

3. Соловей, О. И. Нетрадиционные та возобновляемые источники энергии [Текст] / О. И. Соловей, Ю. Г. Лега. - Черкасы, 2007. - 498 с.
4. Коробков, В. А. Преобразование энергии океана [Текст] / В. А. Коробков. - Л. : Судостроение, 1986. - 280 с.
5. Твайделл, Дж. Возобновляемые источники энергии [Текст] / Дж. Твайделл, А. Уэйр А. ; пер. с англ. - М. : Энергоатомиздат, 1990. - 392 с.
6. Калинин, Ю. Я. Нетрадиционные способы получения энергии [Текст] / Ю. Я. Калинин, А. Б. Дубинин. - Саратов : СПИ, 1983. - 70 с.
7. Дворов, И. М. Геотермальная энергетика [Текст] / И. М. Дворов. - М. : Наука, 1976. - 192 с.
8. Фатеев, Е. М. Ветро двигатели и ветроустановки [Текст] / Е. М. Фатеев. - М. : ОГИЗ-Сельхозгиз, 1948. - 544 с.
9. Шефтер, Я. И. Ветронасосные и ветроэлектрические агрегаты [Текст] / Я. И. Шефтер, И. В. Рождественский. - М. : Колос, 1967. - 376 с.
10. Сичкарев, В. И. Волновые энергетические станции в океане [Текст] / В. И. Сичкарев, В. А. Акуличев. - М. : Наука, 1989. - 132 с.
11. Васильев, Ю. С. Экология использования возобновляющихся энергисточников [Текст] / Ю. С. Васильев, Н. И. Хрисанов. - Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1991. - 343 с.
12. Jeannin, P.-Y. Modelling flow in phreatic and epiphreatic karst conduits in the Hoelloch Cave (Muotathal, Switzerland) / P.-Y. Jeannin // Water Resources Res. - 2001. - № 37. - P. 191-200.
13. Luescher, M. Temperature distribution in karst systems: the role of air and water fluxes / M. Luescher and P.-Y. Jeannin // Terra Nova. - 2004. - № 16. - P. 344-350.
14. Klimchouk, A. Le grotte del massiccio di Arabika / A. Klimchouk // La Rivista del CAI. - 1991. - № 112(1). - P. 37-47.

Для спрощення прийняття керуючих рішень на промислових підприємствах пропонується використовувати морфологічний критерій, який дозволяє виокремити необхідну модель за точністю її опису вхідних даних, а також наглядно представити результати розрахунків. З метою підвищення ефективності вибору оптимальної математичної моделі опису обсягів енергоспоживання пропонується використовувати багатокритеріальні моделі з оцінюванням їх результатів за мінімізацією

**Ключові слова:** багатокритеріальна модель, якість моделі опису даних, морфологічний критерій

Для упрощення прийняття управляючих рішень на промислових підприємствах пропонується використовувати морфологічний критерій, який дозволяє виокремити необхідну модель по точності її опису вхідних даних, а також наглядно представити результати розрахунків. С целью повышения эффективности выбора оптимальной математической модели описания объемов энергопотребления предлагается использовать многокритериальные модели с оценением их результатов по минимизации

**Ключевые слова:** многокритериальная модель, качество модели описания данных, морфологический критерий

УДК 517.4: 519.652

## ПРОБЛЕМИ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕНЕРГОСПОЖИВАННЯ НА ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

**А. В. Волошко**

Кандидат технологічних наук, доцент

Кафедра електропостачання\*

E-mail: a-voloshko@yandex.ua

**Я. С. Бедерак**

Інженер

Приватного акціонерного товариства «АЗОТ»  
вул. Першотравнева, 72, м. Черкаси, Україна, 18003

E-mail: yarbak2010@yandex.ua

**Т. М. Лутчин**

Аспірант\*

E-mail: 11best11@mail.ru

\*Інститут енергозбереження та енергоменеджменту

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

вул. Борщагівська, 115, м. Київ, Україна, 03056

### 1. Вступ

На сьогодні для більшості промислових підприємств проблемним залишаються питання організації

збору даних для побудови та розробки відповідної математичної моделі для відновлення відсутніх облікових даних енергоспоживання [1 – 6] та встановлення так званих «стандартів» споживання енергії.

