

3. Бабаков И. М. Теория колебаний [Текст] / И. М. Бабаков – М., «Наука», 1968. 559 с.
4. Егармина Л. Н. Вывод динамических уравнений продольной деформации стержня при помощи двойного упрощения уравнений теории упругости [Текст] / Л. Н. Егармина, А. Д. Шамровский // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні 2009. – №2. – С. 111 – 115.
5. Шамровский А. Д. Двумерное моделирование трехмерных продольных волн в плоском слое [Текст] / А. Д. Шамровский, И. А. Скрыпник // Математическое моделирование физико-математических полей и интенсификация промышленного производства – Запорожье, 1995. – С. 43–50.
6. Шамровский А. Д. Асимптотико-групповой анализ дифференциальных уравнений теории упругости [Текст] / А. Д. Шамровский – Запорожье, Издательство ЗГИА, 1997 – 169 с.

Розглянуто геометричні питання теорії віброобробки, пов'язані з вибором найбільш прийнятної конфігурації контейнера у випадках впливу зовнішнього силового поля збудження. Приведено аналітичну схему рішення зворотної задачі

Ключові слова: віброобробка, консервативна зона, поле збудження, вихресток

Рассмотрены геометрические вопросы теории виброобработки, связанные с выбором наиболее приемлемой конфигурации контейнера в случаях воздействия внешнего силового поля возбуждения. Приведена аналитическая схема решения обратной задачи

Ключевые слова: виброобработка, консервативная зона, поле возбуждения, вихресток

The geometrical questions of theory of vibrotreatment, related to the choice of the most acceptable configurations of container in cases trivial-parallel the external power field of excitation are considered. The analytical chart of decision of reverse task is resulted

Keywords: vibrotreatment, conservative area, field of excitation, vortex drain

УДК 621.9.048

ФОРМИРОВАНИЕ КОНСЕРВАТИВНЫХ ЗОН В РАБОЧЕЙ СРЕДЕ ПРИ КОНТЕЙНЕРНОЙ ВИБРООБРАБОТКЕ

М. А. Калмыков

Кандидат технических наук

Кафедра конструирования станков и машин

Механико-машиностроительный институт

Национальный технический университет «Киевский

политехнический институт»

пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

Контактный тел.: (044) 454-94-61

Введение

В работах [1],[2] был сформулирован полуфеноменологический подход к созданию теории контейнеров виброобработки, который предполагает зависимость макропараметров рабочей среды от ее микропараметров на уровне отдельных частиц абразива. При этом влияние «кинетических» процессов, связанных с рассеянием массы при многочастичных столкновениях структурных элементов рабочей среды, на формирование макропараметров обусловлено только действием внешнего силового поля возбуждения (1) из [1] $\vec{F}(N,t)$ (здесь также как и в работе [2] используются обозна-

чения работы [1]). Заметим, что динамическое поле имеет вид

$$\vec{F}(N,t) = \vec{F}_{s.p.}(N,t) + \vec{F}_{r.p.}(N,t), \quad (1)$$

где $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ – соленоидально-потенциальное поле, а случайная вектор-функция $\vec{F}_{r.p.}(N,t)$ отвечает за вихреобразование в обрабатываемой среде. Таким образом, математический аппарат предлагаемой теории виброобработки носит наиболее общий характер с возможностями конкретных практических приложений. Полуфеноменологическая трактовка движения массовых потоков в рабочей среде и их

взаимодействие с обрабатываемыми деталями формирует новую концепцию виброобработки, суть которой состоит в создании консервативных зон, ограниченных линиями тока некоторого фиксированного векторного поля, что способствует образованию в рабочей среде макродоменной структуры. Доменное структурирование рабочей среды отражает конфигурацию полевой сетки динамического поля (1) и не может быть описано на языке законов гидродинамики или газовой динамики, несмотря на некоторую аналогию используемых в полуфеноменологической теории понятий. Отметим здесь, что к микропараметрам теории относятся масса вихрестока $m_{2e}(t)$ и масса отдельной частицы абразива $m_{1e}(t)$, даваемых соответственно формулами (19) и (20) из [1], а к макропараметрам следует отнести скорости первой $\vec{v}_{1e}(N,t)$ и второй $\vec{w}(N,t)$ компонент, определяемых равенствами (7) и (8) из [1], а также плотности потоков массы $\vec{\pi}_{1e}(N,t)$ (2) из [1] и $\vec{\pi}_{2e}(N,t)$ (3) из [1]. Указанные микро- и макропараметры характеризуют рабочую среду в e -состоянии, которое формируется в результате "а-е" перехода, инициированного силовым полем (1). Формальная суперпозиция полей $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ и $\vec{F}_{r.p.}(N,t)$ (1) на уровне движения массовых потоков в e -состоянии может приводить как к линейным, так и нелинейным эффектам, обусловленным взаимодействием первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент рабочей среды. Некоторые проблемы линейной теории с определенными количественными оценками макропараметров были исследованы в работе [2], что позволило в главном приближении выйти на технологию контейнерной виброобработки. При этом нерешенным остается вопрос о влиянии нелинейных процессов рассеяния на качественные и количественные характеристики массовых потоков в обрабатывающей среде и на геометрические особенности ее макродоменной структуры. Актуальность этого и других ранее упоминавшихся вопросов полуфеноменологической теории виброобработки очевидна, так как все технологические аспекты процесса виброобработки сосредоточены в консервативных зонах.

