

УДК 621.391.01

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ НЕСУЩИМ И ИНФОРМАЦИОННЫМ СИГНАЛОМ В СИСТЕМАХ С ДИНАМИЧЕСКИМ ХАОСОМ

**Р. Л. Политанский**

Кандидат физико-математических наук, доцент\*

Контактный тел.: (037) 226-18-61

E-mail: polyr@mail.ru

**Л. Ф. Политанский**

Доктор технических наук, профессор, исполняющий  
обязанности заведующего кафедрой\*

Контактный тел.: (037) 224-24-36

E-mail: politanskyu@chnu.cv.ua

**С. Д. Галюк**

Аспирант\*

Контактный тел.: 067-437-79-45

E-mail: galiuk@inbox.ru

**Н. Я. Кушник**

Кандидат физико-математических наук, доцент\*

Контактный тел.: (037) 255-50-33

E-mail: kushnirnik@gmail.com

\*Кафедра радиотехники и информационной  
безопасности

Черновицкий национальный университет  
имени Ю. Федьковича

ул. Коцюбинского, 2, Черновцы, Украина, 58012

*Досліджується кореляція між інформаційним і несучим сигналом у системі з нелінійним підмішуванням інформаційного сигналу до хаотичного. Аналізується вплив на кореляцію амплітуди зовнішнього сигналу. Обговорюється можливість використання сигналів з різним співвідношенням потужностей в системах передачі інформації*

*Ключові слова: динамічний хаос, кореляція, нелінійне підмішування*

*Исследуется корреляция между информационным и несущим сигналом в системе с нелинейным подмешиванием информационного сигнала к хаотическому. Анализируется влияние на корреляцию амплитуды внешнего сигнала. Обсуждается возможность использования сигналов с разным соотношением мощностей в системах передачи информации*

*Ключевые слова: динамический хаос, корреляция, нелинейное подмешивание*

*Correlation between an informative and bearing signal in the system with nonlinear information mixing is investigated. The influence on correlation of the amplitude of external signal is analyzed. The utilizing of signals with different correlation of powers for information transfer comes into question*

*Key words: chaos dynamic, correlation, nonlinear information mixing*

## 1. Введение

Возможность практического использования хаотических сигналов в системах связи есть одним из главных направлений исследований в отрасли телекоммуникаций и теории передачи информации и вызывает большую заинтересованность ученых, конструкторов и инженеров [1-4]. Хаотические ди-

намические системы являются самостоятельной областью науки, которая находится на стыке теории дифференциальных уравнений, математической статистики и многих областей физики (статистическая физика и термодинамика, гидродинамика, механика, радиоэлектроника и т. д.). В наиболее обобщенной и употребляемой форме фазовые траектории, которые описывают такую систему, есть решениями систе-

мы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n) \\ &\dots \\ \dot{x}_i &= f_i(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n) \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

Для исследуемых нелинейных систем нахождения аналитических решений в большинстве случаев невозможно, а численное моделирование является эффективным средством, но трудоемким процессом.

Во многих случаях радиотехнические системы, которые содержат нелинейные элементы, то есть такие, которые имеют нелинейные ВАХ, АЧХ и т. п., проявляют свойства динамических систем с хаосом. Радиотехнические схемы с такими свойствами называют хаотическими генераторами. Их моделирование является возможным с использованием математических моделей.

Кроме модельного приложения свойства хаотических систем оказались интересными для создания новых подходов к передаче информации. Существует несколько направлений использования хаотических сигналов в системах связи, – хаотическая маскировка, переключение хаотических режимов, модулирование хаотической несущей информационным сигналом, нелинейное подмешивание информационной составляющей к хаотическому сигналу [1-6], использование символического представления хаотических траекторий [7, 8], прямохаотические системы [2, 9, 10] и др. Отличительной особенностью метода нелинейного подмешивания, основанному на взаимнообратном преобразовании сигналов, является возможность варьирования в широких пределах уровня вводимого в передатчик информационного сообщения по отношению к хаотическому сигналу. При этом амплитуда информационного сигнала может быть меньше, соизмеримой или превышать амплитуду хаотического сигнала. Система связи, использующая хаотические модули с нелинейным подмешиванием информации, показала свою работоспособность в физических экспериментах.