Затвердження таких «стандартів» споживання енергії є одним з найважливіших етапів створення та функціонування систем оперативного контролю ефективності енерговикористання, що широко застосовуються в зарубіжній практиці і відомі в Україні як системи контролю і планування енергоспоживання. Такий «стандарт» в загальному випадку являє собою більш або менш складну математичну модель споживання палива чи енергії деяким технологічним об'єктом (установкою, агрегатом, технологічною лінією) в залежності від основних чинників, що суттєво впливають на витрату енергії на цьому об'єкті.

Вказана модель може бути побудована методами регресійного аналізу. Проте основна проблема звичайних методів регресійного аналізу полягає у визначенні істинного виду шуканої моделі, тобто у розрахунку коефіцієнтів моделі заданого для найбільш точного представлення табличних даних, які також можуть містити деяку похибку. Тому модель, яка найбільш точно задовольняє експериментальні дані, не завжди точно відображає функціонування об'єкта експерименту.

## 2. Постановка проблеми

Розробити критерій, який би дозволив обрати оптимальну математичну модель опису обсягів енергоспоживання промисловими підприємствами.

## 3. Літературний огляд

На відміну від звичайних методів регресії методи самоорганізації моделей дозволяють враховувати множину факторів-претендентів замість фіксованого переліку факторів, що дозволяє адаптувати використання моделі для різних промислових підприємств. Для більш точного опису прийнято використовувати метод групового урахування аргументів (МГУА).

Основна вимога до математичної моделі – це зручність її наступного використання, що забезпечується зручністю математичного представлення, яка досягається вдалим вибором елементарних функцій з високою точністю наближення до дійсних значень при невеликій їх кількості [7].

Для відображення характеристики енергоспоживання прийнято будувати однофакторну математичну модель, користуючись бібліотекою графічних моделей Curve Fitting Toolbox програмного комплексу «Matlab 7.0» [8], а багатфакторні математичні моделі – засобами МГУА [9]. Самоорганізація моделей дозволяє при мінімальній участі дослідника одержувати оптимальну модель за заданими множиною моделей-претендентів та критеріями її якості [10].

При створенні моделі необхідно враховувати не лише специфіку промислового виробництва (його структуру), але й динаміку процесів, які відбуваються на виробництві. Після визначення факторів, що впливають на енергоспоживання, пропонується одержати автокореляційну матрицю даних середньогодинних значень виробітку продукції та інших величин, які впливають на енергоспоживання [9]. Якщо наявні дані з коефіцієнтом автокореляції, більшим за 0,75, то це вказує на суттєвий вплив на результуючу ознаку як

поточних, так і попередніх значень незалежних змінних.

## 4. Створення критерію оцінювання якості опису багатокритеріальної моделі

Найкраща модель обирається шляхом використання декількох критеріїв якості після розрахунку ряду математичних моделей. При порівнянні критеріїв якості не завжди одразу визначається оптимальна модель за точністю представлення даних. Одним з підходів до пошуку розв'язку багатокритеріальної задачі оптимізації (БКО) є зведення її до задачі параметричної оптимізації, тобто до однокритеріальної (скалярної) оптимізації із цільовою функцією  $f(X)$ . Інакше кажучи, часткові критерії  $F_i(X)$ , тим або іншим способом поєднуються в узагальнений критерій  $f(X) = \Phi[F_1(X), F_2(X), \dots, F_m(X)]$ , який потім оптимізується. Під побудовою узагальненого критерію у БКО розуміється процедура, яка «синтезує» набір оцінок по заданих часткових критеріях, у єдину чисельну оцінку, що виражає підсумкову корисність цього набору оцінок для особи, що приймає рішення [11].

Операція приведення масштабів локальних критеріїв до єдиного, звичайно безрозмірного, називається нормалізацією критеріїв [11]. При обчисленні узагальненого критерію потрібно враховувати не натуральні критерії, а їх нормовані значення. Нормований критерій являє собою відношення «натурального» часткового критерію до деякої нормованої величини. При цьому, вибір нормованого дільника повинен бути обґрунтований тому, що кожний критерій має різний фізичний зміст, тобто вимірюються у різних одиницях. Як наслідок, масштаби критеріїв та якість отриманих результатів за кожним критерієм неможливо порівняти. В роботі часткові критерії якості математичних моделей взяті в процентному відношенні до максимального значення цих критеріїв усіх розглянутих моделей.

Якщо декілька критеріїв вказують на оптимальну модель при мініальному значенні критерію, а один критерій – при максимальному його значенні, то необхідно застосувати замість останнього критерію обернену по відношенню до нього величину.

