[Текст] / С. А. Давыдов // Сб. научн. тр. «Математическое моделирование в механике жидкости и газа». - Д., ДГУ, 1992. - С. 72 – 77.

10. Горелова, К. В. Моделирование динамических процессов топлива в баках летательных аппаратов в условиях пониженной гравитации) [Текст] / К. В. Горелова // Вестник ДНУ. - Днепропетровск. – 2012. –№ 5, Т.20. – С. 148-154.

УДК 533.6.011.6

ВИЗНАЧЕННЯ ТРАЕКТОРІЙ СКЛАДОВИХ ПОЛІДИСПЕРСНОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКУ

Л. В. Кнауб
Доктор технічних наук, професор
Кафедра технічного забезпечення
Військова академія
Фонтанська дорога, 10, м. Одеса, Україна, 65009
E-mail: knaubludmila@gmail.com

Наведено математичну модель, яка описує стаціонарні процеси взаємодії полідисперсного гетерогенного й набігаючого потоків, котрі здійснюються у вихрових апаратах змішування та поділу, для визначення швидкостей і координат компонентів суміші, що дає можливість розрахувати довжину шляху і визначити траєкторію окремої частки

Ключові слова: полідисперсний гетерогенний потік, термогазодинамічний процес, вихровий апарат, компоненти

Приведена математическая модель, которая описывает стационарные процессы взаимодействия полидисперсного гетерогенного и набегающего потоков, осуществляющихся в вихревых аппаратах смешения и разделения, для определения скоростей и координат компонентов смеси, что дает возможность рассчитать длину пути и определить траекторию отдельной частицы

Ключевые слова: полидисперсный гетерогенный поток, термогазодинамический процесс, вихревой аппарат, компоненты

1. Вступ

Простота конструкції, відсутність рухливих вузлів і деталей, висока надійність та мала металоємність вихрових труб усе більше привертають увагу конструкторів, дослідників і розроблювачів нових зразків техніки. Рішення задач по збереженню енергоресурсів, чистоти технологічних процесів поділу або змішування гетерогенних полідисперсних потоків, які базуються на основних теплофізичних законах, диктується економічними й екологічними вимогами.

Газодинамічні процеси, які здійснюються у вихрових апаратах, незалежно від форми дискретних часток гетерогенних потоків, яким властиві різні аеродинамічні опори й критичні швидкості, у результаті взаємодії їх з набігаючими потоками, дозволяють керувати масообміном між лініями струмів і концентрувати окремі компоненти по координатах. Це дає можливість застосовувати газодинамічні вихрові апарати у різних технологічних процесах змішування або сепарування компонентів та зменшити габаритні показники, металоємність, енергоємність та їхню вартість порівняно до існуючих апаратів.

Наявність суперечливих думок про фізичну сутність явища і відсутність теорії змушувало і змушує дослідників проводити великі дослідження вихрових труб з метою перевірки впливу окремих конструктивних факторів на ефективність процесів. У процесі досліджень знімалися основні характеристики ефективності труби і визначалася зміна параметрів потоку (швидкості, тиску, температури) по перетинах і довжині труби. Значну роботу з дослідження вихрових труб було проведеногрупою інженерів під керівництвом професора М. Г. Дубинського [1], котрі побудували ряд вихрових апаратів, тобто енергороздільників. Великий внесок у розвиток теорії вихрового ефекту і його застосування внесли А. В. Мартинов, В. М. Бродянський, І. Л. Лейтес та ін. [2, 3]. Але аналіз робіт, присвячених енергетичному поділу газів у вихрових трубах, показує, що ще немає єдиної точки зору щодо взаємозв'язку між перенесенням, властивостями газу і розподілом енергії, з одного боку, тертям, теплопровідністю й іншими явищами, з іншого. Тобто виникла необхідністьу розвитку теорії та розробці нових методів розрахунку газодинамічних процесів для забезпечення оптимального управління енергетичними рівнями та аеродинамічними параметрами вихрових гетерогенних потоків, що дозволить створити газодинамічні апарати, які здатні забезпечити енергоефективність та екологічність технологічних процесів.