Важным свойством хаотических систем является способность к самосинхронизации хаотических генераторов [11]. Исследования теории нелинейных цепей показывают, что хаотические генераторы могут быть синхронизированными даже при условии определенных отклонений в начальных условиях. В наиболее простом случае для этого нужно, чтобы параметры таких систем совпадали. Математически это значит, что функции описания хаотических генераторов передатчика и приемника должны быть одинаковыми. В реальных схемах, задействованных в системах связи, хаотические генераторы имеют 2-3 параметра. Некоторое возмущение начальных условий генератора передатчика и приемника является моделью искажений сигнала в канале связи. Последнее объясняется наличием отклонения параметров хаотических генераторов в результате конструктивных особенностей полупроводниковых приборов и интегральных схем, которые являются основой для их изготовления. Такие

особенности влияют непосредственно на вид функций описания хаотических генераторов. Техническим критерием прецизионности генератора хаоса является разброс параметров элементов генератора, что не должен превышать 0.3-0.5%. Возможность синхронизации в условиях таких искажений говорит о потенциальной помехозащищенности сигналов, генерированных хаотическими системами. При этом важной является прецизионность хаотических генераторов [12].

Свойство самосинхронизации является интересным явлением для использования в системах передачи информации, которые должны удовлетворять требованиям помехозащищенности и криптоустойчивости. Вместе с тем хаотические сигналы должны иметь сложный спектр подобный спектру шумового сигнала, для того, чтобы удовлетворять условиям устойчивости сигнала к несанкционированным попыткам его расшифровки.

Известно, что хаотические сигналы имеют быстро спадающую автокорреляционную функцию [13]. Устойчивость таких сигналов к помехам является основой развития систем передачи информации в условиях многолучевой интерференции – систем с расширением спектра [14].

Корреляционные свойства хаотических сигналов на сегодняшний день мало изучены. В известных работах исследуются автокорреляционные функции сигналов генерируемых хаотическими системами [15].

Наша работа посвящена исследованию зависимости корреляционных свойств выходного сигнала генератора хаоса от мощности информационного сигнала и хаотической несущей при нелинейном подмешивании информационного сигнала в хаотический сигнал. Значение корреляции между указанными сигналами дает возможность сделать вывод о возможности использования сигналов в системах передачи информации.

## 2. Математическая модель системы

Структурная схема кольцевого генератора и характеристика нелинейного усилителя представлены на рис. 2. Генератор состоит с нелинейного элемента  $F(z)$  с амплитудным преобразованием входного сигнала (подсистема 1), фильтра низких частот первого порядка (подсистема 2) и фильтра низких частот второго порядка (подсистема 3). Соединение подсистем генератора осуществляется через буферные устройства, которые обеспечивают однонаправленность связи и развязку между элементами. Последовательно соединенные подсистемы та буферные устройства образуют единое кольцо обратной связи. Вид амплитудной характеристики нелинейного преобразователя объясняется требованиями прецизионности, что важно в аппаратной реализации приборов.

В безразмерных переменных математическая модель кольцевого автогенератора с 1.5 степенями свободы описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \beta(f(u) - x) \\ \dot{y} &= 4\pi^2(x - z) \\ \dot{z} &= y - \alpha z \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x, y, z$  – переменные состояния автогенератора,  $f(u)$  – функция нелинейного преобразования сигнала,  $u$  – сигнал на входе нелинейной подсистемы,  $\alpha = 1.38$ ,  $\beta = 2.1$  – параметры системы.

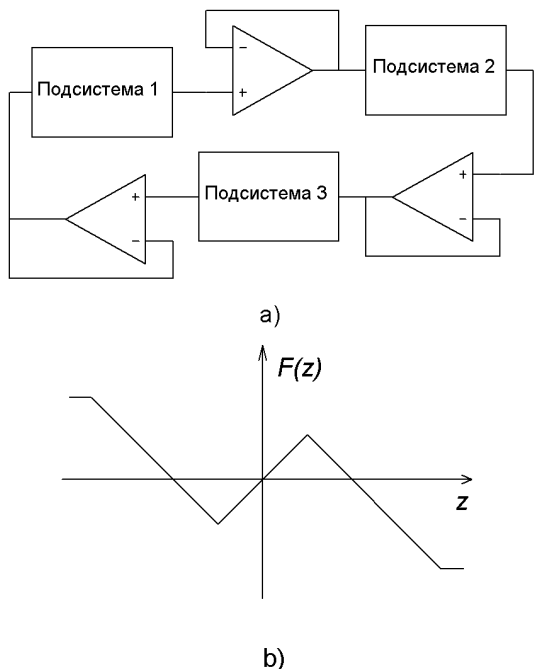


Рис. 1. Кольцевой генератор хаоса с 1.5 степенями свободы: а) блок-схема генератора; б) нелинейная характеристика

При выбранных параметрах аттрактор системы (2) является фазокогерентным и имеет вид двухобходной ленты Мебиуса (рис. 2а). Основная частота генератора  $f \approx 0,98$  Гц (рис. 2б). Также в спектре присутствует субгармоника на частоте  $f/2$  и линии на кратных частотах.