Найчастіше для БКО рівноважних критеріїв застосовують адитивний та мультиплікативний узагальнені критерії.

Для адитивного критерію цільова функція створюється шляхом додавання нормованих значень часткових критеріїв. У випадку, коли усі часткові критерії мають рівну вагу, то узагальнений адитивний критерій  $A$  записується у наступному вигляді:

$$A = f(X) = \sum_{i=1}^m F_i(X).$$

Недоліком адитивного критерію є взаємна компенсація часткових критеріїв. Це означає, що значне зменшення одного з часткових критеріїв перекривається за рахунок зростання другого критерію.

Мультиплікативний критерій  $P$  утворюється шляхом простого перемноження часткових критеріїв у тому випадку, коли вони мають однакову вагу [11]:

$$\Pi = f(X) = \prod_{i=1}^m F_i(X).$$

Недоліки мультиплікативного критерію: цей узагальнений критерій компенсує недостатню величину одного часткового критерію надлишковою величиною іншого й має тенденцію згладжувати рівні часткових критеріїв за рахунок нерівнозначних первинних значень часткових критеріїв.

При виборі оптимальної математичної моделі за критеріями рівної ваги інколи виникають ситуації, коли одна математична модель більш точна за узагальненим адитивним, інша – за мультиплікативним критерієм. Тоді доцільно для вибору оптимальної моделі ввести ще один вирішальний узагальнений критерій. З цією метою у роботі запропоновано застосовувати морфологічний критерій. Ідея його складається у тому, що розраховуються площі фігур, створених вершинами, координати яких у масштабі відповідають нормованим значенням часткових критеріїв. Якщо у однієї з фігур менша площа, то це означає, що математична модель, якій відповідає така фігура, має оптимальне (мінімальне) співвідношення часткових критеріїв. Геометрична інтерпретація критерію показує, що цей критерій має риси як адитивного, так і мультиплікативного критерію. Наприклад, площа фігури з числом сторін більше або рівним 4 є доданком площ 4 або більше трикутників, а площа кожного трикутника обчислюється шляхом множення. На ґрунті вищевикладеного послідовність розрахунку морфологічного критерію пропонується викласти у вигляді наступного алгоритму.

### 5. Алгоритм розрахунку морфологічного критерію

1. Система координат Декарта поділяється на  $n$  рівних частин, де  $n$  – кількість застосованих критеріїв якості моделі. Вздовж вісі абсцис та ординат наносяться одиниці відліку - %.

2. Від центру координат будуються вектори по лініях розділу площини. Довжина векторів відповідає процентній величині критерію для кожного методу стосовно найбільшого значення критерію із усіх представлених моделей.

3. Будується багатокутник, що з'єднає кінці векторів однієї і тієї ж математичної моделі.

4. Розраховується площа багатокутника. Для визначення площі багатокутника використовується те, що багатокутник є полігоном. Площа полігона визначається за формулою [12]:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i), \quad (1)$$

де  $(x_i; y_i)$  – координати вершин полігона (іє[1,n]);  $x_{k+1} = x_1$  і  $y_{k+1} = y_1$ .

Напрямок обходу полігона повинен бути проти годинникової стрілки. Для визначення координат полігона необхідно розмістити його у першому квадранті шляхом паралельного переносу центру координат на 100 одиниць (%) вздовж вісі ординат +X та 100 одиниць (%) вздовж вісі абсцис +Y.

5. За пунктами 1 - 4 визначаються площі багатокутників для всіх моделей.

6. Вибирається оптимальна модель, якій відповідає багатокутник з мінімальною площею. Багатокутник з мінімальною площею відповідає математичній моделі, у якої оптимальне співвідношення нормованих часткових критеріїв.

### 6. Апробація результатів. Практичне використання морфологічного критерію

Застосування морфологічного критерію пояснимо у ході розрахунку оптимальної моделі енергоспоживання в цеху з виробництва аміаку. У роботі [9] було обрано дві моделі, що мали найкраще співвідношення критеріїв якості моделей залежності погодинного споживання енергії від виробітку аміаку (змінна  $x$ ) та витрат природного газу (змінна  $z$ ) за той же час.

$$\begin{aligned} \text{Це } Y &= 11,676 + 0,319x_{-1} + 0,171z_0 \text{ та} \\ Y &= 14,8 + 0,304x_{-1} + 0,139x_0. \end{aligned}$$

