

УДК 531.38+531.36

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСТРАНЕНИЯ ПАССИВНЫМИ АВТОБАЛАНСИРАМИ БОЛЬШИХ УГЛОВ НУТАЦИИ

Доведена аналогія у роботі маятникових, кульових і рідинних автобаланси́рів при усуненні великих кутів нутації, викликаних неточним наданням початкового обертання несучого тіла. Отримано наближений закон зміни великих кутів нутації. Запропоновано формулу оцінки залишкового кута нутації, викликаного встановленням цих автобаланси́рів на відстань до центра мас несучого тіла більшу за гранично-допустиму

Ключові слова: пасивний автобаланси́р, кут нутації, демпфер, космічний апарат, несуче тіло

Доказана аналогія в роботі маятникових, шарових і жидкостних автобаланси́ров при усуненні великих кутів нутації, викликаних неточним приданням початкового обертання несучого тіла. Отримано наближений закон зміни великих кутів нутації. Предложена формула оцінки остаточного угла нутації, вызванного установкой указанных автобаланси́ров на расстоянии до центра масс несучего тела больше предельно-допустимого

Ключевые слова: пассивный автобаланси́р, угол нутації, демпфер, космический апарат, несущее тело

Г. Б. Филимо́нихин

Доктор технических наук, профессор*

E-mail: filimonikhin@narod.ru, fgb@online.ua

В. В. Пирогов

Ассистент*

E-mail: pirogovvv@rambler.ru

И. И. Филимо́нихина

Кандидат физико-математических наук, доцент

Кафедра высшей математики**

E-mail: fii@online.ua

*Кафедра деталей машин и прикладной механики

**Кировоградский

национальный технический университет

пр. Университетский, 8, г. Кировоград, Украина, 25006

1. Введение

В идеальном случае космический аппарат, стабилизируемый вращением, должен вращаться вокруг своей продольной оси, являющейся главной центральной осью инерции. Из-за неточного придания начального вращения космического аппарата, а также из-за неуравновешенности относительно его продольной оси, возникает угол нутации. Для устранения больших углов нутации, вызванных неточным приданием начального вращения, используют пассивные демпферы угла нутации.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В связи с научно-техническим прогрессом в космической отрасли в последнее время прослеживается тенденция уменьшения размеров и массы космических аппаратов [1, 2]. Обзор публикаций [1 – 11], национальных образовательных, аэрокосмических программ различных стран, в частности США (“CubeSat”, “ION-F”, “Constellation Pathfinder”), Японии (“TokyoTech”), Канады (“CanX”), Италии (“UniSat”), России (“ПСИ-НОМ”) и др., показывает, что количество малых кос-

мических аппаратов, стабилизируемых вращением, в которых используют пассивные способы устранения угла нутации, постоянно возрастает. Поэтому возрастает актуальность изучения процесса устранения угла нутации.

Исследования, посвященные процессу устранения пассивными демпферами нутации больших углов нутации космических аппаратов стабилизированных вращением, впервые были проведены в работах [12, 13]. С помощью метода энергетического стока “energy sink method” был найден следующий приближенный закон изменения угла нутации φ вращающегося осесимметричного несущего тела в изолированной механической системе в случае, когда в ней нет элементов, способных накапливать потенциальную энергию и при движении присоединенных тел относительно несущего тела на них действуют линейные силы вязкого сопротивления

$$\dot{\theta} \sin \theta \cos \theta = \frac{AC}{K^2(C-A)} \dot{T} = -\frac{2AC}{K^2(C-A)} \dot{\Phi}, \quad (1)$$

где C , A – соответственно продольный и поперечный осевой момент инерции несущего тела, T – кинетическая энергия изолированной системы (совпадает с полной), K – модуль вектора кинетического момента

изолированной системы, Φ – диссипативная функция Релея.

Было найдено следующее необходимое условие уменьшения угла нутации

$$C > A. \quad (2)$$

Космические аппараты, удовлетворяющие условию (2), были названы устойчивыми.

В [14] было предложено использовать пассивные автобалансиры [15] в качестве демпферов угла нутации космических аппаратов. Было установлено, что пассивные автобалансиры проявляют свойства демпферов нутации и способны полностью устранить угол нутации статически неуравновешенного космического аппарата при условии, что автобалансир находится в плоскости неуравновешенности и выполняется следующее условие:

$$C > B + Mb^2, \quad (3)$$

где B , C – соответственно наибольший поперечный и продольный осевые моменты инерции несущего тела, M – масса несущего тела, b – расстояние от центра масс несущего тела до плоскости уравнивания автобалансира.