Формулировка проблемы

В работе [2] была выдвинута идея выбора наиболее приемлемой конфигурации рабочего контейнера в присутствии заданного внешнего плоско-параллельного динамического поля (1): внутренний контур контейнера должен совпадать с одной из линий тока некоторого виртуального соленоидально-потенциального векторного поля $\vec{G}(N,t)$, структура полевой сетки которого может быть описана при исследовании равенства

$$\vec{\pi}_e(N,t) = 0. \tag{2}$$

В (2) плотность потока массы двухкомпонентной абразивной среды определяется формулой (13) из [1]. Если Γ – это контур в R^2 , на котором выполняется равенство (2), то поток массы через этот контур будет равен нулю в любой момент времени $t > 0$, т.е.

$$\int_{\Gamma} (\vec{\pi}_e(N,t), d\vec{S}_n) = 0, \tag{3}$$

где векторный дифференциал дуги $d\vec{S}_n$ контура интегрирования Γ имеет вид

$$\begin{aligned} d\vec{S}_n &= \vec{n}(N,t)dS, \\ \vec{n}(N,t) \perp \Gamma, \quad |\vec{n}(N,t)| &= 1. \end{aligned} \tag{4}$$

Равенство (3) позволит в дальнейшем ввести понятие консервативной зоны в рабочей среде. Заметим, что контур Γ в (3) может быть как замкнутым, так и разомкнутым, содержащим бесконечно удаленную точку.

Большой теоретический интерес с определенной практической перспективой представляют математические построения по обобщению исследовательских схем работ [1] и [2] на случай, когда в качестве внешних полей возбуждения рассматриваются вместо плоско-параллельных объёмные динамические поля, т.е. математизация процесса виброобработки формулируется в терминах пространства R^3 .

В рамках разрабатываемой полуфеноменологической теории виброобработки существует возможность изучения нелинейных по внешним полям эффектов взаимодействия первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент абразивной среды в e -состоянии, которые будут приводить к рассеянию (уменьшению) масс соответствующих компонент и, следовательно, к ухудшению качественных характеристик рабочего инструмента виброобработки и к увеличению непроизводительных энергетических потерь.

Таким образом, объектами исследования в данной работе будут следующие:

1. Полевая сетка виртуального векторного поля, индуцированного динамическим полем $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ из (1);
2. Полевая сетка соленоидально-потенциального поля $\vec{F}_{r.p.}(N,t)$, определяемая по заданной конфигурации контейнера.

Результаты исследования

1. Полевая сетка виртуального векторного поля, индуцированного динамическим полем $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ из (1). Выпишем, следуя равенству (13) из [1], явное выражение для плотности потока массы $\vec{\pi}_e(N,t)$:

$$\begin{aligned} \vec{\pi}_e(N,t) &= m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)\vec{v}_{1e}(N,t) + \\ &+ m_{2e}(t)n_{2e}(N,t)\vec{w}_{2e}(N,t), \end{aligned} \tag{5}$$

где скорости $\vec{v}_{1e}(N,t)$, $\vec{w}_{2e}(N,t)$ определяются соответственно равенствами (36) и (37) из [2]:

$$v_{1ei}(N,t) = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{-\epsilon}^t \iint_{R^2} \epsilon_{ik}^{(1)}(N-P,t-\tau) F_{s.p.k}(P,\tau) d\tau d\sigma_p, \tag{6}$$

$$w_{2ei}(N,t) = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{-\epsilon}^t \iint_{R^2} \epsilon_{ik}^{(2)}(N-P,t-\tau) F_{s.p.k}(P,\tau) d\tau d\sigma_p. \tag{7}$$