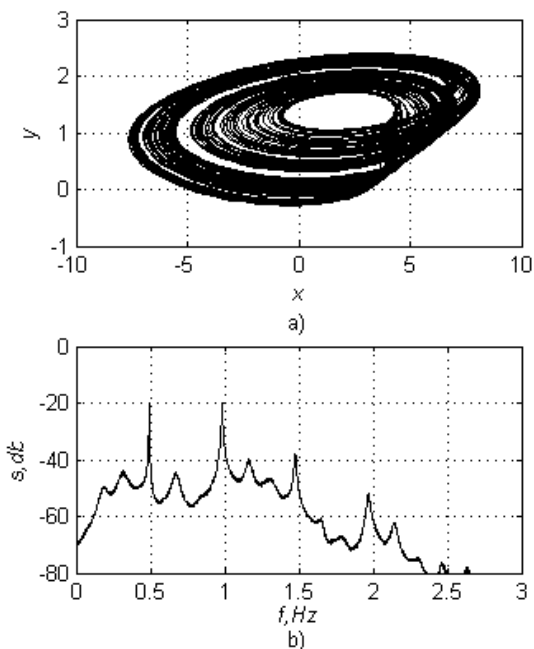


Рис. 2. Проекция аттрактора (а) и нормированный спектр мощности (б) кольцевого генератора

Нелинейную характеристику (рис. 1б) можно описать следующим соотношением:

$$f(u) = M \left( |u + E_1| - |u - E_1| + \frac{1}{2} (|u - E_2| - |u + E_2|) \right) \quad (2)$$

где  $M = 2.93$  – коэффициент усиления,  $E_1 = 1, E_2 = 4$ .

В качестве входных сигналов выбирались волны, полоса которых находится в диапазоне частот хаотического генератора, а именно:

- синусоидальный сигнал, математической моделью которого является  $s = A \sin(2\pi f t)$ , где  $A, f$  – соответственно амплитуда и частота внешнего сигнала.

- частотно модулированный синусоидальный сигнал, математической моделью которого является  $s = A \sin(2\pi f_0 t - \psi \sin(2\pi F t))$ , где  $A$  – амплитуда сигнала,  $f_0$  – средняя частота сигнала,  $\psi$  – индекс частотной модуляции,  $F$  – частота модулирующего сигнала.

Критерием качества системы была выбрана корреляция между входным сигналом и сигналом на выходе системы.

При нелинейном подмешивании входным сигналом хаотической системы является сумма внешнего информационного сигнала и хаотического сигнала:

$$u = z + s \quad (3)$$

Выходным сигналом хаотической системы выберем сигнал  $z$ .

Для определения подобия между информационным сигналом и выходным сигналом автогенератора рассчитаем максимальное значение коэффициента взаимной корреляции при изменении времени  $\tau$ :

$$R_{\max} = \max(R(\tau)) \quad (4)$$

где

$$R(\tau) = \frac{\langle z(t)s(t+\tau) \rangle - \langle z(t) \rangle \langle s(t+\tau) \rangle}{\sqrt{(\langle z^2(t) \rangle - \langle s^2(t) \rangle)(\langle z^2(t+\tau) \rangle - \langle s^2(t+\tau) \rangle)}}$$

### 3. Основные результаты

Зависимости максимального значения коэффициента взаимной корреляции между нелинейно подмешиваемым синусоидальным сигналом и сигналом на выходе автогенератора для разных значений частоты одночастотного сигнала представлена на рис. 3. Диапазону изменения амплитуды внешнего  $A = [0, 3]$  сигнала соответствует изменение мощности вводимого сигнала относительно мощности хаотического сигнала при отсутствии внешнего  $\mu = P_s/P_z = [0, 2, 4]$ . При изменении амплитуды информационного сигнала  $A$  структура начального хаотического аттрактора может изменяться для разных значений параметров внешнего сигнала (рис. 4). На частотах первой и второй гармоники при  $A \approx 0.07$  (рис. 3б, д) коэффициент корреляции имеет большое значение, которое указывает на сильное подобие выходных сигналов. С отклонением частоты внешнего сигнала от основной частоты генератора (и от частоты субгармоники) ширина диапазона с максимальным значением корреляции сужается

