

- ціонального технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2011. – №33. – С. 146-153.
5. Мамедов, Б. Ш. Глава 7. Основы единой теории движителей на непрерывных потоках. Вывод формулы тяги, полетного (тягового) КПД, теоремы о подъемной силе продуваемого профиля крыла птицы, как движителя [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2012. – №44(950). – С. 11-20.
 6. Мамедов, Б. Ш. Основы единой теории движителей на непрерывных потоках. Вывод формулы тяги паруса [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – №5/7 (59). – С. 11-17.
 7. Мамедов, Б. Ш. Применение уравнения Эйлера для вывода формул тяги, полетного (тягового) КПД воздушно-реактивных двигателей по внешним параметрам газового потока при $V_n \geq 0$ [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2013. – №4(978). – С. 3-15.
 8. Мамедов, Б. Ш. Единая теория движителей. Вывод формул тяги, полетного (тягового) КПД ракетных двигателей [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – №1/7(61). – С. 67-71.
 9. Мамедов, Б. Ш. Глава 4. Основы единой теории движителей на непрерывных потоках. Разработка направления технического прогресса в области авиадвигателестроения, связанного с повышением газодинамической устойчивости работы воздушно-реактивных двигателей при взлете, полете и посадке [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2011. – №34. – С. 124-134.
 10. Мамедов, Б. Ш. Глава 5. Основы единой теории движителей на непрерывных потоках. Разработка нового направления технического прогресса в области теории и проектирования воздушных винтов, связанное с внедрением в зоне Н-В синусоидального характера изменения осевых скоростей и ускорений газового потока [Текст] / Б. Ш. Мамедов // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – 2011. – №43. – С. 142-150.

Розглянуто рух рідини в баку прямокутної форми космічного апарату (КА) під дією постійної горизонтальної збурюючої сили. За допомогою аналітичного підходу розроблено математичну модель коливань рідини в баку з урахуванням вимушених коливань вільної поверхні. Результати чисельно-параметричних досліджень на основі лінеалізованої математичної моделі узгоджуються з результатами експериментальних досліджень та дозволяють визначити характер переорієнтації рідини

Ключові слова: космічний апарат, паливний бак, вільна поверхня рідини, потенціал швидкості

Рассматривается движение жидкости в баке прямоугольной формы космического аппарата (КА) под действием постоянной горизонтальной возмущающей силы. С помощью аналитического подхода разработана математическая модель колебаний жидкости в баке с учётом вынужденных колебаний свободной поверхности. Результаты численно-параметрических исследований на основе линеализованной математической модели согласовываются с результатами экспериментальных исследований и позволяют определить характер переориентации жидкости

Ключевые слова: космический аппарат, топливный бак, свободная поверхность жидкости, потенциал скорости

УДК 629.7.014.18

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ В БАКАХ КОСМИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

К. В. Горелова

Младший научный сотрудник
Кафедры проектирования и конструкций
Днепропетровский национальный
университет им. Олеса Гончара
пр. Гагарина, 72, г. Днепропетровск,
Украина, 49010
E-mail.: gorelova-kristi@mail.ru

1. Введение

Исследования свободных колебаний жидкости в емкостях представлены достаточно широко. В то же время решение задачи о вынужденных колебаниях жидкости,

имеющей свободную поверхность, является довольно затруднительным. В имеющихся работах Рабиновича, Микишева, Моисеева, Румянцева и Саттерли исследования о вынужденных колебаниях жидкости ограничены случаями движения емкости по гармоническому

закону. В случае поступательного ускоренного движения емкости, как известно, отсутствуют исследования о характере движения свободной поверхности жидкости. В работе решение подобных задач предлагается находить путём разложения потенциала скорости жидкости на относительно емкости и ее стенок. Это положение является основой аналитических исследований работы, в которой также, приводится адаптация предложенной модели под существующие условия и результаты численных расчётов [1 – 3].

В зависимости от общей компоновки ракеты топливные баки (ТБ) могут иметь цилиндрическую, сферическую, либо тороидальную форму. Внутри ТБ всегда имеется газовая подушка (ГП), необходимость которой обусловлена целым рядом причин [4]. Наличие ГП предполагает существование внутри полости баков поверхности раздела фаз «жидкость-газ» на протяжении всего времени полета КА. Изучение особенностей поведения этой свободной поверхности (СП) в разнообразных условиях полета является одной из самых важных задач внутрибаковой гидродинамики. По динамике СП в баке можно судить о характере переориентации топлива в баке [5].