Для визначення зміни газодинамічних функцій і геометричних розмірів вихрових сепараторів, холодильників та випаровувачів-змішувачів необхідно було розробити диференціальні зв'язки зміни енергетичних рівнів гетерогенних потоків у взаємодії з однокомпонентним набігаючим потоком із заданими амплітудно-частотними параметрами. Тому в математичну модель, яка описує вихрові процеси, нами пропонується ввести кінематичні параметри компонентів, керованих на вході реактором, котрий формує вільний вихор і величину пограничного шару, що дозволяють визначити критичні швидкості й координати окремих компонентів.

2. Постановка проблеми

Наукова проблема розробки вихрових газодинамічних апаратів полягає у недостатньому рівні теоретичних зв'язків газодинамічних функцій з конструктивними розмірами пристроїв для поділу або змішування гетерогенних середовищ більшості технологічних процесів. Тому розробка математичних моделей, які пов'язують газодинамічні функції з геометричними розмірами вихрових апаратів, є основною *науковою задачею*.

Метою даної роботи є розвиток теорії та розробка нових методів розрахунку газодинамічних процесів для забезпечення оптимального управління енергетичними рівнями та аеродинамічними параметрами вихрових гетерогенних потоків.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні *задачі*:

– розробити теорію енергетичної взаємодії полідисперсних гетерогенних потоків з керованим набігаючим однокомпонентним потоком для визначення найвигідніших газодинамічних функцій і геометричних розмірів вихрових сепараторів, холодильників та випаровувачів-змішувачів;

– розробити методику оцінки аеродинамічних параметрів компонентів полідисперсних гетерогенних потоків.

3. Основна частина

При дослідженні аеродинамічних і газодинамічних властивостей компонентів, які складають гетерогенну фазу, приймаємо наступні допущення [4, 5]:

– суцільність рухомих фаз суміші, як окремо по складових,так і в цілому для суміші, визначаються концентраціями;

– можливе статичне осереднення фізичних і аеродинамічних параметрів суміші по їхній безлічі;

– функцію розподілу часток у стаціонарному русі аналізуємо тільки за густиною й абсолютною швидкістю при зовнішньому збуренні.

Густина потоку буде дорівнювати [4, 5]:

$$\rho = \sum_{(i)} n^{(i)} m^{(i)} = \sum_{(i)} \rho^{(i)}, \tag{1}$$

де $n^{(i)}$ – число часток і-го розміру в одиниці об'єму;

$m^{(i)}$ – маса часткиі-го розміру;

$\rho^{(i)} = n^{(i)} \cdot m^{(i)}$ – густина і-ої складової.

Масова концентрація часток і-ої складової [2, 3]:

$$c^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}}{\rho} = \frac{n^{(i)} m^{(i)}}{\sum_{(i)} n^{(i)} m^{(i)}}. \tag{2}$$

Функція розподілу полідисперсного двофазного середовища в циліндричних координатах (r,φ,z) запишеться у вигляді $f(r,\varphi,z,v_r,v_\varphi,v_z,\tau)$, тобто як функція від координат, швидкостей і часу, а ймовірне число часток δn в одиниці об'єму у точці з координатами r,φ,z і швидкостями v_r, v_φ, v_z в межах зміни

$$\left.\begin{aligned} &v_r,\ v_r + \delta v_r; \\ &v_\varphi,\ v_\varphi + \delta v_\varphi; \\ &v_z,\ v_z + \delta v_z; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

визначиться по рівняннях статичної механіки [6]

$$\delta n = f(r,\varphi,z,v_r,v_\varphi,v_z,\tau)\,\delta v_r\,\delta v_\varphi\,\delta v_z. \tag{4}$$

Ця функція надалі буде використовуватися для визначення зміни швидкостей і траєкторій руху складових з однаковими густинами відносно суміші.