Условие (3) является более жестким, чем условие (2). Поэтому в работе [14] предложено называть космические аппараты, удовлетворяющие условию (2) не «устойчивыми», а «сплюснутыми».

В [16] изучен процесс устранения двухшаровыми или двухмаятниковыми автобалансирами малых углов нутации и статической неуравновешенности космических аппаратов относительно его продольной оси. В работе [17] был изучен процесс возникновения остаточного угла нутации при установке на космический аппарат двухшарового или двухмаятникового автобалансира на расстоянии до центра масс несущего тела большем, чем допустимо.

В настоящей работе исследуется процесс устранения пассивными автобалансирами (маятниковыми, шаровыми и жидкостными) больших углов нутации. Также предлагается приближенная формула оценки остаточного угла нутации, пригодная для любого типа автобалансира.

3. Исследование процесса устранения автобалансирами (демперами нутации) больших углов нутации

3. 1. Принцип действия автобалансиров (демперов нутации), модель несущего тела и автобалансира

Рассмотрим сначала случай вращения изолированного осесимметричного несущего тела без автобалансира (рис. 1, а, б). Пусть центр масс несущего тела находится в точке O и оно имеет осевые моменты инерции A и B ($A=B$) относительно поперечных осей ξ и η соответственно, и осевой момент инерции C ($C>A$) относительно продольной оси ζ . Ось z является осью симметрии и главной центральной осью инерции несущего тела.

В соответствии с законом сохранения кинетического момента, вектор кинетического момента несущего тела – \mathbf{K} неизменный. Не ограничивая общности можно считать, что несущее тело вращается вокруг неподвижной точки O и вектор \mathbf{K} находится в плоскости Oxz . Мгновенное вращательное движение несущего тела вокруг центра масс характеризует вектор мгновенной угловой скорости ω . В идеальном случае ось ζ должна совпадать с вектором \mathbf{K} и несущее тело должно вращаться вокруг этой оси. В результате неточного придания начального вращения несущего тела, направления векторов ω и \mathbf{K} не совпадают, и между вектором \mathbf{K} и осью ζ образуется угол нутации θ .

Кинетический момент системы находим через осевые моменты инерции и проекции на координатные оси вектора угловой скорости [12, 13]:

$$K_\eta = A\omega_\eta, \quad K_\zeta = C\omega_\zeta, \quad K^2 = A^2\omega_\eta^2 + C^2\omega_\zeta^2. \quad (4)$$

Из рис. 1, а, находим:

$$K = \sqrt{K_\eta^2 + K_\zeta^2}, \quad K_\eta = K \sin \theta, \\ K_\zeta = K \cos \theta, \quad \operatorname{tg} \theta = K_\eta / K_\zeta. \quad (5)$$

Используя (4) и (5), получим:

$$\omega_\eta = K \sin \theta / A, \quad \omega_\zeta = K \cos \theta / C. \quad (6)$$

Разложим ω на составляющие w_K, w_z , направленные по вектору \mathbf{K} и оси z (рис. 1, а):

$$\Omega_K = \omega_\eta / \sin \theta, \quad \Omega_\zeta = \frac{\omega_\eta}{\operatorname{tg} \theta} - \omega_\zeta. \quad (7)$$

Из (7) с учетом (6) получим:

$$\Omega_K = \frac{K}{A},$$

$$\Omega_\zeta = \frac{\omega_\eta}{\operatorname{tg} \theta} - \omega_\zeta = \frac{K \sin \theta}{A} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} - \frac{K \cos \theta}{C} = \frac{C - A}{AC} K \cos \theta. \quad (8)$$

Характер движения несущего тела без автобалансира показан на рис. 1, б. Добавим в систему маятниковый, шаровой или жидкостной автобалансир (на рис. 1, в, г, д – автобалансир насажен на ось z и плоскость, в которой движутся тела автобалансира, находится на расстоянии b от центра масс несущего тела). Вследствие малости массы маятниковых, шаровых или жидкостных автобалансиров, картина движения несущего тела не изменится (рис. 1, б). Под действием центробежных сил, которые возникают за счет составляющей w_K , маятники, шары или жидкость максимально отклоняются от вектора кинетического момента \mathbf{K} . Несущее тело при этом будет вращаться относительно маятников, шаров или жидкости вокруг оси z с относительной угловой скоростью w_z (рис. 1, в, г, д). Из-за наличия сил вязкого сопротивления, которые возникают при относительном движении присоединенных тел, будет происходить диссипация энергии. В соответствии с формулой (1), в случае сплюснутого несущего тела ($C>A$) угол нутации будет убывать (а в случае вытянутого несущего тела ($C<A$) – возрастать).