2. Постановка задачи

Рассмотрим осесимметричную (или прямоугольную) емкость, заполненную жидкостью на глубину h_0 , как показано на рис. 1.

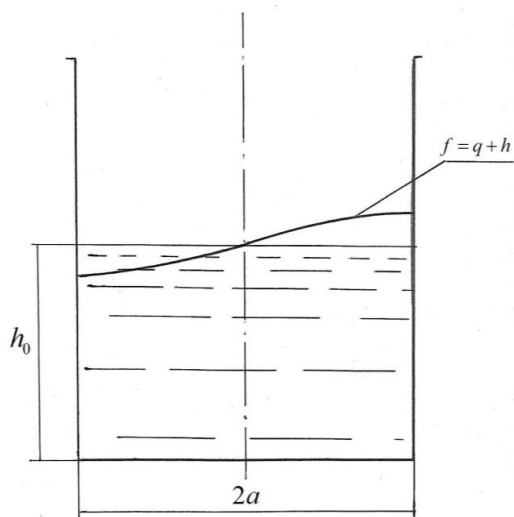


Рис. 1. Осесимметричная прямоугольная емкость, заполненная на глубину h_0 жидкостью со свободной поверхностью $f=q+h$

Емкость, находящаяся в поле действия постоянного вертикального ускорения αg , совершает вынужденное поступательное движение в горизонтальной плоскости $x=s(t)$. Требуется исследовать движение свободной поверхности жидкости: потенциал скорости Φ и перемещение свободной поверхности жидкости относительно стенок емкости $h(x,y,t)$. Выбираем систему координат, движущуюся вместе с емкостью.

Начало координат располагаем на свободной поверхности жидкости в статистическом состоянии; ось z направлена вверх [6, 7].

Принимаются следующие допущения: жидкость идеальная (невязкая) и несжимаемая; движение жидкости потенциальное; перемещение свободной поверхности жидкости малы. Тогда существует потенциал скоростей $\phi = \phi(x,y,z,t)$, который удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = 0. \tag{1}$$

Чтобы из множества решений уравнения (1) выделить рассматриваемое, необходимо добавить следующие граничные условия:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \text{ при } z = -h_0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0. \tag{2}$$

Выделив движение емкости получим следующую формулировку рассматриваемой задачи относительно потенциала Φ :

уравнение Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = 0; \tag{3}$$

граничное условие:

$$\bar{\Phi}_n = 0, \tag{4}$$

где n - внешняя нормаль, направленная из области жидкости.

Динамическое условие на свободной поверхности:

$$\frac{\sigma}{\rho} h_{xx} - \alpha g h + \dot{\Phi} = \ddot{s}(t)x. \tag{5}$$

Кинематическое условие на свободной поверхности:

$$\dot{h} = -\Phi_z \text{ на } f. \tag{6}$$

3. Методика исследования свободной поверхности

В случае колебаний жидкости в баке прямоугольной формы используем прямоугольную систему координат (рис. 1). Математическая формулировка задачи с учётом принятых предположений пункта 1 будет иметь вид [2, 4]:

$$\nabla^2 \bar{\Phi} = \bar{\Phi}_{xx} + \bar{\Phi}_{zz}, \tag{7}$$

$$\bar{\Phi}_z = 0 \text{ при } Z = -H_0; \tag{8}$$

$$\bar{\Phi}_x = 0 \text{ при } X = \pm 1; \tag{9}$$

$$B_0 H_{xx} - \alpha H + \dot{\bar{\Phi}} = \ddot{s}x \text{ при } Z = 0; \tag{10}$$

$$\dot{H} = -\dot{\bar{\Phi}}_z \text{ при } Z = 0, \tag{11}$$

где X и Z - безразмерные координаты; H - безразмерный профиль свободной поверхности жидкости; T - безразмерное время; $\bar{\Phi}$ - безразмерный потенциал скорости; \bar{s} - безразмерная функция заданного перемещения бака; B_0 - критерий Бонда.