– (рис. 3а, с, е), однако значения  $R_{max}$  изменяется мало. С рис. 3 следует, что при частотах близких к базовой (или к частоте субгармоники) при малых амплитудах информационного сигнала максимальное значение коэффициента корреляции остается высоким. Вне этого диапазона корреляция между сигналами уменьшается и при значительном отклонении собственной та внешней частот, например при  $f = 2\text{Hz}$  (рис. 3f) и малых мощностях информационного сигнала корреляция отсутствует.

Увеличение амплитуды внешнего синусоидального сигнала  $A=[0.15\ 0.5]$  приводит к уменьшению коэффициента корреляции. При последующем возрастании амплитуды, как следует из рис. 3а-е, коэффициент корреляции в общем случае зависит от частоты внешнего сигнала. В зависимости от характеристик информационного сигнала наблюдаются широкие или узкие участки мощности с высокой корреляцией. Это связано с режимами частотно-фазовой синхронизации или синхронизации через подавление автоколебаний генератора. Малые значения коэффициента корреляции соответствуют хаотическим та квазипериодическим режимам.

ЧМ-сигнал является сложнее в сравнении с гармоническим, поскольку имеет полосовой спектр. На рис. 5 представлена зависимость максимального значения коэффициента взаимной корреляции между нелинейно подмешиваемым ЧМ-сигналом и сигналом на

выходе автогенератора для разных значений частоты тонального сигнала.

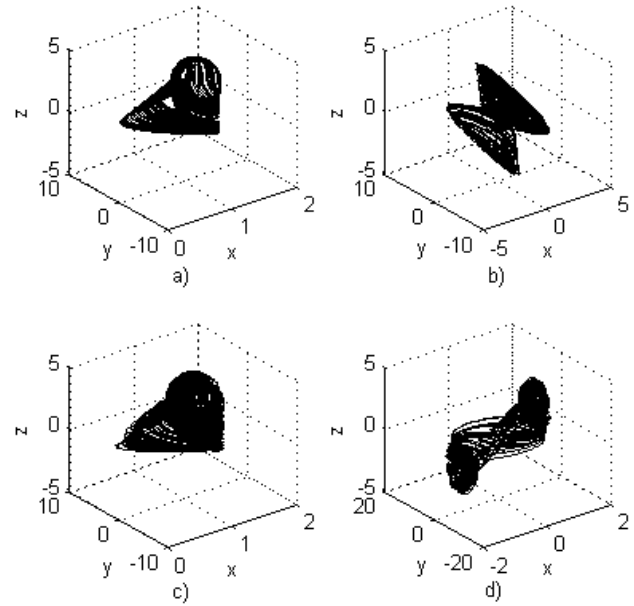


Рис. 4. Фазовые портреты кольцевого генератора: а)  $A=0, f=0.5$ ; б)  $A=0.2, f=0.5$ ; в)  $A=0.15, f=1$ ; д)  $A=0.2, f=2$