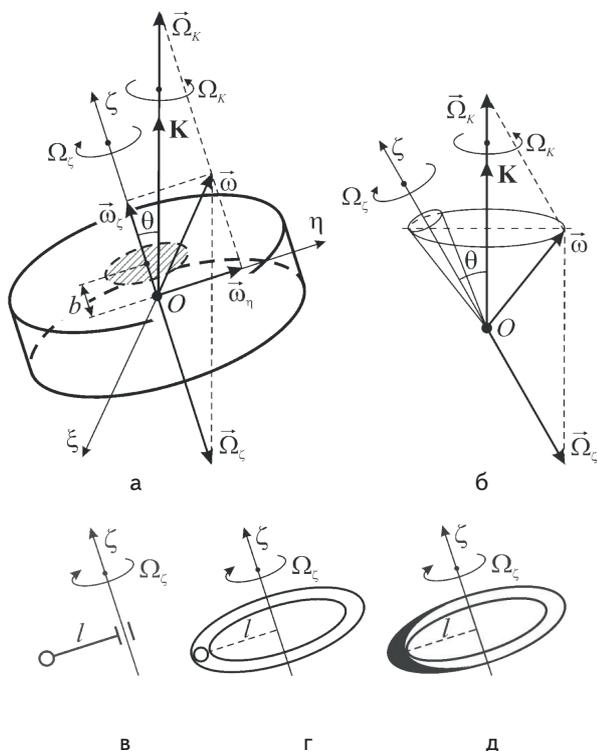


Рис. 1. Принцип работы автобалансиоров при устранении больших углов нутации φ : а – схема для определения составляющих угловой скорости вращения несущего тела; б – характер движения несущего тела без автобалансиора или с автобалансиором малой массы; в – маятниковый; г – шаровой; д – жидкостной автобалансиор

3. 2. Нахождение диссипативной функции Релея

Пусть при трении маятника об продольную ось ζ несущего тела (рис. 1, в), на него действует момент сил вязкого сопротивления, пропорциональный относительной угловой скорости вращения маятников $\dot{\Omega}_\zeta$:

$$M_{\text{con}} = -H\dot{\Omega}_\zeta . \tag{9}$$

где H – коэффициент момента сил вязкого сопротивления.

Пусть при перекачивании шара (рис. 1, г) или перетекании жидкости по трубке (рис. 1, д), на них действует сила вязкого сопротивления, пропорциональная относительной скорости движения $l\dot{\Omega}_\zeta$ шаров или жидкости:

$$F_{\text{con}} = -hl\dot{\Omega}_\zeta , \tag{10}$$

где h – коэффициент силы вязкого сопротивления.

Для нахождения диссипативной функции Релея Φ рассматриваемого автобалансиора, независимо от его типа, удобно ввести обобщенную силу сопротивления:

$$Q_{\text{дис}} = -\partial\Phi / \partial\dot{q} , \tag{11}$$

где \dot{q} – обобщенная скорость. В (11) диссипативная функция Релея, с учетом (9), (10), имеет вид:

$$\Phi = \mu\Omega_\zeta^2 / 2 , \tag{12}$$

где μ – коэффициент сопротивления, зависящий от типа автобалансиора и равный H – для маятникового автобалансиора, hl – для шарового или жидкостного автобалансиора. Подставляя w_ζ из (8) в (12), получим

$$\Phi = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)^2 K^2 \cos^2\theta . \tag{13}$$

Полученное выражение применимо для любого типа автобалансиора.