Решение задачи отыскиваем с помощью метода Фурье. Для этого принимаем частное решение уравнения Лапласа в виде:

$$\bar{\Phi}(X,Z,T) = T(T)X(X)Z(Z). \tag{12}$$

Подставляя эту функцию в уравнение (7), получим:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Z''}{Z} = 0. \tag{13}$$

Каждый член уравнения (13) зависит от различной независимой переменной и, следовательно, должен быть постоянной величиной, т.е.

$$\frac{X''}{X} = -m^2; \quad \frac{Z''}{Z} = m^2. \tag{14}$$

Таким образом, частное решение уравнения Лапласа имеет вид:

$$\bar{\Phi}_k = T(T)(\cos mx + \sin mx)\text{ch}[m(z + H_0)]. \tag{15}$$

Суммы решений (15) являются общим решением уравнения Лапласа:

$$\bar{\Phi} = \sum_k \bar{\Phi}_k = \sum_k T(T)(\cos mx + \sin mx)\text{ch}[m(z + H_0)], \tag{16}$$

Для определения частного решения функции подставим выражение (16) в граничное условие (11) и получим:

$$\dot{H}_k = -T(T)(\cos mx + \sin mx)\text{msh}(mH_0). \tag{17}$$

Общим решением функции $\dot{H}(X,Z,T)$ является выражение [8]

$$H = \sum_k H_k = \sum_k \psi(T)(\cos mx + \sin mx)\text{msh}(mH_0). \tag{18}$$

Для определения функциональной зависимости $H(X,Z,T)$ и $\Phi(X,Z,T)$, подставим выражения (18) и (17) в динамическое граничное условие (10):

$$\left[\dot{T}(T)\text{ch}(mH_0) - (B_0 m^2 + \alpha)\psi(T)\text{msh}(mH_0) \right] \times (\cos mx + \sin mx) = \ddot{s}(T)x \tag{19}$$

Таким образом, получим систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений для отыскания двух функций $T(T)$ и $\psi(T)$, решениями которых будут следующие выражения [6]:

$$\psi = \frac{2}{\lambda} \int_0^T -\frac{\ddot{s}(T)D_k}{\text{ch}(mH_0)} \sin\left(\frac{\lambda}{2}(T-S)\right) ds; \tag{20}$$

$$T = T \int_0^T -\frac{\ddot{s}(T)D_k}{\text{ch}(mH_0)} \cos\left(\frac{\lambda}{2}(T-S)\right) ds, \tag{21}$$

где функция $\lambda = 2\sqrt{(B_0 m^2 + \alpha)\text{mth}(mH_0)}$, $m = -\frac{\pi}{2} + k\pi$ определена из граничного условия (10),

$D_k = \frac{2}{\lambda_k} \left(1 - \cos \frac{\lambda T}{2}\right)$ получена с учётом условия ортогональности тригонометрических функций.

Таким образом, профиль СП жидкости во время возмущенного движения бака по типу поступательно-го определяется с использованием соотношения (20) по следующей формуле:

$$H(T) = \sum_k \psi(T)\sin(mx)\text{msh}(mH_0). \tag{22}$$

4. Численно-параметрические исследования

Представленные выше аналитические результаты были использованы в численно-параметрических исследованиях для определения профилей СП жидкости под действием горизонтальной возмущающей силы в диапазоне относительного заполнения бака $\approx 0,2-0,6$.

Учитывая выражение (22), получены результаты работы алгоритма программы для расчёта профиля свободной поверхности жидкости.

На рис. 2, 3 показаны профили СП жидкости $H(T)$ в плоской модели бака, рассчитанные по формуле (22),

для величин относительного заполнения $\frac{h_0}{a} = 0,267$

(рис. 2), $\frac{h_1}{a} = 0,533$ (рис. 3) при равноускоренном движении бака с ускорением $\frac{\ddot{s}}{g}$ в моменты времени воз-

действия возмущающей силы α , действующей на бак [8 – 10].

Как следует из рисунков, при условии отсутствия оголения дна модели глубина заполнения несущественно влияет на конфигурацию профиля поверхности и амплитуду колебаний жидкости. Однако период колебаний с увеличением глубины заполнения бака уменьшается, асимптотически приближаясь к значению периода колебаний в баке бесконечно большой глубины.

Установлено что, если боковые ускорения таковы, что происходит оголение дна бака, строгий подход к анализу данного явления показывает, что линейная теория неадекватно описывает процесс колебаний жидкости. Однако для приближенной оценки величину оголения дна бака можно определить путём построения точек пересечения профиля свободной поверхности с профилем дна бака.

