

*Запропоновано новий тензоперетворювач лінійних деформацій на основі перколяційного чутливого елемента типу „провідник-діелектрик”. Наведено теоретичні принципи роботи ТЛД, отримано залежності електричного опору ТЛД від типу підкладки, її деформації та типу провідникової компоненти*

*Ключові слова: перколяційний тензоперетворювач*

*Предложен новый тензопреобразователь линейных деформаций на основе перколяционного чувствительного элемента типа „проводник-диэлектрик”. Приведены теоретические принципы работы ТЛД, получены зависимости электрического сопротивления ТЛД от типа подкладки, ее деформации и типа проводниковой компоненты*

*Ключевые слова: перколяционный тензопреобразователь*

*New strain gauge of linear deformation with the basis of percolation sensitive element of “conductive-dielectric” type is offered. Theoretical principles of the strain gauge behavior are given. Dependence of electrical resistance of SGLD from the substrate type, from substrate deformation and from the electroconductive component type is obtained*

*Key words: percolation strain gauge*

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НОВОГО ПЕРКОЛЯЦІЙНОГО ТЕНЗОПЕРЕТВОРЮВАЧА ЛІНІЙНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

**Ю. О. Кубрак**

Кандидат технічних наук, доцент\*

Контактний тел.: 067-476-96-83

E-mail: kubrak79@ukr.net

**І. Г. Грабар**

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедру\*

\*Кафедра автомобілів і механіки технічних систем

Житомирський державний технологічний університет

вул. Черняхівського 103, м. Житомир, Україна, 10005

Контактний тел.: (0412) 24-14-22

E-mail: grabar@ztu.edu.ua

## 1. Вступ

Одними з найбільш відомих тензоперетворювачів (ТП) лінійних деформацій, що здобули досить широке поширення при вимірюванні механічних величин, є дротяні, фольгові, плівкові, напівпровідникові тензоперетворювачі. В даний час широке застосування вони здобули не тільки для виміру деформацій, але також як тензоперетворювачі в системах автоматичного керування, що використовуються в різних галузях народного господарства. Дані ТП мають активну базу до 20 мм (напівпровідникові до 5 мм) і коефіцієнт відносної тензочутливості до 2,3 (напівпровідникові до 200). Розширити межі використання ТП, завдяки збільшенню активної бази та чутливості, можливо шляхом використання в якості чутливих елементів ТП перколяційних середовищ типу “провідник-діелектрик”. Дані середовища дозволяють створювати надчутливі ТП з наперед заданими параметрами для широкого використання в різноманітних галузях.

## 2. Аналіз останніх досліджень

Дослідженню характеристик тензоперетворювачів різних типів присвячено роботи Турічина А.М., Таланчука П.М., Агейкіна Д.Н., Грабара І.Г., Проценко С.І., Тесленко В.А., Черноуса А.М та інших. Так, в роботах

Черноуса А.М. [1-2] наведено результати розробки одно та багатопшарових металевих плівок на основі хрому, кобальту, нікелю та ніобію. Автори проводять вивчення розмірної і температурної залежності опору, температурного коефіцієнту опору (ТКО), коефіцієнтів тензочутливості зазначених ТП. Значна увага приділена напівпровідниковим тензоперетворювачам, що мають дуже високі коефіцієнти тензочутливості, але їх застосування обмежується областю малих деформацій у зв'язку з їхнім низьким опором крихкому руйнуванню, вузькістю діапазону деформацій і високій чутливості опору до зміни температури [3].

Аналіз літератури та експериментальних досліджень тензоперетворювачів показує, що відомі ТП мають такі основні недоліки: недостатню високу чутливість та недостатню велику базу ТП. Саме запропонований перколяційний ТЛД здатний усунути недоліки, які притаманні існуючим аналогам [4].

## 3. Виділення невирішених раніше частин проблеми

Для обґрунтування основ роботи нового ТЛД необхідно отримати залежності електричного опору від його параметрів, а саме: деформації тензоперетворювача, виду підкладки, типу провідникової компоненти і т.д.

