

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ЖЕСТКОСТЬ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ

А. Д. Шамровский

Доктор технических наук, профессор*

E-mail: adshamr@rambler.ru

Д. Н. Колесник

Ассистент

Кафедра высшей и прикладной математики**

E-mail: mylogin2006@rambler.ru

Е. Н. Михайлуца

Кандидат технических наук, ст. преподаватель

E-mail: helena_micha@mail.ru

*Кафедра программного обеспечения
автоматизированных систем

**Запорожская государственная
инженерная академия

пр. Ленина, 226, г. Запорожье, Украина, 69006

В даній робі пропонуються результати обчислювального експерименту присвяченого визначенню впливу неоднорідностей на жорсткість консольної балки при геометрично нелінійному деформуванні за допомогою дискретної моделі. Неоднорідності представляються різними комбонуваннями двох різних однорідних матеріалів. Консольна балка підлягає рівномірно розподіленому навантаженню

Ключові слова: консольна балка, неоднорідності, великі переміщення, жорсткість, дискретна модель, гратчаста модель

В данной работе предлагаются результаты вычислительного эксперимента по определению влияния неоднородностей на жесткость консольной балки при геометрически нелинейной деформации на основе дискретной модели. Неоднородности представляются различными компоновками двух разных однородных материалов. Консольная балка подвержена равномерно распределенной нагрузке

Ключевые слова: консольная балка, неоднородности, большие перемещения, жесткость, дискретная модель, решетчатая модель

1. Введение

Достижение высоких прочностных характеристик конструкций при относительном сохранении других параметров, таких как вес и стоимость, является одной из важнейших инженерных задач. Для достижения данной цели применяют различные методы, связанные как с оптимизацией формы конструкции, так и с улучшением материалов, из которых состоят ее элементы. Примером последнего подхода могут служить композитные материалы [1 – 4], в частности представляющие собой разнообразные комбинации различных однородных материалов [3 – 4]. Такие комбинации позволяют получить материал, перенимающий различные свойства своих базовых компонентов. Изучение таких материалов представляет собой значительный практический интерес [5 – 7].

2. Литературный обзор

В частности, влияние разных способов компоновки базовых материалов на получаемые прочностные характеристики итогового материала является важной задачей при создании новых композитов, обладающих требуемыми свойствами [8]. Так, особое внимание уделяется функционально-градиентным материалам [9] и композитам с металлической матрицей [10] вопросу моделирования которых посвящено множество работ [11 – 19]. Основной проблемой при их моделировании

является учет характерной дискретности структурой моделируемого материала [11 – 16]. Целью данной работы является демонстрация природного подхода для моделирования подобных дискретных материалов с помощью изначально дискретной модели. Позволяющего с легкостью управлять структурой материала модели.

3. Постановка задачи

В данной работе предлагается, используя метод дискретного моделирования, представленный в [20] с учетом дополнений предложенных в [21], провести вычислительный эксперимент по изучению влияния неоднородностей на жесткость консольной балки при геометрически нелинейной деформации, вызванной равномерно распределенной по верхней грани консоли нагрузкой (рис. 1).

Как правило, сложные нелинейные задачи изгиба балок рассчитываются на основе балочной теории с использованием гипотез Кирхгофа-Лява [22, 23]. В данной работе нелинейные деформации балки рассматриваются на основании дискретных моделей, моделирующих упругое поведение материала, без каких либо дополнительных гипотез, что позволяет учитывать реальные особенности внутренних структур консольных балок.

Неоднородность балки представляется различными вариантами комбинирования двух материалов, об-

ладающих разными модулями упругости и коэффициентами Пуассона. Схематические изображения таких компоновок представлены на рис. 2.

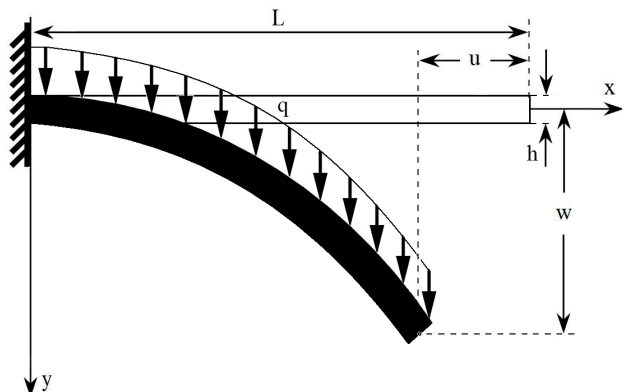


Рис. 1. Консольная балка под действием равномерно распределенной нагрузки с учетом больших перемещений