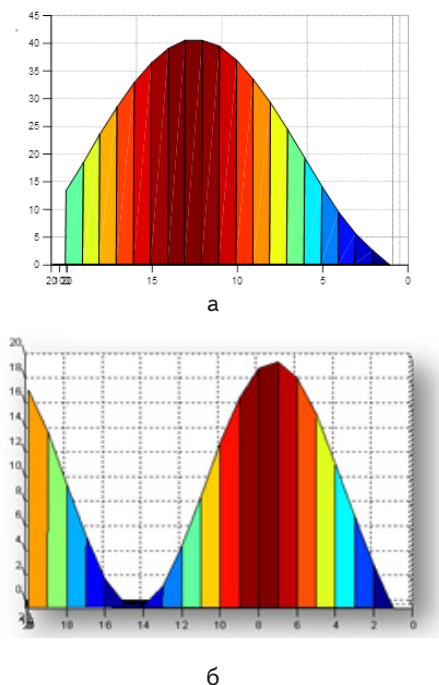


Рис. 2. Профили СП жидкости $H(T)$ в плоской модели для величины $\frac{h_0}{a} = 0,267$: а – движение бака с ускорением $\frac{\ddot{s}}{g} = 0,2$; б – движение бака с ускорением $\frac{\ddot{s}}{g} = 0,1$

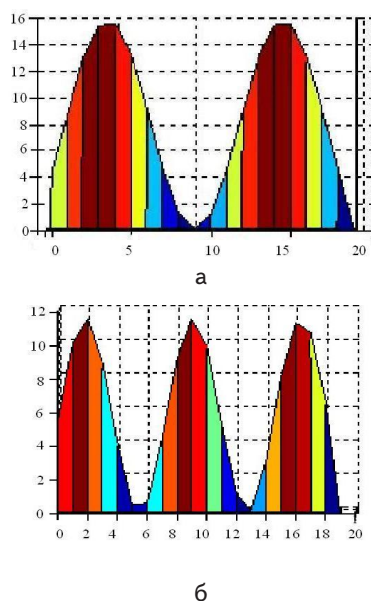


Рис. 3. Профили СП жидкости $H(T)$ в плоской модели для величины $\frac{h_1}{a} = 0,533$: а – движение бака с ускорением $\frac{\ddot{s}}{g} = 0,08$; б – движение бака с ускорением $\frac{\ddot{s}}{g} = 0,06$

5. Выводы

Разработана математическая модель колебаний жидкости в баке под действием постоянной горизонтальной возмущающей силы с учётом вынужденных колебаний свободной поверхности. С помощью аналитического подхода получены расчетные выражения для определения формы свободной поверхности жидкости в осесимметричном баке с плоским дном и его прямоугольной модели.

Полученные результаты численно-параметрических исследований на основе линеализованной математической модели согласовываются с результатами экспериментальных исследований только для случая малых боковых колебаний жидкости в баках прямоугольной формы в диапазоне величин относительного заполнения бака 0,2-0,6.

Дальнейшая модернизация конструкций баков КА, а также усложнение полетных заданий приводит к необходимости детального изучения гидродинамических внутрибаковых процессов поведения и переориентации топлива в баках КА. Полученные результаты и разработанная математическая модель колебаний жидкости являются исходными для решения данной проблемы и создания новых математических моделей, учитывающих различную геометрию баков, а также свойства жидкостей и конструкцию дополнительных внутрибаковых устройств.

Литература

1. Микишев, Г. Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость [Текст]: / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович - М.: «Машностроение», 1971.
2. Ёи, К. К. Свободные и вынужденные колебания жидкости в осесимметричном резервуаре в условиях слабого тяготения [Текст] / К. К. Ёи // Прикладная механика. - 1967. - № 1.
3. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа [Текст] : Учеб. / Л. Г. Лойцянский - М.: Наука, 1987. – 840с.
4. Abramson, H. N. The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers with Applications to Space Vehicle Technology [Text] / H. N. Abramson // NASA SP-106, Washington, D. C. 1966.
5. Stark, T. A. Fluid Management Systems Technology Summaries [Text] / T. A. Stark, M. N. Blutt, F. O. Bennet // NASA CR – 1974. – 288p.
6. Безуглый, В. Ю. Гидромеханика в слабых силовых полях [Текст] : Учеб. пособие / В. Ю. Безуглый, А. С. Макарова, Н. Н. Ясько. – Днепропетровск: ДГУ, 1987. – 80с.
7. Tegart, J. R. Propellant reorientation with off-axis acg accelerations [Text] / J.R. Tegart // AIAA Paper. - 1975. - № 1195. -7 p.
8. Богомаз, Г. И. Колебания жидкости в баках (методы и результаты экспериментальных исследований)[Текст]/ Г. И. Богомаз, С. А. Сирота. – Днепропетровск: Институт технической механики, 2002. – 306с.
9. Давыдов, С. А. Численный расчет взаимода действия свободной поверхности жидкости с сетчатой разделительной перегородкой)

[Текст] / С. А. Давыдов // Сб. научн. тр. «Математическое моделирование в механике жидкости и газа». - Д., ДГУ, 1992. - С. 72 – 77.