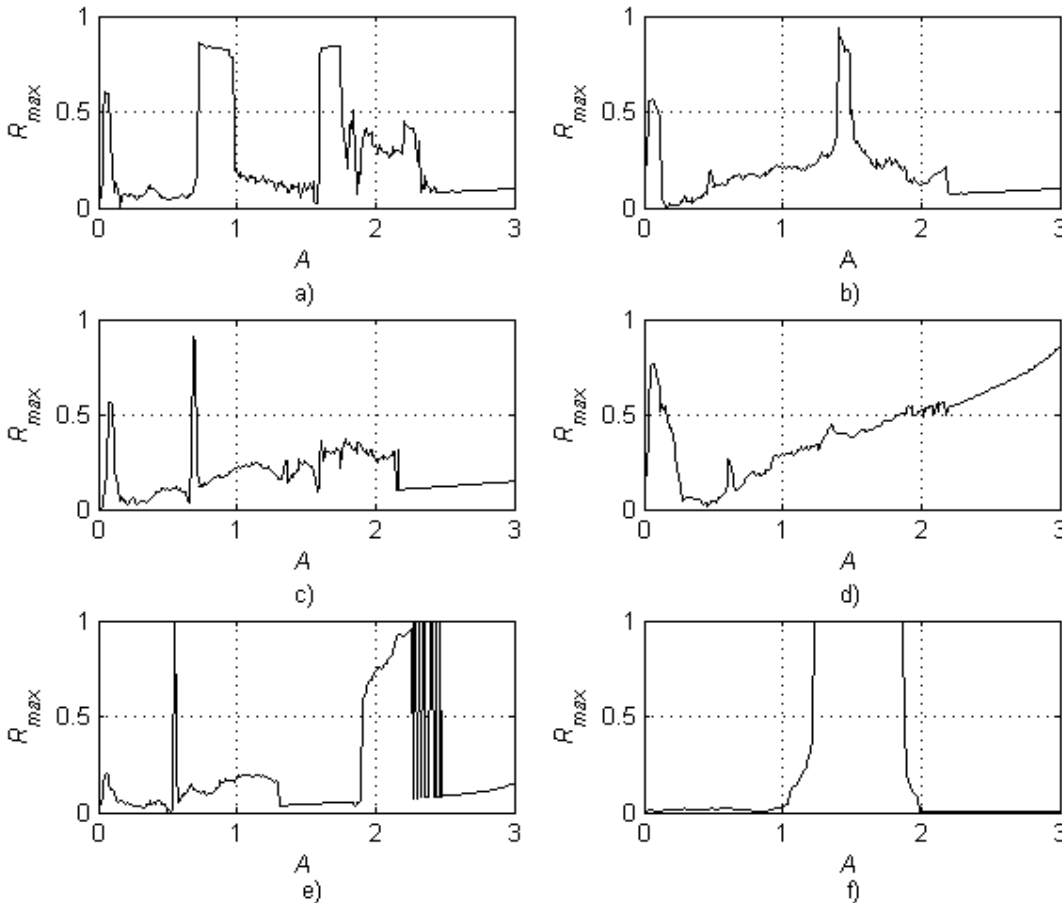


Рис. 3. Зависимость максимального значения коэффициента взаимной корреляции от амплитуды и частоты внешнего синусоидального сигнала: а)  $f=0.4$ ; б)  $f=0.5$ ; в)  $f=0.8$ ; д)  $f=1$ ; е)  $f=1.2$ ; ф)  $f=2$

При равенстве средней частоты ЧМ-сигнала основной частоте хаотического генератора зависимость максимума функции корреляции (рис. 5с) подобна функции корреляции при синусоидальном сигнале во всем диапазоне изменения амплитуды внешнего сигнала, при частотах  $f=0.5, f=0.8$  – только при малых амплитудах (рис. 5а,б). Увеличение полосы частот ЧМ-сигнала с  $F=0.2f_0$  до  $F=0.3f_0$  при условии постоянства ее среднего значения приводит к уменьшению максимального значения коэффициента корреляции (рис. 5с-д).

При большой частоте сигнала ЧМ-сигнала коэффициент корреляции остается малым в широком диапазоне изменения амплитуды сигнала (рис. 5f). Большое значение  $R_{max} \approx 1$  соответствует режиму синхронизации через подавление автоколебаний хаотической системы.