Інтеграл суми ймовірних чисел часток $\delta n^{(i)}$ і-ої складової в одиниці об'єму у визначеній точці простору з координатами r,φ,z і швидкостями $v_r^{(i)}, v_\varphi^{(i)}, v_z^{(i)}$ у даний момент часу τ буде дорівнювати:

$$n^{(i)}(r,\varphi,z,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left(r,\varphi,z,v_r^{(i)},v_\varphi^{(i)},v_z^{(i)},\tau\right)\delta v_r\,\delta v_\varphi\,\delta v_z. \tag{5}$$

Під середніми значеннями $\overline{\psi}^{(i)}$ характерного (необхідного для розрахунку) параметра $n^{(i)}$ і-ої складової або фази будемо розуміти величину в межах $-\infty \div +\infty$

$$\overline{\psi}^{(i)}(r,\varphi,z,\tau) = \frac{1}{n^{(i)}}\int_{n^{(i)}} \psi^{(i)}\delta n^{(i)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^{(i)} f^{(i)} \delta v_r\,\delta v_\varphi\,\delta v_z}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f^{(i)} \delta v_r\,\delta v_\varphi\,\delta v_z}. \tag{6}$$

Тоді середні швидкості *i*-ої складової двофазного середовища в циліндричній системі координат будуть визначатися наступними рівняннями:

$$v_r^{(i)} = \frac{1}{n^{(i)}}\int_{n^{(i)}} v_r^{(i)}\delta n^{(i)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} v_r^{(i)} f^{(i)} \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f^{(i)}{}_r \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}, \tag{7}$$

$$v_\varphi^{(i)} = \frac{1}{n^{(i)}}\int_{n^{(i)}} v_\varphi^{(i)}\delta n^{(i)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} v_\varphi^{(i)} f^{(i)} \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f^{(i)}{}_\varphi \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}, \tag{8}$$

$$v_z^{(i)} = \frac{1}{n^{(i)}}\int_{n^{(i)}} v_z^{(i)}\delta n^{(i)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} v_z^{(i)} f^{(i)} \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f^{(i)}{}_z \delta v_r^{(i)}\,\delta v_\varphi^{(i)}\delta v_z^{(i)}}. \tag{9}$$

Середнє значення густини і-ої складової у даному об'ємі можна визначити за рівнянням

$$\rho = \frac{1}{n^{(i)}}\int_{n^{(i)}} n^{(i)} d\rho^{(i)}. \tag{10}$$

Для двофазної полідисперсної гетерогенної суміші середня швидкість буде дорівнювати:

$$\overline{v}=\frac{1}{\rho}\sum_i \rho^{(i)}v^{(i)}.$$

Різниця, виражена дискретно для i-ої складової, є середня швидкість поширення (розподілу) крізь суцільну суміш у даній точці, яка являється швидкістю дифузії i-ої складової:

$$\left.\begin{aligned} v_r^{(i)}&=\overline{v_r}^{(i)}-\overline{v};\\ v_\varphi^{(i)}&=\overline{v_\varphi}^{(i)}-\overline{v};\\ v_z^{(i)}&=\overline{v_z}^{(i)}-\overline{v}.\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Рівняння нерозривності для двофазної суміші використовується у вигляді:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\operatorname{div}(pv)=0,$$

а у циліндричній системі координат воно матиме вигляд:

$$\frac{\partial(\rho_r v_r)}{\partial r}+\frac{\partial(\rho_z v_z)}{\partial z}=0. \tag{12}$$

Тоді у випадку зміни маси по координатах у циліндричній системі

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\rho_r}{\partial\tau}+\operatorname{div}(p_r v_r)=j_r;\\ &\frac{\partial\rho_\varphi}{\partial\tau}+\operatorname{div}(p_\varphi v_\varphi)=j_\varphi;\\ &\frac{\partial\rho_z}{\partial\tau}+\operatorname{div}(p_z v_z)=j_z,\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

де j – швидкість приросту маси i-ої складової, $кг/(м^3\cdot с)$.