Предполагая заданным внешнее поле возбуждения (1), выясним условия, при которых выполняется равенство (2). Равенство (2) сводится к системе функциональных уравнений

$$\begin{cases} \int_0^t \iiint_{R^2} (\bar{\Psi}(N, t; P, \tau), \bar{F}_{s.p.}(P, \tau)) d\tau d\sigma_p = 0, \\ \int_0^t \iiint_{R^2} (\bar{\Phi}(N, t; P, \tau), \bar{F}_{s.p.}(P, \tau)) d\tau d\sigma_p = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$\Psi_k(N, t; P, \tau) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t)\varepsilon_{1k}^{(1)}(N - P, t - \tau) + m_{2e}(t)n_{2e}(N, t)\varepsilon_{1k}^{(2)}(N - P, t - \tau), \quad (9)$$

$$\Phi_k(N, t; P, \tau) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t)\varepsilon_{2k}^{(1)}(N - P, t - \tau) + m_{2e}(t)n_{2e}(N, t)\varepsilon_{2k}^{(2)}(N - P, t - \tau). \quad (10)$$

Величины $m_{1e}(t)$, $n_{1e}(N, t)$ и $m_{2e}(t)$ из (9) и (10) даются равенствами

$$m_{1e}(t) = m_a \exp\left\{-\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) d\tau\right\}, \quad (11)$$

$$n_{1e}(N, t) = n_a \exp\left\{\alpha' \int_0^t n_{2e}(\tau) [\bar{v}_{1e}(N, \tau) - \bar{w}_{2e}(N, \tau)] d\tau - \alpha'' t\right\}, \quad (12)$$

$$m_{2e}(t) = \pi m_a n_a \bar{r}^2(0) - \lambda \int_0^t \int_0^{2\pi} m_{1e}(\tau) \bar{r}(\tau) n_{1e}(N, \tau) \bar{F}_{r.d.}(N, \tau) d\tau d\varphi, \quad (13)$$

$$\bar{r}(t) = \sigma(t) \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Анализ системы (8) сводится к тому, что виртуальные векторные поля $\bar{\Psi}(N, t; P, \tau)$ и $\bar{\Phi}(N, t; P, \tau)$ для любых значений параметров $N = N(x, y) \in R^2$ и $t \geq 0$ коллинеарны, т.е.

$$\bar{\Psi}(N, t; P, \tau) = \gamma(N, t; P, \tau) \bar{\Phi}(N, t; P, \tau), \quad (14)$$

где $\gamma = \gamma(N, t; P, \tau)$ - с-числовая функция. Таким образом, система (8) сводится к одному независимому уравнению

$$\begin{cases} (\bar{\Psi}(N, t; P, \tau), \bar{F}_{s.p.}(P, \tau)) = 0, \\ N = N(x, y), P = P(u, v) \in R^2. \end{cases} \quad (15)$$

Векторное поле (9) является соленоидально-потенциальным, т.е.

$$\operatorname{div}_P \bar{\Psi}(N, t; P, \tau) = \frac{\partial \Psi_1(N, t; P, \tau)}{\partial u} + \frac{\partial \Psi_2(N, t; P, \tau)}{\partial v} = 0. \quad (16)$$

Из (16) следует, что у векторного поля (9) существует функция тока $g = g(u, v)$, полный дифференциал которой равен

$$dg = -\Psi_2(N, t; P, \tau) du + \Psi_1(N, t; P, \tau) dv. \quad (17)$$

Действительно, на основании (17), имеем

$$\frac{\partial g}{\partial u} = -\Psi_2(N, t; P, \tau), \quad (18)$$

$$\frac{\partial g}{\partial v} = \Psi_1(N, t; P, \tau). \quad (19)$$

Таким образом, с учетом равенства (16), получим достаточное условие существования полного дифференциала (17):

$$\frac{\partial^2 g}{\partial v \partial u} = -\frac{\partial \Psi_2(N, t; P, \tau)}{\partial v} = \frac{\partial \Psi_1(N, t; P, \tau)}{\partial u} = \frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}. \quad (20)$$

Функция $g = g(u, v)$ восстанавливается с точностью до постоянного слагаемого по своему полному дифференциалу (17):

$$g(u, v) = \int_{P_0(u_0, v_0)}^{P(u, v)} -\Psi_2(N, t; P, \tau) du + \Psi_1(N, t; P, \tau) dv + \text{const} \quad (21)$$

Рассмотрим произвольную, но фиксированную, линию тока $g(u, v) = \text{const}$. Тогда

$$dg(u, v) = 0 = -\Psi_2(N, t; P, \tau) du + \Psi_1(N, t; P, \tau) dv. \quad (22)$$