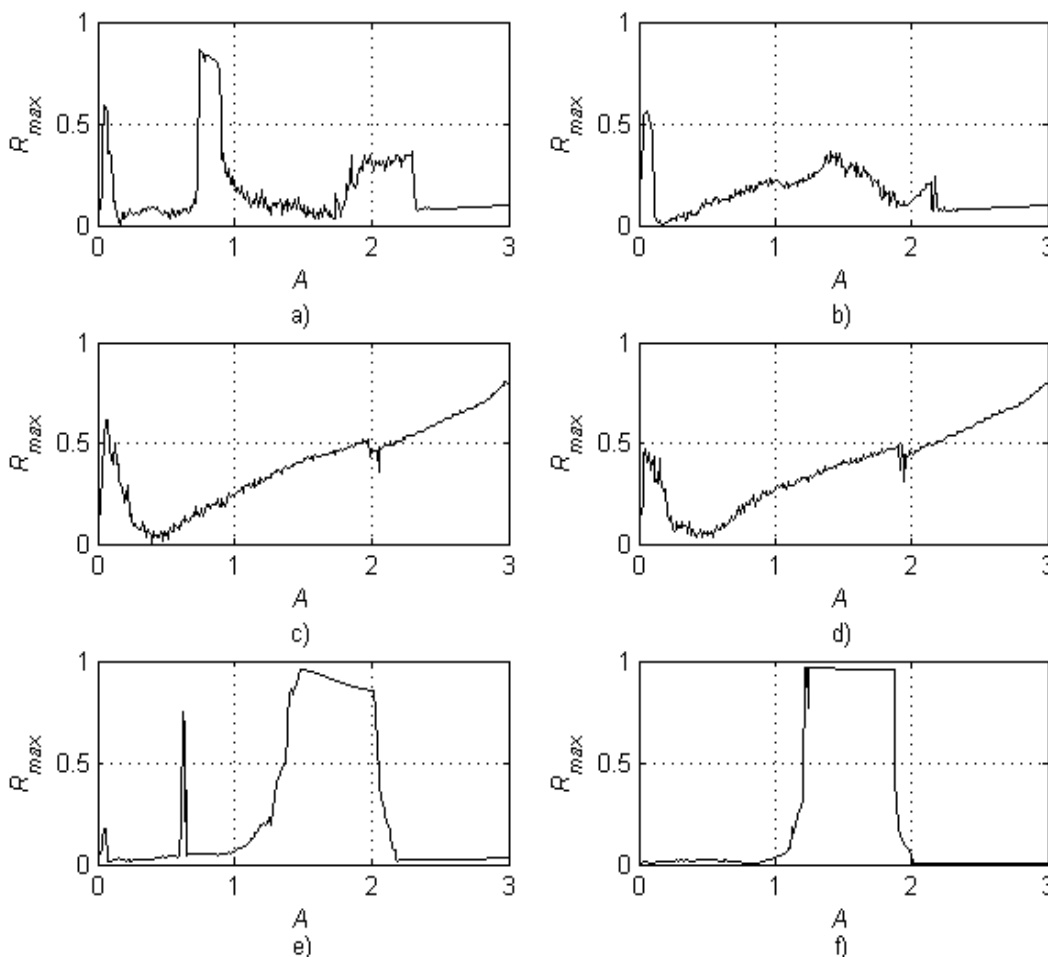


Рис. 5. Зависимость максимального значения коэффициента взаимной корреляции от амплитуды внешнего ЧМ-сигнала для значений параметров ЧМ – сигнала,  $\psi=0.3$ : а)  $f_0=0.5, F=0.2f_0$ ; б)  $f_0=0.8, F=0.2f_0$ ; в)  $f_0=1, F=0.1f_0$ ; д)  $f_0=0.2, F=0.2 f_0$ ; е)  $f_0=1, F=0.3f_0$ ; ф)  $f_0=1.5, F=0.1f_0$

#### 4. Анализ результатов и выводы

Зависимость коэффициента корреляции между информационным сигналом и выходным сигналом генератора от амплитуды информационного сигнала является сложной.

Большое значение коэффициента корреляции указывает на подобие хаотического и информационного сигналов. Также значительная корреляция между указанными сигналами обеспечивает возможность передачи сигналов в условиях действия помех, что является позитивными с точки зрения помехоустойчивости сигнала. Однако при этом уменьшается скрытность информационного сигнала, поскольку спектр передаваемого сигнала подобен спектру информационного, что приводит к уязвимости систем

с точки зрения несанкционированного принятия данных.

Значение корреляции зависит от параметров информационного сигнала. В диапазоне исследуемых частот и мощностей внешнего сигнала существуют области, в которых корреляция мала и в тоже время сохраняется хаотический режим колебаний. При

этом мощность информационного и выходного хаотического сигналов может быть разной. Указанное свойство важно как с точки зрения энергетической эффективности метода, так и для качества передачи. Возможность варьирования уровнем информационного сигнала позволяет управлять качеством передачи.

Оптимальным является случай, когда корреляция является не слишком сильной, и не слишком малой. Для исследуемой системы входной информационный сигнал должен занимать полосу частот, которая находится вдали от основной частоты генератора. Также можно использовать частоты близкие к основной, но тогда

необходимо отдельно исследовать поведение хаотической системы.

Из приведенных результатов моделирования можно сделать вывод, что при частоте информационного сигнала, которая находится в диапазоне частот между основной частотой и субгармоникой наблюдаются участки с малой корреляцией при разных значениях амплитуды (мощности) внешнего сигнала.