Для вибору кращої математичної моделі застосовувалися критерій регулярності  $\Delta^2$  (В), критерій мінімуму зсуву  $n_{\text{зсуву}}^2$ , критерій точності короткочасного прогнозу  $\Delta^2$  (С) та критерій простоти моделі  $K_{\text{пр}}$  [9].  $K_{\text{пр}}$  приймається рівним 1, якщо модель містить тільки одне значення незалежної змінної,  $K_{\text{пр}} = 2$  - два значення,  $K_{\text{пр}} = 3$  - три значення і  $K_{\text{пр}} = 4$  - чотири значення незалежної змінної. Вищенаведені критерії незалежні один від одного та мають рівну вагу. Цільові функції для кожної моделі будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} K_{\text{пр}} \rightarrow \min \\ \Delta^2(C) \rightarrow \min \\ \Delta^2(B) \rightarrow \min \\ n_{\text{зсуву}}^2 \rightarrow \min. \end{cases}$$

Для двох вищевказаних моделей наведемо значення критеріїв якості у вигляді табл. 1 [9].

Максимальні значення виділені напівжирним шрифтом. Як видно з табл. 1 модель № 1 є більш точною за мультиплікативним критерієм, а модель № 2 – за адитивним. Тому для вибору кращої математичної моделі пропонується розрахувати додатково значення морфологічного критерію.

Згідно вищенаведеного алгоритму у даному випадку система координат поділяється на 4 частини, які утворені променями X, -X, Y, -Y (рис. 1). Вісь X відповідає критерію  $K_{\text{пр}}$ , вісь Y -  $\Delta^2(C)$ , вісь X -  $\Delta^2(B)$ , вісь Y -  $n_{\text{зсуву}}^2$ . На вісях відкладаються вершини чотирикутників ABCD (який відповідає моделі  $Y = 11,676 + 0,319x_{-1} + 0,171z_0$ ) та EFGH (який відповідає моделі  $Y = 14,8 + 0,304x_{-1} + 0,139x_0$ ).

Для розрахунку площі чотирикутників необхідно виконати паралельний перенос фігур у перший квадрант, який показаний на рис 1.

Визначаються координати вершин багатокутника у Декартових координатах для моделей  $Y = 11,676 + 0,319x_{-1} + 0,171z_0$  та  $Y = 14,8 + 0,304x_{-1} + 0,139x_0$

до та після паралельного переносу (табл. 2). Абсциси та ординати вершин після переносу дорівнюють доданку відповідних координат до переносу та 100 одиниць.

Таблиця 1

Значення критеріїв якості математичних моделей

Критерій якості моделі	Модель № 1 $Y=11,676+0,319x_{-1}+0,171z_0$		Модель № 2 $Y=14,8+0,304x_{-1}+0,139x_0$	
	Абсолютне значення моделі	Нормоване значення моделі (у % до максимального)	Абсолютне значення моделі	Нормоване значення моделі (у % до максимального)
$K_{np}$	2	100	2	100
$\Delta^2(C)$	0,0021	100	0,00055	26,2
$\Delta^2(B)$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	99,37	$1,912 \cdot 10^{-4}$	100
$n^2_{зсуву}$	$1,951 \cdot 10^{-5}$	31,3	$6,232 \cdot 10^{-5}$	100
Адитивний критерій А	-	330,67	-	326,2
Мультиплікативний критерій ІІ	-	31102810	-	61900000

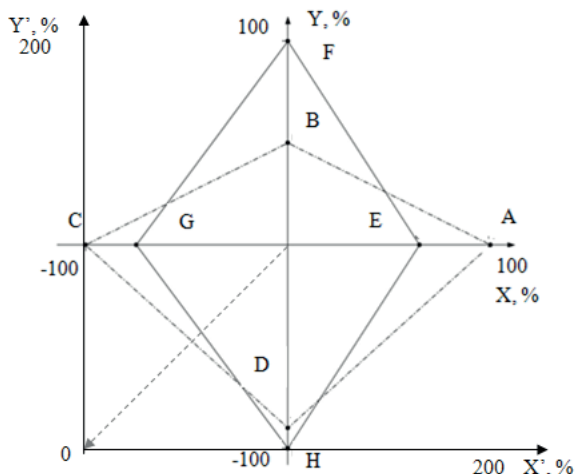


Рис. 1. Візуалізація морфологічного критерію для визначення оптимальної моделі за 4 критеріями якості моделі та перенос центру координат для знаходження площі багатокутників

Далі згідно формули (1) розраховується площа багатокутника для кожної моделі. Згідно розрахунків площа у полігона EFGH менша, ніж у полігона ABCD ( $S_{EFGH}=12620$  кв. од. <  $S_{ABCD}=13088,64$  кв. од.). Це дозволяє вважати математичну модель  $Y = 14,8+0,304x_{-1}+0,139x_0$  оптимальною.