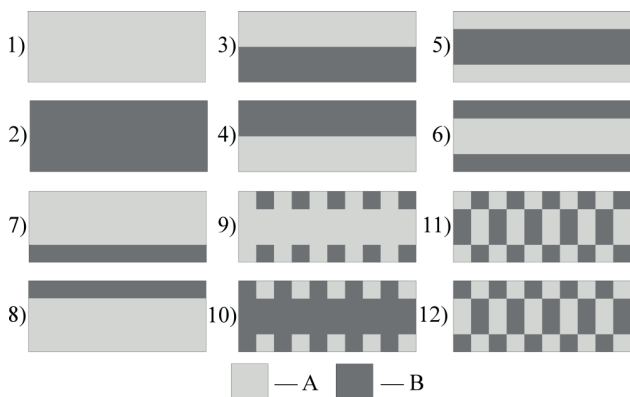


Рис. 2. Схемы компоновок материалов А и В в консоли

Геометрические размеры балки возьмем следующими: по оси x 10 м., по оси y 4 м., таким образом, соотношение ширины к длине составляет 0,4. Свойства первого материала А зададим такими: модуль упругости $E=70000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu=0.35$. Свойства второго материала В зададим следующими: модуль упругости $E=200000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu=0.30$. Интенсивность равномерно распределенной нагрузки q будем постепенно увеличивать равными шагами в диапазоне от 0 до 200 МПа. Полученные результаты будем приводить к безразмерному виду следующим образом: $\xi = w/L$, $\eta = (L-u)/L$, $k = q/q_m$, где $q_m=200$ МПа.

4. Метод решения

Для решения данной задачи выбранным методом [20, 21], необходимо вначале построить ее дискретную модель, а также определить параметры метода последовательных перемещений [24], который используется для расчета дискретной модели. Суть метода заключается в разбитии сплошной среды на множество дискретных элементов конечных размеров, каждый из которых представляет собой конструкцию из шести

упругих связей соединенных попарно в четырех узлах. Каждая упругая связь обладает одновременно двумя жесткостями, влияние которых зависит от вида деформации. Значения данных жесткостей определяются на основании экспериментальных данных. Каждый такой элемент позволяет точно решить плоскую статическую задачу теории упругости о растяжении-сжатии, изгибе и сдвиге. В дискретной модели разные элементы соединены друг с другом в своих узловых точках. Расчет такой конструкции производится методом последовательных перемещений, идея которого заключается в последовательном перемещении узлов стержневой конструкции, на малую долю действующих на узлы сумм сил. Данный процесс происходит до тех пор, пока каждый узел не будет находиться в состоянии равновесия. В случае дискретного элемента расчет жесткостей каждой упругой связи производится путем симметризации. При увеличении количества элементов данный подход позволяет решать более сложные задачи.

Для указанных выше параметров консоли дискретную модель построим следующим образом (рис. 3):

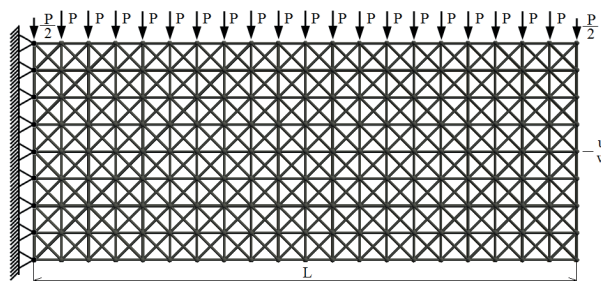


Рис. 3. Дискретная модель консоли

Дискретная модель консоли состоит из 160 дискретных элементов, каждый из которых может моделировать свой материал, обладающий отличными от других свойствами. Узлы крайней левой грани дискретной консоли зафиксированы.

Как можно видеть, равномерно распределенная нагрузка q разбита на сосредоточенные силы, которые действуют в узлах элементов. Таким образом, $P=qL/N$, где N – число элементов грани, к которой приложена нагрузка, здесь $N=20$, а $L=10$ м.

Значение коэффициента γ , используемого в методе последовательных перемещений, возьмем равным $1,0e-6$. Точность вычислений зададим равной $1,0e-3$.

5. Полученные результаты

Вначале проведем расчет предложенной консольной балки, полностью состоящей из одного материала А, и отдельно из материала В, что соответствует схемам 1 и 2, представленным на рис. 2.

Полученные результаты представлены на рис. 4 в виде зависимости безразмерного перемещения ξ от безразмерной нагрузки k . На рис. 5 представлена зависимость безразмерного перемещения η от безразмерной нагрузки k .

Из рис. 4 можно видеть, что, как и ожидалось, материал с большим модулем упругости (В) дает большую жесткость консоли (рис. 2, схема 2), что выражается в

меньшем угле наклона прямой 2 по отношению к оси абсцис, чем у прямой 1. То же самое можно наблюдать и на рис. 5, кривая 2 обладает меньшей кривизной, чем кривая 1.