3. 3. Оценка скорости затухания больших углов нутации

Случай осесимметричного несущего тела. Подставляя (13) в (1), получим следующий закон скорости изменения угла нутации $\dot{\theta}\sin\theta = -\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)\cos\theta$, или в

виде

$$\frac{d\cos\theta}{dt} = \mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)\cos\theta . \tag{14}$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение (14):

$$u = \cos\theta , \frac{du}{dt} = \mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)u , \frac{du}{u} = \mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)dt ,$$

$$\ln u = \mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t + \ln u_0 , \ln \frac{u}{u_0} = \mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t , \frac{u}{u_0} = e^{\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t} ,$$

$$u = u_0 e^{\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t} .$$

Окончательно получим следующий закон изменения больших углов нутации

$$\cos\theta = \cos\theta_0 e^{\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t} , |\cos\theta| \leq 1 . \tag{15}$$

Из (15) следует, что $\cos\theta$ со временем очень быстро стремится к 1. При этом угол θ очень быстро стремится к 0. Скорость уменьшения больших углов нутации будет тем больше, чем C будет больше A .

Случай неосесимметричного несущего тела. Рассмотрим неосесимметричное несущее тело, у которого $A < B < C$. Для получения оценки скорости затухания больших углов нутации будем использовать формулу (15).

Подставим в (15) наименьший из A, B осевой момент инерции – A , тогда получим такую оценку сверху косинуса угла нутации

$$\cos\theta \leq \cos\theta_0 e^{\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t} , |\cos\theta| \leq 1 .$$

Подставим в (15) наибольший из A, B осевой момент инерции – B , тогда получим такую оценку снизу косинуса угла нутации

$$\cos\theta \geq \cos\theta_0 e^{\mu\left(\frac{C-B}{BC}\right)t} , |\cos\theta| \leq 1 .$$

Окончательно, для изменения большого угла нутации неосесимметричного несущего тела справедлива следующая оценка

$$\cos\theta_0 e^{\mu\left(\frac{C-B}{BC}\right)t} \leq \cos\theta \leq \cos\theta_0 e^{\mu\left(\frac{C-A}{AC}\right)t}, |\cos\theta| \leq 1. \quad (16)$$

4. Оценка остаточных углов нутации при неправильной установке маятниковых, шаровых или жидкостных автобалансиров

Предлагается использовать для определения остаточного угла нутации θ , возникающего при неверной установке автобалансира любого типа на несущее тело, следующую формулу:

$$\theta(b) = \begin{cases} 0, & b \in [0, b_c], \\ \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{1}{M} \left(M + 2m - \frac{2mb}{\sqrt{(C-B)/M}} \right) \right], & b > b_c. \end{cases} \quad (17)$$

где B, C – соответственно наибольший поперечный и продольный осевые моменты инерции несущего тела, M – масса несущего тела, m – суммарная масса присоединенных тел в автобалансире, b – расстояние от центра масс несущего тела до плоскости уравнивания автобалансира (b такое, что составное тело, образованное несущим телом и автобалансиром, сплюснуто).

Формула вида (17) была получена в работе [17] для двухмаятникового (двухшарового) автобалансира, при условии, что маятники математические, а шары имеют малый диаметр. Применимость формулы (17) основана на аналогии в работе разных типов автобалансиров – мномаятниковых (многошаровых), неклассических, жидкостных [14, 15]. В случае жидкостных автобалансиров точность формулы (17) возрастает при условии, что жидкость частично заполняет трубку и диаметр трубки d намного меньше радиуса R тора, образованного трубкой ($d \ll R$).

Рассмотрим пример оценки остаточного угла нутации для несущего тела с жидкостным демпфером нутации (автобалансиром). Расчетные данные взяты для стабилизированного вращением бразильского космического аппарата SAC1-2 [7]: $C=5,05 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $B=5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $M=85 \text{ кг}$, $m=0,066 \text{ кг}$, $b=0,18 \text{ м}$.

Кольцевой демпфер – тороидальная трубка с серединным радиусом $R=0,095 \text{ м}$, диаметром поперечного сечения трубки $d=0,019 \text{ м}$, частично заполненной спиртом массой $m=0,066 \text{ кг}$ ($m/M \approx 7,76 \cdot 10^{-4}$). Соотношение $R/d=5 \gg 1$ свидетельствует о хороших автобалансирующих свойствах этого автобалансира и о применимости формулы (17). Высота НТ – $0,6 \text{ м}$, его центр масс находится по центру, что ограничивает сверху параметр b величиной $b_{max}=0,6/2=0,3 \text{ м}$.

