций из-за отсутствия достаточно ясного аналитического аппарата, связывающего микроповрежденность резины с такими ее макрохарактеристиками, как модуль сдвига, коэффициент поглощения энергии и т.д.

В рамках термодинамического подхода к описанию разрушения резины возможно построение такого критерия, который соединял бы достоинства названных критериев и вместе с тем связывал бы в единое целое макро- и микрохарактеристики резины. Выберем в качестве полного набора термодинамических параметров следующий:

$$\left\{\varepsilon_{ij}, T, p(t)\right\},$$

где ε_{ij} – тензор деформации, $i, j = 1,2,3$; $p(t)$ – функция поврежденности материала.

В термодинамике сплошных сред наряду с внутренней энергией U, энтропией S удобно пользоваться другими функциями состояния системы.

Введем функцию плотности свободной энергии в виде [8]:

$$f \equiv U - TS \tag{11}$$

и функцию внутренней диссипации, определяемую выражением:

$$d = \sigma_i / \varepsilon_{ij} - f - ST. \tag{12}$$

Тогда, используя локальную форму первого закона термодинамики для рассматриваемого случая $\dot{U} = \sigma_{ij}/\varepsilon_{ij} + r - \nabla\vec{q}$, где r – мощность внутренних источников теплоты, $\vec{q}$ – вектор теплового потока, а также определения (11) и (12), можно получить соотношение, представляющее собой уравнение сохранения энергии в терминах энтропии и внутренней диссипации:

$$T\dot{S} = d + r - \nabla\vec{q}. \tag{13}$$

С другой стороны, поскольку $S = S(\varepsilon_{ij}, T, p)$, справедливо соотношение:

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{ij}}\dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{\partial S}{\partial T}\dot{T} + \frac{\partial S}{\partial p}\dot{p}. \tag{14}$$

Объединяя его затем с (13), приходим к равенству:

$$\frac{1}{T}(d + r - \nabla\vec{q}) = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{ij}}\varepsilon_{ij} + \frac{\partial S}{\partial T}\dot{T} + \frac{\partial S}{\partial p}\dot{p}, \tag{15}$$

в котором справедливы аппроксимации $dS/dp = \alpha_0$, $dS/d\varepsilon_{ij} = \beta_{ij}$, где α_0 и β_{ij} – некоторые постоянные.

Рассмотрим весьма распространенный на практике случай изотермического процесса разрушения. В этом случае количество теплоты, производимое внутренними источниками, полностью расходуется в окружающую среду и температура тела остается стационарной.

Соотношение (15) для изотермического процесса упростится и примет вид $d/T = \alpha_0 p + \beta_{ij}\varepsilon_{ij}$. Усредняя его за цикл деформирования, получаем:

$$\alpha_0 \langle \dot{p} \rangle = \frac{1}{T}\langle d \rangle, \tag{16}$$

где
$$\langle \dot{p} \rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega} p\,dt;$$
$$\langle d \rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega} d\,dt; \tag{17}$$
$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega} \dot{\varepsilon}_{ij}\,dt = 0$$

при деформировании по закону $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 \sin\omega t$.

Соотношение (16) представляет собой кинетическое уравнение для параметра поврежденности, которое можно использовать при построении критерия разрушения.

Принимаем, что разрушение системы происходит при достижении концентрацией разорванных молекулярных связей резины некоторого критического уровня Δp^*, численное значение которого является постоянной материала:

$$p(t) - p(0) = \int_0^{t^*} \langle p \rangle dt = \Delta p^* = \text{const}. \tag{18}$$

Тогда, подставляя (17) в (18), получаем следующее условие разрушения:

$$\Delta p^* = \int_0^{t^*} \frac{1}{\alpha_0 T} \langle d \rangle dt. \tag{19}$$

Конкретизируем, исходя из определения (12), функцию внутренней диссипации следующим образом: $d = \frac{1}{\eta}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$, где η – некоторая постоянная.

С учетом этого условие разрушения (19) запишется в виде:

$$\Delta p^* = \int_0^{t^*} \frac{1}{\alpha_0 T}\left[\frac{\omega}{2\pi}\int_t^{t+2\pi/\omega}\frac{1}{\eta}\frac{d}{dt}(\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij})dt\right]dt. \tag{20}$$

Или после выполнения операций интегрирования окончательно получаем:

$$\Delta p^* = \frac{1}{k_1 T}\frac{G_0\varepsilon_0^2\psi}{2}N^*, \tag{21}$$

где введена новая критическая постоянная, являющаяся характеристикой резины как материала и не зависящая от типа конструкции элемента и вида деформации $k_1 = \alpha_0\eta$.