Чутливий елемент перколяційного ТЛД складається з суміші частинок провідник-діелектрик. Дана

суміш знаходиться між прокладками еластичного діелектрику (рис. 1) [5-7].



Рис. 1. Загальний вигляд перколяційного ТЛД: а) до навантаження; б) після навантаження

В проектуванні і розрахунках перколяційних ТЛД типу „провідник-діелектрик” важлива роль належить особливостям взаємодії між окремими мікрочастинками провідникової компоненти при невеликій кількості мікрочастинок, що дозволить промодельовати поведінку перколяційного ТЛД при дії на нього лінійних деформацій та отримати залежності електричного опору, як вихідного параметру, від вхідних (деформації, коефіцієнту Пуассона підкладки, провідникової компоненти). У відомій літературі немає відомостей щодо залежності електричного опору перколяційного ТЛД від вищезазначених вхідних параметрів, тому отримання такої залежності є актуальним і необхідним для побудови ТЛД.

#### 4. Основний матеріал дослідження

Метою даної статті є розробка теоретичних основ побудови нового перколяційного тензоперетворювача лінійних деформацій типу “провідник-діелектрик” та дослідження явищ зміни електропровідності на мікrorівні, в межах взаємодії двох мікрочастинок провідникової компоненти.

Для визначання особливостей взаємодії між електропровідними частинками перколяційного ТЛД використаємо наступне допущення:

Припустимо, що чутливий елемент перколяційного ТЛД складається з сферичних мікрочастинок провідникової компоненти радіусом  $r \approx \text{const}$ . Мікрочастинок закріплені на деформованій підкладці з координатами центру  $O_1 \{ x_1, y_1 \}$ . Якщо відстань між центрами двох сусідніх мікрочастинок  $O_1 O_{i+1} < 2r$ , то такі частинки утворюють електропровідний кластер з коефіцієнтом перекриття  $\beta$ .

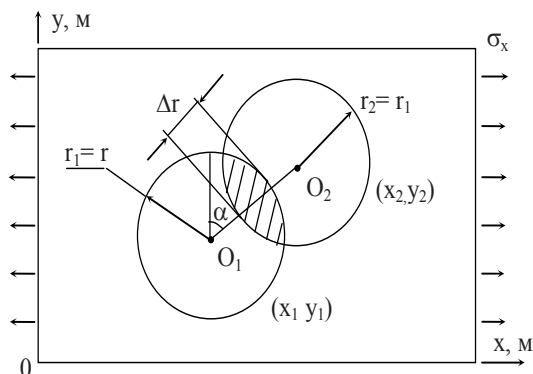


Рис. 2. Кінетика взаємодії між двома мікрочастинками

При деформації підкладки частинки не деформуються, рухаються разом з центром  $O_i$ , при цьому коефіцієнт перекриття двох сусідніх частинок  $\beta$  змінюється, як функція деформації підкладки  $\epsilon$ .

Нехай на еластичній підкладці (рис. 2) в точках  $O_1$  і  $O_2$  закріплені (приклеєні) дві сферичні мікрочастинок  $r_1 = r$  і  $r_2 = r$ .

При цьому

$$O_1 O_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} < 2r, \tag{1}$$

тобто коефіцієнт перекриття

$$\beta = \frac{\Delta r}{r} > 0. \tag{2}$$

При деформуванні еластичної підкладки мікрочастинок  $r_1 = r_2$  переміщуються разом із своїми центрами  $O_1$  і  $O_2$ . При цьому в загальному випадку змінюється коефіцієнт перекриття  $\beta$  і електричний опір  $R_{O_1 O_2}$ . Встановимо закономірності цих змін.

Нехай підкладка знаходиться під дією одновісних розтягуючих напруг  $\sigma_x$  (рис. 2).