Найдем критическое значение b , при превышении которого появляется угол нутации. Из формулы (3) получим

$$b_c = \sqrt{(C-B)/M}. \quad (18)$$

Отметим, что значение b_c не зависит от массы демпфера нутации. Это означает, что установка даже

демпфера нутации бесконечно малой массы на расстоянии большем, чем b_c , может привести к появлению остаточного угла нутации.

Расчеты дают следующую величину: $b_c=0,0243 \text{ м}$. График изменения угла q в зависимости от b приведен на рис. 2, а, б, где θ – в градусах, b – метрах.

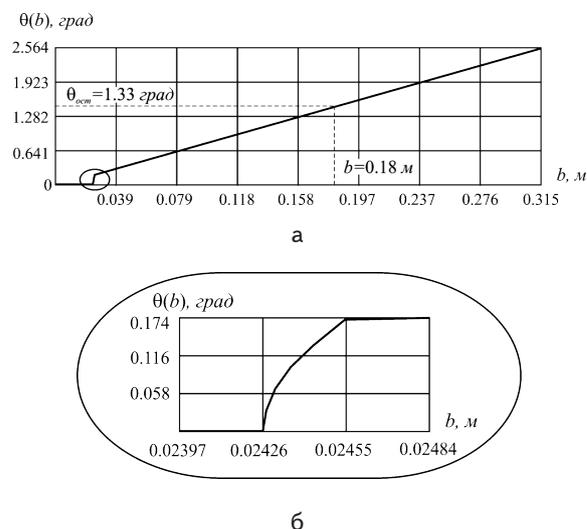


Рис. 2. График изменения угла нутации $q(b)$ от расстояния от центра масс несущего тела до плоскости уравнивания автобалансира b : а – увеличения угла нутации θ при неправильной установке демпфера нутации; б – область возникновения остаточного угла нутации θ

Остаточный угол нутации $\theta(0,18)=1,33 \text{ grad}$. При максимальном удалении автобалансира от центра масс несущего тела $\theta(0,30)=2,406 \text{ grad}$, при этом несущее тело будет сплюснутым, но остаточный угол нутации появится уже при $b > b_c=0,0243 \text{ м}$.

Поскольку в работе [7] числовым моделированием был найден остаточный угол нутации (совпадающий с углом, найденным выше), то методом проб была обоснована целесообразность изменения величин осевых моментов инерции несущего тела: $C=10,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $B=7,22 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Расчеты показывают, что при этом $b_c=0,1841 \text{ м}$, что не намного больше $b=0,18 \text{ м}$. В соответствии с формулой (17) при этом отсутствует остаточный угол нутации. Заметим, что дальнейшее, даже совсем незначительное, удаление демпфера нутации от центра масс несущего тела приведет к возникновению остаточного угла нутации.

Проведенные исследования и числовой пример показывают, каким образом и насколько присоединенные тела в виде маятниковых, шаровых или жидкостных автобалансиров (демпферов нутации) изменяют поведение несущего тела. Неверная установка автобалансира (демпфера нутации) на несущее тело ($b > b_c$) может привести к возникновению остаточного угла нутации даже в случае сплюснутого или “устойчивого” с большим запасом несущего тела.

5. Выводы

1. Установлена аналогия в работе различных типов пассивных автобалансиров (демпферов нутации) (ма-

ятниковых, шаровых и жидкостных), во время устранения больших углов нутации космических аппаратов стабилизированных вращением.

2. Для маятниковых, шаровых и жидкостных автобалансиров получен приближенный закон изменения больших углов нутации. Установлено, что на скорость изменения угла нутации существенно влияют соотно-

шение между осевыми моментами инерции несущего тела и коэффициент сил вязкого сопротивления.

3. Предложена эмпирическая формула для оценки остаточного угла нутации, возникающего при неправильной установке автобалансиров любого типа на космический аппарат стабилизированный вращением. Приведен пример ее применения для бразильского спутника SACS-2.