10. Горелова, К. В. Моделирование динамических процессов топлива в баках летательных аппаратов в условиях пониженной гравитации) [Текст] / К. В. Горелова // Вестник ДНУ. - Днепропетровск. – 2012. –№ 5, Т.20. – С. 148-154.

Наведено математичну модель, яка описує стаціонарні процеси взаємодії полідисперсного гетерогенного й набігаючого потоків, котрі здійснюються у вихрових апаратах змішування та поділу, для визначення швидкостей і координат компонентів суміші, що дає можливість розрахувати довжину шляху і визначити траєкторію окремої частки

Ключові слова: полідисперсний гетерогенний потік, термогазодинамічний процес, вихровий апарат, компоненти

Приведена математическая модель, которая описывает стационарные процессы взаимодействия полидисперсного гетерогенного и набегавшего потоков, осуществляющихся в вихревых аппаратах смешения и разделения, для определения скоростей и координат компонентов смеси, что дает возможность рассчитать длину пути и определить траекторию отдельной частицы

Ключевые слова: полидисперсный гетерогенный поток, термогазодинамический процесс, вихревой аппарат, компоненты

УДК 533.6.011.6

ВИЗНАЧЕННЯ ТРАЕКТОРІЙ СКЛАДОВИХ ПОЛІДИСПЕРСНОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКУ

Л. В. Кнауб

Доктор технічних наук, професор
Кафедра технічного забезпечення

Військова академія

Фонтанська дорога, 10, м. Одеса, Україна, 65009

E-mail: knaubludmila@gmail.com

1. Вступ

Простота конструкції, відсутність рухливих вузлів і деталей, висока надійність та мала металоемність вихрових труб усе більше привертають увагу конструкторів, дослідників і розроблювачів нових зразків техніки. Рішення задач по збереженню енергоресурсів, чистоти технологічних процесів поділу або змішування гетерогенних полідисперсних потоків, які базуються на основних теплофізичних законах, диктуються економічними й екологічними вимогами.

Газодинамічні процеси, які здійснюються у вихрових апаратах, незалежно від форми дискретних часток гетерогенних потоків, яким властиві різні аеродинамічні опори й критичні швидкості, у результаті взаємодії їх з набігаючими потоками, дозволяють керувати масообміном між лініями струмів і концентрувати окремі компоненти по координатах. Це дає можливість застосовувати газодинамічні вихрові апарати у різних технологічних процесах змішування або сепарування компонентів та зменшити габаритні показники, металоемність, енергоемність та їхню вартість порівняно до існуючих апаратів.

Наявність суперечливих думок про фізичну сутність явища і відсутність теорії змушувало і змушує дослідників проводити великі дослідження вихрових труб з метою перевірки впливу окремих конструктивних факторів на ефективність процесів. У процесі досліджень знімалися основні характеристики ефек-

тивності труби і визначалася зміна параметрів потоку (швидкості, тиску, температури) по перетинах і довжині труби. Значну роботу з дослідження вихрових труб було проведено групою інженерів під керівництвом професора М. Г. Дубинського [1], котрі побудували ряд вихрових апаратів, тобто енергороздільників. Великий внесок у розвиток теорії вихрового ефекту і його застосування внесли А. В. Мартинов, В. М. Бродяньський, І. Л. Лейтес та ін. [2, 3]. Але аналіз робіт, присвячених енергетичному поділу газів у вихрових трубах, показує, що ще немає єдиної точки зору щодо взаємозв'язку між перенесенням, властивостями газу і розподілом енергії, з одного боку, тертям, теплопровідністю й іншими явищами, з іншого. Тобто виникла необхідність розвитку теорії та розробці нових методів розрахунку газодинамічних процесів для забезпечення оптимального управління енергетичними рівнями та аеродинамічними параметрами вихрових гетерогенних потоків, що дозволить створити газодинамічні апарати, які здатні забезпечити енергоефективність та екологічність технологічних процесів.

Для визначення зміни газодинамічних функцій і геометричних розмірів вихрових сепараторів, холодильників та випаровувачів-змішувачів необхідно було розробити диференціальні зв'язки зміни енергетичних рівнів гетерогенних потоків у взаємодії з однокомпонентним набігаючим потоком із заданими амплітудно-частотними параметрами. Тому в математичну модель, яка описує вихрові процеси, нами пропонується ввести