В заданій системі координат для  $\sigma_x = 0$ .

$$O_1(x_1, y_1) \text{ і } O_2(x_2, y_2).$$

Нехай  $\sigma_x \neq 0$  Тоді:

$$\left. \begin{aligned} x_1^1 &= x_1 + \Delta x_1 = x_1 + \frac{\sigma_x}{E} \cdot x_1 = x_1(1 + \epsilon_x) \\ x_2^1 &= x_2 + \Delta x_2 = x_2 + \frac{\sigma_x}{E} \cdot x_2 = x_2(1 + \epsilon_x) \end{aligned} \right\}, \tag{3}$$

де  $E$  – модуль пружності підкладки.

Аналогічно для координат  $y$ :

$$\left. \begin{aligned} y_1^1 &= y_1 + \Delta y_1 = y_1 - \frac{\mu \sigma_x}{E} \cdot y_1 = y_1(1 + \mu \epsilon_x) \\ y_2^1 &= y_2 + \Delta y_2 = y_2 - \frac{\mu \sigma_x}{E} \cdot y_2 = y_2(1 + \mu \epsilon_x) \end{aligned} \right\}. \tag{4}$$

Тоді

$$(O_1 O_2)^1 = \sqrt{(x_1^1 - x_2^1)^2 + (y_1^1 - y_2^1)^2}.$$

Із рис. 2 введемо заміну:

$$(O_1 O_2)_0 = 2r - \Delta r = 2r - \beta \cdot r = r \cdot (2 - \beta),$$

$$x_2 - x_1 = r(2 - \beta_0) \sin \alpha,$$

$$x_2^1 - x_1^1 = (x_2 - x_1)(1 + \epsilon_x) = r(2 - \beta_0) \cdot (1 + \epsilon_x) \sin \alpha,$$

$$y_2 - y_1 = r(2 - \beta_0) \cos \alpha,$$

$$y_2^1 - y_1^1 = (y_2 - y_1)(1 + \mu \epsilon_x) = r(2 - \beta_0)(1 + \mu \epsilon_x) \cos \alpha.$$

Тоді після деформації підкладки:

$$(O_1O_2)' = \sqrt{r^2(2-\beta_0)^2(1+\epsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + r^2(2-\beta_0)^2(1-\mu\epsilon_x)^2 \cos^2 \alpha} = r(2-\beta_\epsilon) \quad (5)$$

де  $\beta_0$  – коефіцієнт перекриття при недеформованій підкладці;

$\beta_\epsilon$  – коефіцієнт перекриття при деформації підкладки.

Звідки можна отримати залежність зміни коефіцієнта перекриття, як функцію деформації  $\beta(\epsilon)$ :

$$\beta_\epsilon = 2 - (2 - \beta_0) \sqrt{(1 + \epsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + (1 - \mu \epsilon_x)^2 \cos^2 \alpha} \quad (6)$$

Дана постановка задачі дозволяє отримати залежність опору ділянки  $O_1O_2$  для випадків, коли  $\epsilon_x = 0$  і  $\epsilon_x \neq 0$ .

Для  $\epsilon_x = 0$  маємо (сумістивши ось X з відрізком  $O_1O_2$ ):

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi(y^2 + z^2)} = \rho \frac{dx}{\pi(r^2 - x^2)} \quad (7)$$

де  $\rho$  – питомий опір матеріалу частинок. Тоді

$$\frac{r(2-\beta)}{2}, R_{O_1O_2} = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{dx}{r^2 - x^2} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4-\beta_0}{\beta_0} \quad (8)$$

Коли  $\epsilon_x \neq 0$ , маємо:

$$R_{(O_1O_2)} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4-\beta_\epsilon}{\beta_\epsilon} \quad (9)$$

$$\beta_\epsilon = 2 - (2 - \beta_0) \sqrt{(1 + \epsilon_x)^2 \sin^2 \alpha + (1 - \mu \epsilon_x)^2 \cos^2 \alpha} \quad (10)$$