Таблиця 2

Координати вершин багатокутника, що відповідають критеріям якості моделей  $Y = 11,676+0,319x_{-1}+0,171z_0$  та  $Y = 14,8+0,304x_{-1}+0,139x_0$

Назва вершин багатокутника	Критерій якості моделі, що відповідає вершині	Координати				$X_i Y_{i+1}$	$X_{i+1} Y_i$
		X	Y	X'	Y'		
$Y = 11,676+0,319x_{-1}+0,171z_0$							
A	$K_{np}$	100	0	200	100	40000	10000
B	$\Delta^2(C)$	0	50	100	200	10000	126
C	$\Delta^2(B)$	-100	0	0,63	100	43,281	10000
D	$n^2_{зсуву}$	0	-90	100	68,7	10000	13740
$Y = 14,8+0,304x_{-1}+0,139x_0$							
E	$K_{np}$	100	0	200	100	25240	10000
F	$\Delta^2(C)$	0	26,2	100	126,2	10000	0
G	$\Delta^2(B)$	-100	0	0	100	0	10000
H	$n^2_{зсуву}$	0	-100	100	0	10000	0

7. Висновки

Для підвищення швидкодії прийняття керуючих рішень на промислових підприємствах, дії яких направлені на підвищення ефективності енергоспоживання, була підтверджена доцільність використання критеріїв оцінювання вибору оптимальної моделі для представлення обсягів енергоспоживання промислових підприємств. Для вибору моделі за декількома рівними за вагою незалежними критеріями якості запропоновано ввести узагальнений морфологічний критерій, який би урахував би оптимальне співвідношення значень усіх критеріїв якості моделей. Алгоритм розрахунку морфологічного критерію можливо застосовувати для знаходження оптимальної моделі при будь-якій кількості критеріїв якості математичних моделей.

Література

1. Pentland, A. Honest Signals: How They Shape Our World [Text] / A. Pentland, S. Pentland. – The MIT Press, 2008. – 208 p.
2. Mayer, P. Data Recovery: Choosing the Right Technologies [Text] / P. Mayer. – Datalink, 2003.
3. Holden, J. M. Development of a multnutrient data quality evaluation system [Text] / J. M. Holden, S. A. Bhagwat, K. Y. Patterson // J. Food Compos. Anal. – 2002. – 15(4). – P. 339-348.
4. Литтл, Р. Дж. А. Статистический анализ данных с пропусками [Текст] / Р. Дж. А. Литтл, Д. Б. Рубин. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 336 с.
5. Злоба, Е. Статистические методы восстановления пропущенных данных [Текст] / Е. Злоба, И. Яцкив // Computer Modelling & New Technologies. – 2002. – Т. 6(1). – С. 51-61.

6. Schafer, J. Missing data: our view of the state of the art [Text] / J. Schafer, J. Graham // Psychological Methods. – 2002. – 7 (2). – P. 147-177.
7. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений [Текст] / П. В. Новицкий, И. А. Зограф // Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1985. – 302 с.
8. Волошко, А. В. Відновлення втрачених облікових [Текст] / А. В. Волошко, Т. М. Лутчин, Д. К. Міщенко, Я. С. Бедерак // Вісник КНУ ім. М. Остроградського. – 2012. – Т. 2 (73). – С. 426-428.
9. Стеценко, І. В. Побудова багатofакторних математичних моделей енергоспоживання на хімічному виробництві [Текст] / І. В. Стеценко, Я. С. Бедерак // Енергосбереження, енергетика, енергоаудит. – 2013. – Т. 7.
10. Ивахненко, А. Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей [Текст] / А. Г. Ивахненко, Й. А. К. Мюллер. – К. : Наукова думка, 1985. – 219 с.
11. Горбунов, В. М. Теория принятия решений [Текст] : учеб. пос. ГОУВПО / В. М. Горбунов. – Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2010. – 67 с.
12. Zwillinger, D. CRC Standard Mathematical Tables and Formulae [Text] / D. Zwillinger // CRC, Boca Raton, 2003. – 857 p.