Литература

1. Зинченко, О. Н. Малые оптические спутники ДЗЗ [Электронный ресурс] / О. Н. Зинченко // Ракурс, Москва, 2011. – Available at: \www/ URL: http://www.racurs.ru/www_download/articles/Micro_Satellites.pdf
2. Овчинников, М. Ю. Малые мира сего [Текст] / М. Ю. Овчинников // Компьютера. – 2007, № 15. – С. 37-43.
3. Гарбук, С. В. Космические системы дистанционного зондирования Земли [Текст] / С. В. Гарбук, В. Е. Гершензон – М.: Издательство А и Б, 1997. – 296 с.
4. Грищенко, А. А. Использование стабилизированных вращением малых космических аппаратов в системах спутниковой связи на GEO и НЕО орбитах [Электронный ресурс] / А. А. Грищенко // ЗАО Информационный Космический Центр “Северная Корона”. – 2001. – Available at: \www/ URL: <http://www.spacecenter.ru/Resurses/IEEE-2001-2.doc>
5. Малые спутники в сетях связи и вещания [Электронный ресурс] / Г. А. Ефремов, В. В. Витер, А. А. Липатов и др. // Технологии и средства связи. – 2000. – №1. – Available at: \www/ URL: <http://www.spacecenter.ru/Resurses/PGEO.pdf>
6. Carrió, L. Spin Stabilization and Release Mechanism [Electronic resource] / L. Carrió, S. Johns, A. Price // Northeast Region Student Conference. – 2005. – Available at: \www/ URL: http://www.dartmouth.edu/~aiaa/public_html/Dartsat 20AIAA-20Presentation202005.ppt
7. Fonseca, I. M. SACS-2 Attitude Control Subsystem [Electronic resource] / I. M. Fonseca, M. C. Santos // INPE. – Brasil, 2002. – Vol. 3, – P. 197–209. – Available at: \www/ URL: <http://www2.dem.inpe.br/ijar/CBDO2000FullPape SACS2ACS.pdf>
8. Gidlund, S. Design Study for a Formation-Flying Nanosatellite Cluster [Electronic resource] / S. Gidlund // Lulea University of Technology, Department of Space Science, Kanada, 2005. – 128 p. – Available at: \www/ URL: <http://epubl.luth.se/1402-1617/2005/147/index.html>
9. Hambly, R. M. AMSAT OSCAR-51 (AO-51) and the New Eagle Satellite [Electronic resource] / R. M. Hambly // Columbia, W2GPS, 2004. – Available at: \www/ URL: <http://www.columbiaaara.org/AMSAT-CARA-04-11.ppt>
10. Janssens, F. L. On the stability of spinning satellites [Text] / F. L. Janssens, J. C. Van der Ha // Acta Astronautica. – 2011. – Vol. 68, Issues 7–8. – P. 778-789.
11. Biggs, J. D. Optimal geometric motion planning for a spin-stabilized spacecraft [Text] / J. D. Biggs, H. Nadjim // Systems & Control Letters. – 2012. – Vol. 61, Issue 4. – P. 609-616.
12. Likins, P. W. Effects of energy dissipation on the free body motions of spacecraft [Electronic resource] / P. W. Likins // JPL, Technical Report No 32.860, NASA, California Institute of Technology Pasadena, California, 1966. – 70 p. – Available at: \www/ URL: <http://www.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4065/NASADesign Sps/sp8016.pdf>
13. Рейтер, Г. С. Вращательное движение пассивных космических аппаратов [Текст] / Г. С. Рейтер, У. Т. Томсон // Проблемы ориентации искусственных спутников Земли. – М.: Наука, 1966. – С. 336–350.
14. Filimonikhina, I. I. Conditions for balancing a rotating body in an isolated system with automatic balancers [Text] / I. I. Filimonikhina, G. B. Filimonikhin // International Applied Mechanics. – 2007. – Vol. 43, No. 11. – P. 1276-1282.
15. Філімоніхін, Г. Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами [Текст] / Г. Б. Філімоніхін. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.
16. Пирогов, В. В. Стійкість основного руху статично незрівноваженого обертового тіла із двома маятниками (кулями) [Текст] / В. В. Пирогов // Вісник Київського ун-ту. Серія: фізико-матем. науки. – 2008. – № 3. – С. 89-94.
17. Филimoniхин, Г. Б. Устойчивость установившихся движений спутника, стабилизируемого вращением, с пассивным автобалансиром-демпфером угла нутации [Текст] / Г. Б. Филimoniхин, И. И. Филimoniхина, В. В. Пирогов // Міжнародна конференція “Моделирование, управление и устойчивость (MCS-2012)”, Севастополь, 2012. – С. 151-153.