На рис. 3 наведено залежності  $R_\epsilon$  при різних значеннях  $\beta_0, \alpha, \mu$  і  $\epsilon_x$ , отримані із (9), (10):

$$\bar{R} = \frac{\rho}{\pi r} \ln \frac{4-\beta_\epsilon}{\beta_\epsilon}$$

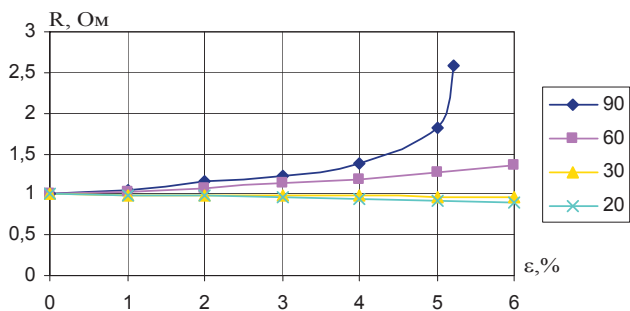


Рис. 3. Залежності  $R_\epsilon$  при різних значеннях  $\alpha, \epsilon_x$  ( $\mu = 0,5; \beta_0 = 0,1$ )

Або:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 (1 + \epsilon)^2 + (y_2 - y_1)^2 (1 - \mu \epsilon)^2} \quad (11)$$

Ввівши заміну

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \operatorname{tg} \alpha_0$$

Маємо:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \sqrt{\frac{\mu(2 - \mu \epsilon)}{2 + \epsilon}} \quad (12)$$

Таким чином, якщо  $O_1O_2$  утворює з віссю  $OY$  кут  $\alpha_0^*$  такий, що:

$$\alpha_0^* = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\mu(2 - \mu \epsilon)}{2 + \epsilon}} \approx \operatorname{arctg} \sqrt{\mu} \quad (13)$$

тобто, електричний опір  $R_{O_1O_2} \approx \operatorname{const}$  при будь-якій деформації підкладки!

Отже, для будь-яких двох мікрочастинок, що утворюють електропровідний кластер  $O_1O_2$ , тобто  $S_{01} \cap S_{02} \neq \emptyset | \epsilon = 0$ , якщо кут

$(O_1O_2, \wedge OY) \leq \alpha_0 = \operatorname{arctg} \sqrt{\mu \frac{2 - \mu \epsilon}{2 + \epsilon}}$ , то  $S_{01} \cap S_{02} \neq \emptyset | \epsilon \neq 0$ , тобто для будь-якої деформації підкладки  $\epsilon$  електропровідний кластер  $O_1O_2$  не розривається.

Отримані результати дозволяють розв'язати задачі комп'ютерного моделювання багатьох важливих для практики задач:

а) проектування і виготовлення тензоперетворювачів з  $R_\epsilon = \operatorname{const}$ ;

б) проектування і виготовлення тензоперетворювачів з детерміновано розміщеними мікрочастинками з теоретично спрогнозованими  $R(\epsilon)$ ;

в) розрахувати  $R(\epsilon)$  ланцюга  $O_1, O_2, O_3, O_4 \dots O_n$  зі стохастично заданими  $\alpha, \alpha_2 \dots \alpha_{n-1}$  кутами між сусідніми відрізками  $O_i O_{i+1}$ ;

г) отримати  $R(\epsilon)$  для кількох ланцюгів з перетинами і без;

д) отримати  $R(\epsilon)$  при стохастичному виборі ( $x_i y_i$ ) на площині при заданому радіусі мікрочастинки  $r$  і заданій густині (ймовірності [8]) заповнення.

Як приклад, на рис. 4, рис. 5 наведено залежності зміни опору при деформації 0,05 в випадковому ланцюгу круглих електропровідних частинок з перетином та без перетину ( $\rho = 10; r = 0,01; \beta_0 = 0,1; \mu = 0,5$ ).