Тоді за рівняннями [3]

$$\left.\begin{aligned} &J^{(i)}=\sum_j J^{(ji)};\\ &\sum J^{(i)}=\sum_{(ij)} J^{(ji)}=0\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

рівняння нерозривності i-ої складової в циліндричній системі координат запишеться у вигляді:

$$\frac{\partial\left(\rho_r^{(i)}v_r^{(i)}\right)}{\partial r}+\frac{\partial\left(\rho_z^{(i)}v_z^{(i)}\right)}{\partial z}=0. \tag{15}$$

Відповідно до системи рівнянь (13)

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\rho_r^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_r^{(i)}\left(v_r^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_r^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_\varphi^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_\varphi^{(i)}\left(v_\varphi^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_\varphi^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_z^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_z^{(i)}\left(v_z^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_z^{(i)},\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

або, знаючи, що $c^{(i)}=\rho^{(i)}/\rho$ одержуємо співвідношення

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\rho_r c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_r c^{(i)}\left(v_r^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_r^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_\varphi c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_\varphi c^{(i)}\left(v_\varphi^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_\varphi^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_z c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left[\rho_z c^{(i)}\left(v_z^{(i)}+\overline{v}\right)\right]=j_z^{(i)}.\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Перепишемо систему рівнянь (17) у вигляді:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\rho_r c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_r c^{(i)}v_r^{(i)}\right)+\operatorname{div}\left(\rho_r c^{(i)}\overline{v}\right)=j_r^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_\varphi c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_\varphi c^{(i)}v_\varphi^{(i)}\right)+\operatorname{div}\left(\rho_\varphi c^{(i)}\overline{v}\right)=j_\varphi^{(i)};\\ &\frac{\partial\left(\rho_z c^{(i)}\right)}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_z c^{(i)}v_z^{(i)}\right)+\operatorname{div}\left(\rho_z c^{(i)}\overline{v}\right)=j_z^{(i)},\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

або з урахуванням рівняння нерозривності потоку:

$$\left.\begin{aligned} &c^{(i)}\left[\frac{\partial\rho_r}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_r\overline{v}\right)\right]+\rho_r\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_r\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_r^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_r c^{(i)}v_r^{(i)}\right);\\ &c^{(i)}\left[\frac{\partial\rho_\varphi}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_\varphi\overline{v}\right)\right]+\rho_\varphi\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_\varphi\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_\varphi^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_\varphi c^{(i)}v_\varphi^{(i)}\right);\\ &c^{(i)}\left[\frac{\partial\rho_z}{\partial\tau}+\operatorname{div}\left(\rho_z\overline{v}\right)\right]+\rho_z\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_z\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_z^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_z c^{(i)}v_z^{(i)}\right).\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Тоді, "рівняння концентрації" складової в циліндричних координатах будуть виражатися наступною системою рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_r\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_r\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_r^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_r c^{(i)}v_r^{(i)}\right);\\ &\rho_\varphi\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_\varphi\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_\varphi^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_\varphi c^{(i)}v_\varphi^{(i)}\right);\\ &\rho_z\frac{\partial c^{(i)}}{\partial\tau}+\rho_z\overline{v}\operatorname{grad}\left(c^{(i)}\right)=j_z^{(i)}-\operatorname{div}\left(\rho_z c^{(i)}v_z^{(i)}\right);\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

де перший член рівняння ліворуч – локальна зміна концентрації i-ої складової в потоці суміші, другий – конвективна зміна концентрації i-ої складової в потоці; права частина рівнянь системи є перехід i-ої складової в j-у і дифузія (розподіл) i-ої складової через суцільний (сумісний) потік.

Тепер послідовно розглянемо рівняння руху двофазних полідисперсних середовищ, рівняння енергії і рівняння стану. Тут на кожнім кроці висновків приведемо наші допущення, не відходячи від основних законів аеро- і газодинаміки.

Основні допущення:
– швидкісне поле стале, тобто

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{grad}\, c = \mathrm{const}; \\ \frac{\partial \rho^{(i)}}{\partial \tau} = 0; \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

– теплообміну між фазами немає;
– внутрішніх джерел тепла немає;
– течія осесиметрична.