Из (22) получаем равенство

$$\frac{dv}{du} = \frac{\Psi_2(N, t; P, \tau)}{\Psi_1(N, t; P, \tau)}. \quad (23)$$

С учетом (23) и (15) легко сделать вывод о том, что заданное внешнее поле возбуждения $\bar{F}_{s.p.}(P, \tau)$ ортогонально произвольной фиксированной линии тока $g(u, v) = \text{const}$ и, следовательно, можно положить

$$\begin{cases} \Psi_1(N, t; P, \tau) = \alpha(N, t; P, \tau) F_{s.p.2}(P, \tau) \\ \Psi_2(N, t; P, \tau) = -\alpha(N, t; P, \tau) F_{s.p.1}(P, \tau) \end{cases} \quad (24)$$

где $\alpha(N, t; P, \tau)$ - некоторая с - числовая функция. Подставляя равенство (24) в формулу (21) окончательно получим

$$g(u, v) = \int_{P_0(u_0, v_0)}^{P(u, v)} \alpha(N, t; P, \tau) F_{s.p.1}(P, \tau) du + \alpha(N, t; P, \tau) F_{s.p.2}(P, \tau) dv + \text{const} \quad (25)$$

Таким образом, формула (25) определяет оптимальную конфигурацию контейнера в плоском случае, когда массовые потоки в рабочей среде движутся по касательным в каждой точке линии уровня $g(u,v) = \text{const}$. Внутренность линии $g(u,v) = \text{const}$ назовем консервативной зоной рабочей среды.

2. Полевая сетка соленоидально-потенциального поля $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$, определяемая по заданной конфигурации контейнера. Пусть функция $g = g(u,v)$ принадлежит классу $C^2(\mathbb{R}^2)$ и геометрический профиль L контейнера описывается уравнением в виде

$$L: g(u,v) = c = \text{const}, \tag{26}$$

где c – некоторая вещественная постоянная. Очевидно, что кривая L – это линия уровня функции $g = g(u,v)$ (или ее часть), соответствующая параметру c . Кроме этого, будем полагать, что равенство (26) определяет линию тока некоторого виртуально соленоидального векторного поля, с помощью которого будут определены параметры реального поля возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$.

Легко видеть, что функция $g = g(u,v)$ удовлетворяет уравнению:

$$g(u,v) = \int_{P_0(u_0,v_0)}^{P(u,v)} \frac{\partial g}{\partial u} du + \frac{\partial g}{\partial v} dv + \text{const}. \tag{27}$$

Пусть виртуальное соленоидальное векторное поле, для которого формула (26) определяет линии уровня, имеет вид

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau) = \psi_1(N,t;P,\tau)\vec{i} + \psi_2(N,t;P,\tau)\vec{j} \tag{28}$$

где $N = N(x,y) \in \mathbb{R}^2, t \geq 0, \tau \geq 0$ играют роль параметров. Тогда, с учетом замечания, сделанного ранее, и на основании формул (27), (28), получим

$$\begin{cases} \psi_1(N,t;P,\tau) = \frac{\partial g(u,v)}{\partial v}, \\ \psi_2(N,t;P,\tau) = \frac{\partial g(u,v)}{\partial u}. \end{cases} \tag{29}$$

Используя соотношения (24), выпишем окончательно явные выражения для компонент динамического поля $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$:

$$\begin{cases} \vec{F}_{s.p.1}(P,\tau) = \frac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)} \cdot \frac{\partial g(u,v)}{\partial u}, \\ \vec{F}_{s.p.2}(P,\tau) = \frac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)} \cdot \frac{\partial g(u,v)}{\partial v}. \end{cases} \tag{30}$$

Покажем, как работает аппарат формул (26)-(30) в некоторых конкретных приложениях. Пусть вначале геометрия контейнера определяется кривой из двухпараметрического семейства (рис. 1):

$$g(u,v) = v - au^{2n} = c = \text{const}, n \geq 1. \tag{31}$$

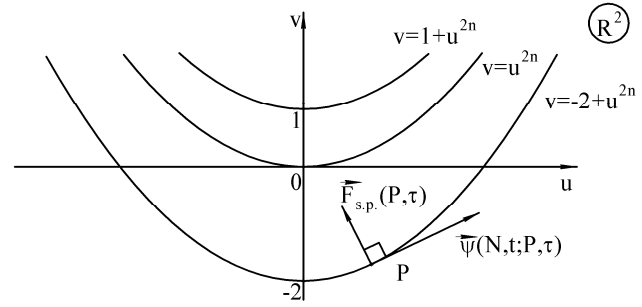


Рис. 1. График парабол из семейства (31), $a=1$ и $c=0, 1, -2$, определяющих границы консервативных зон