На рис. 4а і рис. 4б наведено загальний вид ланцюга до та після деформування відповідно. На рис. 4в показано зміну опору після деформації між сусідніми частинками (до деформації опір однаковий). На рис. 4г поступове наростання опору між першою і наступними частинками.

В середовищі MathCad було розроблено програму для моделювання ланцюгів з перетинами, на кожному кроці якої при перетині відбувається перетворення трикутник зірка (рис. 6 - рис. 7).

При розрахунку опору ланцюга з перетинами використовувалось перетворення трикутник-зірка. Так, ланцюг, що змодельовано на рис. 5, можна представити як паралельно-последовне з'єднання провідників (рис. 5 і рис. 6а). Значення опорів згідно перетворення трикутник-зірка (рис. 7):

$$R_1 := \sum_{n=0}^{16} \frac{\rho}{\pi \cdot r} \cdot \ln \left[ \frac{4 - \left[ 2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{1n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{1n}))^2} \right]}{2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{1n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{1n}))^2}} \right]$$

$$R_4 := \sum_{n=16}^{31} \frac{\rho}{\pi \cdot r} \cdot \ln \left[ \frac{4 - \left[ 2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{1n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{1n}))^2} \right]}{2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{1n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{1n}))^2}} \right]$$

$$R_3 := \sum_{n=0}^{16} \frac{\rho}{\pi \cdot r} \cdot \ln \left[ \frac{4 - \left[ 2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{2n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{2n}))^2} \right]}{2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{2n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{2n}))^2}} \right]$$

$$R_5 := \sum_{n=16}^{31} \frac{\rho}{\pi \cdot r} \cdot \ln \left[ \frac{4 - \left[ 2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{2n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{2n}))^2} \right]}{2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(\alpha_{2n}))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(\alpha_{2n}))^2}} \right]$$

$$R_2 := \sum_{n=1}^1 \frac{\rho}{\pi \cdot r} \cdot \ln \left[ \frac{4 - \left[ 2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(0))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(0))^2} \right]}{2 - (2 - \beta_0) \cdot \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 \cdot (\sin(0))^2 + (1 - \mu \cdot \varepsilon)^2 \cdot (\cos(0))^2}} \right]$$

$$R_{12} := \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_{23} := \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_{13} := \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_6 := R_{13} + \frac{(R_{12} + R_4)(R_{23} + R_5)}{(R_{12} + R_4) + (R_{23} + R_5)}$$