Рівняння руху в циліндричній системі координат матимуть наступний вигляд (рівняння приведені без виведення) [1, 7 – 10]:

$$\begin{aligned} & v_r^{(i)} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial r} + v_z^{(i)} \frac{\partial v_z^{(i)}}{\partial z} + \frac{\left(v_\varphi^{(i)}\right)^2}{r} = -\frac{1}{\rho_r^{(i)}} \frac{\partial p_r}{\partial r} + \\ & + \frac{\mu}{\rho_r^{(i)}} \left(\frac{\partial^2 v_r^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial r} - \frac{v_r^{(i)}}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & v_r^{(i)} \frac{\partial v_\varphi^{(i)}}{\partial r} + v_z^{(i)} \frac{\partial v_\varphi^{(i)}}{\partial z} + \frac{v_r^{(i)} v_\varphi^{(i)}}{r} = -\frac{1}{r \cdot \rho_\varphi^{(i)}} \times \\ & \times \frac{\partial \rho_\varphi^{(i)}}{\partial \varphi} + \frac{\mu}{\rho_\varphi^{(i)}} \left(\frac{\partial^2 v_\varphi^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^{(i)}}{\partial r} - \frac{v_\varphi^{(i)}}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & v_r^{(i)} \frac{\partial v_z^{(i)}}{\partial r} + v_z^{(i)} \frac{\partial v_z^{(i)}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_z^{(i)}} \frac{\partial \rho_z^{(i)}}{\partial z} + \\ & + \frac{\mu}{\rho_z^{(i)}} \left(\frac{\partial^2 v_z^{(i)}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_z^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z^{(i)}}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Підсумовуючи почленно для кожної складової ліві і праві частини, одержимо рівняння руху стаціонарного полідисперсного гетерогенного двофазного потоку у вигляді:

$$\begin{aligned} & v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial r} + \\ & + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = -\frac{1}{r \cdot \rho_\varphi} \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + \\ & + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_z} \frac{\partial \rho_z}{\partial z} + \\ & + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Оцінені з припустимою точністю критерії, які визначають аеродинамічний опір дискретних часток, дозволяють знайти коефіцієнти опору, а усереднення параметрів – виразити необхідні з них, котрі й будуть визначальними для середньої швидкості складових гетерогенного потоку.

4. Висновки

Рішення рівнянь, котрі описують рух окремих складових, дають можливість отримати рівняння руху стаціонарного полідисперсного гетерогенного потоку, на основі яких можна буде визначити траєкторію і координати виведення потрібної складової.

Література

1. Дубинский, М. Г. Течение вращающихся потоков газа в кольцевых каналах[Текст]/ М. Г. Дубинский// Известия АН СССР. – М.: ОТН, 1955. – № 11. – С. 125 – 128.
2. Ландау, Л. Механика сплошных сред [Текст]/ Л. Ландау, Е.Лифшиц. – М.: Гостехиздат, 1994. – 389 с.
3. Мартынов, А. В., Бродянский В. М. Что такое вихревая труба?[Текст]/ А. В. Мартынов, В. М. Бродянский. – М.: Энергия, 1976. – 152 с.
4. Дейч, М. Е., Зарянкин А. Е. Гидродинамика [Текст]/ М. Е.Дейч, А. Е. Зарянкин. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 384 с.
5. Динамика сплошных сред в расчетах гидротехнических сооруже-ний[Текст]/ Под ред. В. М. Ляхтера и Ю. С. Яковлева. – М.: Энергия, 1976. – 296 с.
6. Шрайбер, А. А. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом[Текст]/ А. А. Шрайбер, В. Н. Милютин, В. П. Яценко. – К.: Наук. думка, 1980. – 250 с.
7. Кнауб, Л. В. Определение изменения газодинамических параметров при разделении гетерогенных смесей [Текст]/ Л. В. Кнауб // Динамика систем. – Одесса: ОІСВ, 1995. – Вып. 2. – С. 47 – 52.
8. Кнауб, Л. В. Теоретические основы работы двухкомпонентного осецентробежного испарителя-смесителя низкосортных топлив[Текст]/ Л. В. Кнауб // Динамика систем. – Одесса: ОІСВ, 1995. – Вып. 1. – С. 67 – 72.
9. Ляхтер, В. М., Прудовский С. М. Гидравлическое моделирование[Текст]/ В. М. Ляхтер, С. М. Прудовский. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 392 с.
10. Лойцянский, Г. Л. Механика жидкости и газа [Текст] / Г. Л.Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 847 с.