Отсюда предельное количество циклов до разрушения:

$$N^* = \frac{2k_1 T\Delta p^*}{G_0\varepsilon_0^2\psi}. \tag{22}$$

Пример. Определим долговечность элемента ВР103 из резины типа 51-1562 при следующих параметрах: температура в центральной области резинового массива $T = 310$ К; мгновенный модуль сдвига $G_0 = 1{,}0\cdot10^6$ Па; $\psi = 0{,}6$; $\varepsilon_0 = 0{,}02$; $k_1 = 2{,}7\cdot10^{-15}$ Дж/К; $\Delta p^* = 3{,}65\cdot10^{25}$ м$^{-3}$ [2, 3]. В этом случае:

$$N^* = \frac{2\cdot 2{,}7\cdot10^{-15}\cdot 310\cdot 3{,}65\cdot10^{25}}{1{,}0\cdot10^6\cdot 0{,}02^2\cdot 0{,}6} = 2{,}5\cdot10^9 \text{циклов}.$$

Экспериментально для партии элементов ВР103, работающих при амплитуде продольного сжатия $A = 3$ мм и частоте $\omega = 25$ Гц, нижний предел долговечности составил $2{,}3\cdot10^9$ циклов [1]. Как видно, совпадение вполне удовлетворительное.

3. Выводы

1. При расчете долговечности упруго-наследственных сред на основе энтропийного критерия разрушения постоянная ΔS^* (5) определяется экспериментально на основе стандартных опытов по одноосному циклическому (с постоянной частотой и амплитудой) растяжению.
2. При расчете долговечности эластомерных конструкций на основе критерия разрушения по величине, развивающейся в материале поврежденности, необходимо экспериментальное определение величин формулы (9).
3. Расчет долговечности на основе обобщенного критерия разрушения дисипативного типа возможен с использованием табличних величин.

Литература

1. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров [Текст]/ А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец – К.: Наукова думка, 2011. – 463 с.
2. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей [Текст]/ А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С.Кобец – К.: Наукова думка, 2012. – 616 с.
3. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. Т. 3.Термомеханическая теория вязкоупругих тел. [Текст]/ А.Ф. Булат, В.И. Дырда, В.Г. Карнаухов – К.: Наукова думка, 2013. – 428 с.
4. Дырда, В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях [Текст]/ В.И. Дырда – К.: Наукова думка, 1988. – 239 с.
5. Булат, А.Ф. Закономерности разрушения эластомеров при длительных циклических нагружениях [Текст]/ А.Ф. Булат, В.В. Говоруха, В.И. Дырда // Геотехническая механика. – 2004. – вып.2. – С. 3-95.
6. Вакуленко, А.А. О связях между напряжениями и деформациями в неупругих средах [Текст]/ А.А. Вакуленко // Исследования по упругости и пластичности. – 1961. – № 1. – С. 3-35.
7. Ультан, В.Е. К вопросу о разрушении пространственно-структурированных полимеров [Текст]/ В.Е. Ультан, В.М. Чебанов, А.И. Чудновский // Механика полимеров. –1972. –№ 4. –С. 612-620.
8. Потураев, В.Н. Прикладная механика резины. [Текст] / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, И.И. Круш – К.: Наукова думка, 1980. – 260 с.
9. Потураев, В.Н. Резина в горном деле [Текст]/ В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.П. Надутый. – М.: Недра, 1974. –152 с.
10. Poturaev, V.N. Fracture mechanics of viskoelastic systems [Текст]/ V.N.Poturaev, V.I. Dyrda // Proceedings of the fourth international conference on fracture, 19-20 June 1977. –Waterloo: University of Waterloo Press. –1977. –N 3. –P. 463-466.
11. Потураев, В.Н. Исследование вибрационного разогрева прямоугольной вязкоупругой призмы при циклическом нагружении / В.Н. Потураев, В.Г. Карнаухов, В.И. Дырда и др. // Прикл. механика. – 1976. – 12, № 11. – С. 57-64.