При подмешивании ЧМ сигнала зависимость коэффициента корреляции, что подобная зависимости при подмешивании синусоидального сигнала наблюдается только в случае равенства основной частоты хаотического и внешнего сигналов (рис. 3д и рис. 5с,д), т.е. корреляционные свойства зависят от формы информационного сигнала.

## Литература

1. Политанський Л.Ф., Многопользовательская система связи с использованием хаотической частотной модуляции / Л. Ф. Политанский, М. Я. Кушнир, Р. Л. Политанский, О. М. Элияшив, О. О. Невельский, С. В. Величко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий – 2010. - №1/5(43). - с. 44-47. (на украинском).
2. Політанський Л. Система передачі інформації з використанням синхронного хаотичного відгуку / Л. Політанський, М. Кушнір, С. Галюк // Комп'ютерні науки та інженерія : матеріали III міжн. конф. Молодих вчених CSE-2009, 14-16 травня 2009 р. / Нац. унів. "Львівська політехніка". – 2009. – С. 319-320.
3. Андреев Ю.В. Динамические системы с хаосом как среда для записи, хранения и обработки информации / Ю. В. Андреев, Ю. Л. Бельский, А. С. Дмитриев, Д. А. Куминов // Изв. Вузов Радиофизика. - 1994. - том 37. - №8. - с. 1003-1019.
4. Дмитриев А.С. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи / А. С. Дмитриев, А. И. Панас. – М.: Издательство Физико–математической литературы. - 2002. – 252с.
5. Старков С.О. Многопользовательские системы связи с применением динамического хаоса / С. О. Старков, В. Шварц, А. Абель // Зарубежная радиоэлектроника. – 2000. - №11. - с. 34-47.
6. Дмитриев А. С. Схема связи с суммированием по модулю хаотического и информационного сигналов / А. С. Дмитриев, Л. В. Кузьмин, А. И. Панас // Радиотехника и Электроника. – 1999. - том 44. - № 8. - с. 988-996.
7. Bollt E. Coding, channel capacity and noise resistance in communication with chaos / E. Bollt, Y-C. Lai, C. Grebogi // Phys.Rev. Lett. – 1997. - vol. 79. - pp. 3787-3790.
8. Lai Y-C. Communicating with chaos using two-dimensional symbolic dynamics / -C. Lai, E. Bollt, C. Grebogi // Phys. Lett. A. - 1999. - vol. 255. - pp.75–81.
9. Дмитриев А.С. Прямохаотические системы связи / А. С. Дмитриев, Л. В. Кузьмин, А. И. Панас, Д. Ю. Пузиков, С. О. Старков // Успехи современной радиоэлектроники. – 2003. - №9. - с. 40-55.
10. Дмитриев А.С. Сверхширокополосная беспроводная связь на основе динамического хаоса / А. С. Дмитриев, А. В. Клецов, А. М. Лактюшкин, А. И. Панас, С. О. Старков // Радиотехника и Электроника . – 2006. - т.51. - № 10. - с. 1193-1209.
11. Pikovsky A. Synchronisation: a universal concept in nonlinear sciences / A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths. – Cambridge: Cambridge University Press. - 2003. – 411p.
12. Кузьмин Л.В. Прецизионный генератор хаотических колебаний с кусочно-линейной характеристикой нелинейного элемента / Л. В. Кузьмин, Н. А. Максимов, А. И. Панас // Изв. Вузов «ПНД». - т. 7. - №2,3. – 1999. - с. 81-94.
13. Андреев Ю.В. Распространение и прием сверхширокополосных хаотических сигналов в условиях многолучевого распространения / Ю. В. Андреев, Л. В. Кузьмин, В. А. Морозов, С. О. Старков // Успехи современной радиоэлектроники. - 2008ю - № 1ю - с. 63-76.
14. Anishchenko V. S. Correlation Analysis of Deterministic and Noisy Chaos / V. S. Anishchenko, T. E. Vadivasova, G. A. Okrokvetskikhov, G. I. Strelkova // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2003. - Vol. 48. - No. 7. - pp. 750-760.
15. Анищенко В.С. Статистические свойства динамического хаоса / В. С. Анищенко, Т. Е. Вадивасова, Г. А. Окрокверцхов, Г. И. Стрелкова // Успехи физических наук. – 2005. - т. 175. - № 2. - с. 163-179.