Так как частные производные первого порядка функции $g(u,v)$ (31) равны

$$\begin{cases} \frac{\partial g(u,v)}{\partial u} = -2nu^{2n-1}, \\ \frac{\partial g(u,v)}{\partial v} = 1, \end{cases} \tag{32}$$

то, в силу равенств (30), внешнее поле возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ имеет форму

$$\vec{F}_{s.p.}(P,\tau) = -\frac{2nu^{2n-1}}{\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{i} + \frac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{j}. \tag{33}$$

Взаимнорасположение силового поля (33) $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ и виртуального векторного поля (28) $\vec{\psi}(N,t;P,\tau)$, которое в данном случае равно

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau) = \vec{i} + 2na(N,t;P,\tau)u^{2n-1}\vec{j}, \tag{34}$$

отражено на рис. 1, где P – произвольная точка семейства (31) и $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau) \perp \vec{\psi}(N,t;P,\tau)$.

Далее, рассмотрим контейнер, геометрический профиль которого задается кривой из трехпараметрического семейства вида:

$$\begin{cases} g(u,v) = \frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = c^2 = \text{const}, \\ a < b, \quad a, b, c > 0. \end{cases} \tag{35}$$

Вычисляя частные производные функции (35)

$$\begin{cases} \frac{\partial g(u,v)}{\partial u} = \frac{2u}{a^2}, \\ \frac{\partial g(u,v)}{\partial v} = \frac{2v}{b^2}, \end{cases} \tag{36}$$

на основании равенств (30) находим компоненты внешнего поля возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$:

$$\vec{F}_{s.p.}(P,\tau) = \frac{2u}{a^2\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{i} + \frac{2v}{b^2\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{j}. \tag{37}$$

Легко видеть, что кривые семейства (35) – это эллипсы с полуосями ac и bc (рис. 2).

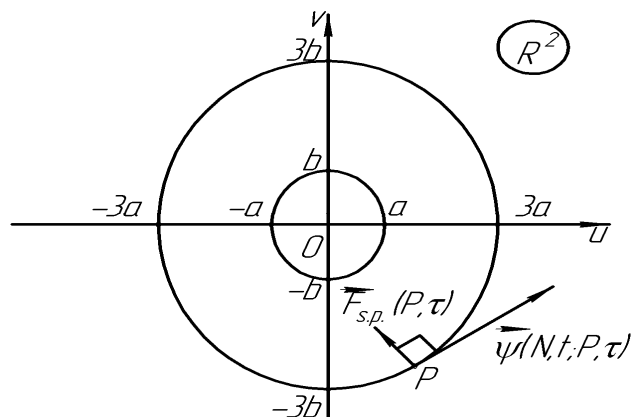


Рис. 2. Графики эллипсов из семейства (35), $c=1, 3$, определяющие конфигурацию границы конечных консервативных зон

На рис. 2 силовое поле возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P, \tau)$ ортогонально в каждой точке P произвольной кривой семейства (35) виртуальному полю $\vec{\psi}(N, t; P, \tau)$, которое в данном случае, с учетом (28), (29), (36), имеет вид

$$\vec{\psi}(N, t; P, \tau) = \frac{2v}{b^2(N, t; P, \tau)} \vec{i} - \frac{2u}{a^2(N, t; P, \tau)} \vec{j}. \quad (38)$$

Выводы

Результаты, полученные в данной работе, делают логически завершенным аналитический аппарат описания процесса виброобработки в присутствии внешнего поля возбуждения.

При этом была решена в общей форме с соответствующими иллюстрациями обратная задача виброобработки, когда первичным является геометрический профиль рабочего контейнера, а вторичным – оптимальное динамическое поле. Возможности разработанной в статьях [1], [2] и в данной статье полуфеноменологической теории виброобработки позволяют выполнить обобщение исследовательской схемы в случае внешних объемных силовых полей возбуждения и изучить нелинейные процессы рассеяния массы при взаимодействии (механическом столкновении) первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент рабочего инструмента.

Литература

1. Калмыков М.А. Общие принципы описания процесса виброобработки в присутствии внешнего динамического поля / М.А. Калмыков, В.Б. Струтинский, В.С. Щелоков // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2011. - № 1/3 (49). - С. 45-49.
2. Калмыков М.А. Исследование зависимости динамических и технологических параметров процесса виброобработки от способа включения внешнего поля возбуждения / М.А. Калмыков, В.Б. Струтинский, В.С. Щелоков // Вібрації в техніці та технологіях. - 2011. - № 1 (61). - С. 32-40.