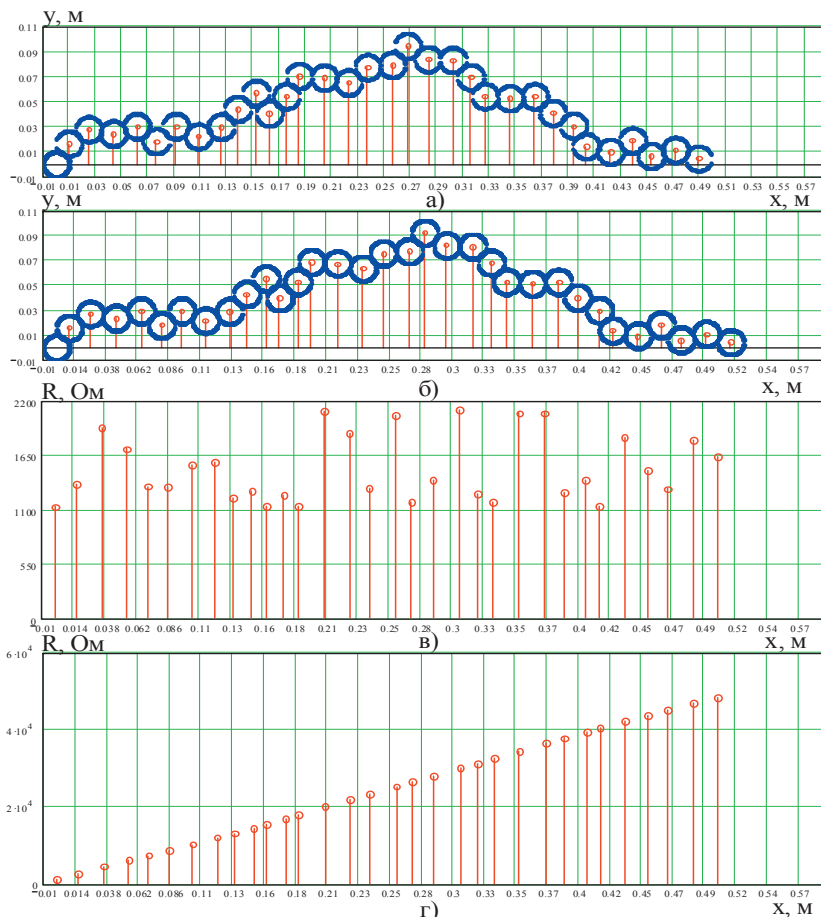


Рис. 4. Деформування випадкового ланцюга ( $\varepsilon = 0,05$ ): а) загальний вид недеформованого ланцюга; б) загальний вид ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$ ; в) значення опору між сусідніми частинками ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$ ; г) сумарний опір між і-ю та 1-ю частинкою ланцюга при  $\varepsilon = 0,05$

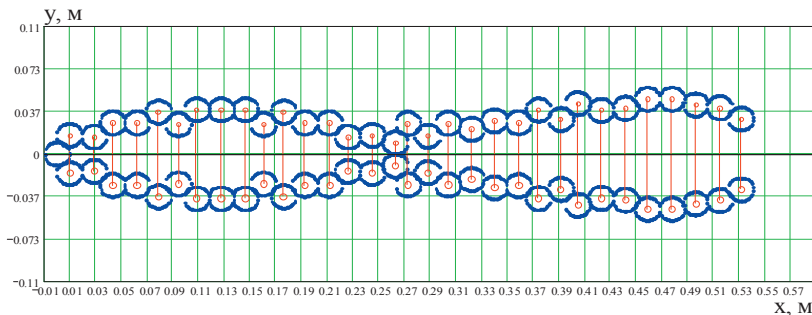


Рис. 5. Випадковий ланцюг з одним перетином

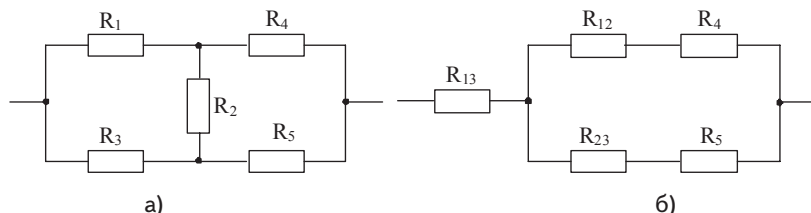


Рис. 6. Перетворення схеми трикутник-зірка відповідно до змодельованого ланцюга

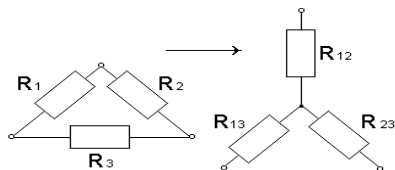


Рис. 7. Перетворення схеми трикутник-зірка

Залежність опору випадкового ланцюга з перетином та без електропровідного ланцюга від деформації наведено на рис. 8.

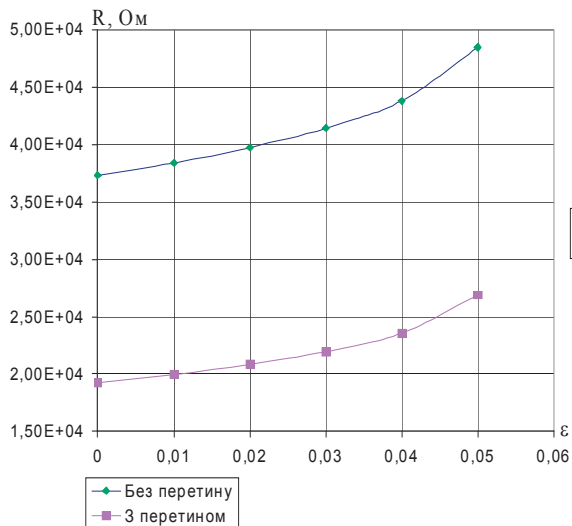


Рис. 8. Значення максимальних опорів при деформуванні різних видів ланцюгів

При більших значеннях деформації ланцюг розривається. Отже, залежності (9) і (10) дають змогу змодельовати поведінку ланцюга, що складається з елементарних провідникових часток, що дозволяє проектувати перколяційні ТЛД з наперед заданими параметрами, використовуючи детермінований підхід.

## 5. Область можливого використання

Отримані результати дозволять враховувати структуру і форму електропровідних часток при побудові перколяційних тензоперетворювачів типу “провідник-діелектрик”, що дозволить більш точно запрограмувати коефіцієнт підсилення останніх згідно потреб.

## 6. Висновки

Отримано математичну модель нового перколяційного ТЛД, що дозволяє встановити залежність електричного опору ТЛД від коефіцієнту перекриття електропровідних частинок  $\beta_0$ , кута перекриття  $\alpha$ , коефіцієнта Пуассона підкладки  $\mu$  і деформації  $\epsilon_x$ .

## Література

1. Проценко, С. І. Дослідження і прогнозування тензорезисторних властивостей плівкових систем на основі Cr, Cu, Sc / С. І. Проценко, А. М. Черноус // *Металлофізика. Новейшие технологии.* – 2003. – т. 25, № 5. – С. 587–601.
2. Chornous, A. M. Experimental test of a three-dimensional model for electrophysical properties of metal films / A. M. Chornous, N. M. Oranasyuk, A. D. Pogrebnyak, I. Yu. Protsenko // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2000. – V.39, part 2, № 123, – P. L1320–L1323.
3. Кузнецов, Е. Н. Технические измерения: учебное пособие / Кузнецов Е. Н. – М-во образования и науки Рос. Федерации, Федер. агентство по образованию, Пензен. гос. ун-т. Пенза: ИИЦ ПГУ, 2005 – 219 с.: ил.
4. Кубрак, Ю. О. Основы построения перколяционных тензоперетворювачів лінійних деформацій / Ю. О. Кубрак, І. Г. Грабар, О. М. Безвесільна // *Східно-Європейський журнал передових технологій. Прикладна фізика і матеріалознавство.* – 2008. – № 4/4 (34). – С. 52–55.
5. Перколяційні матеріали: властивості, технології, застосування: монографія / І. Г. Грабар, О. І. Грабар, О. А. Гутніченко, Ю. О. Кубрак. – ЖДТУ – Житомир, 2007. – 354 с.: ил., табл. – Библиогр. с. 319–353.
6. Тензометричний пристрій професора Грабара: пат. № 39401А Україна, МПК 7 G 02 B 7/16. / Грабар І. Г. – № 20002512765 ; заявл. 25.12.00 ; опубл. 15.06.01, Бюл. № 5 – 4 с.
7. Застосування тензометричного пристрою професора Грабара як бістабільного тензоперетворювача дистанційного контролю несанкціонованого доступу: пат. № 7-3063А Україна, МПК 7 G 01 B 7/16. / Грабар І. Г., Кубрак Ю. О. – № 20031212765 ; заявл. 29.12.03; опубл. 16.05.05, Бюл. № 5 – 4 с.
8. Кубрак, Ю. О. Критична концентрація та її значення для побудови перколяційних тензоперетворювачів лінійних деформацій. / Ю. О. Кубрак, О. І. Грабар // *Східно-Європейський журнал передових технологій.* – 2011. – № 1/10 (49). – С. 20–23.