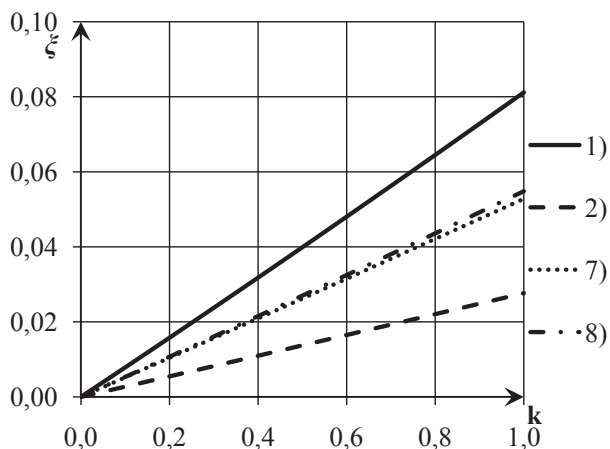


Рис. 4. Зависимость перемещения ξ от нагрузки k для схем 1, 2, 7 и 8 (рис. 2)

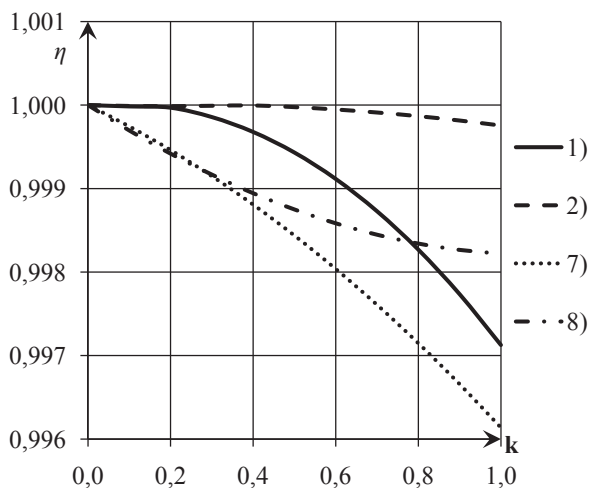


Рис. 5. Зависимость перемещения η от нагрузки k для схем 1, 2, 7 и 8 (рис. 2)

Также на рис. 4 и 5 представлены зависимости для схем 7 и 8 (рис. 2). Из них видно, что даже относительно небольшое вкрапление более жесткого материала В значительно увеличивает жесткость консоли, а в случае 8 (рис. 2, схема 8) препятствует смещению конца консоли вдоль оси абсцис.

Далее проведем расчет консоли для остальных случаев распределения материалов, изображенных на рис. 2. При этом будем сопоставлять полученные зависимости с показанными на рис. 4 и рис. 5 для схем 1 и 2 (рис. 2).

Для схем 3, 4, 5 и 6 (рис. 2) получим зависимости, изображенные на рис. 6 и 7.

В случае схем 3 и 4 (рис. 2), когда консоль состоит ровно на половину из материала А и В, видно повышение жесткости по сравнению со схемой 1 (рис. 2). При этом для зависимости ξ от k (рис. 6) расположение обоих материалов не играет особой роли. Отличие

можно увидеть на рис. 7. В данном случае при схеме 3 (рис. 2), когда более жесткий материал расположен в нижней части консоли, видно сопротивление консоли перемещению ее конца вдоль оси абсцис.

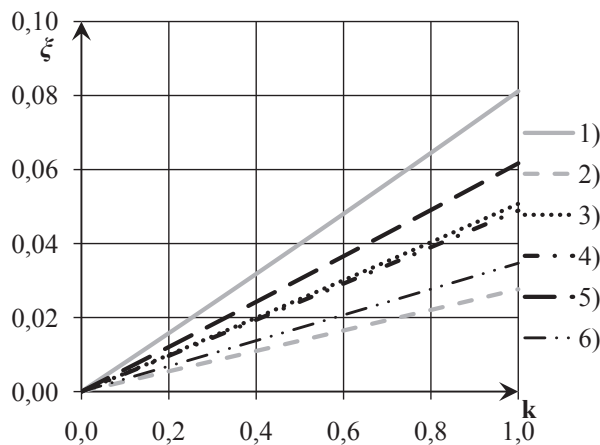


Рис. 6. Зависимость перемещения ξ от нагрузки k для схем 3, 4, 5 и 6 (рис. 2)

Для схем 5 и 6 (рис. 2), когда грани консоли состоят из одного материала, а середина из другого, виден значительный рост жесткости консоли для схемы 6 (рис. 2), где внешняя граница состоит из более жесткого материала В. Данная схема обладает наибольшей жесткостью из всех рассмотренных, за исключением консоли полностью состоящей из материала В (рис. 2, схема 2).

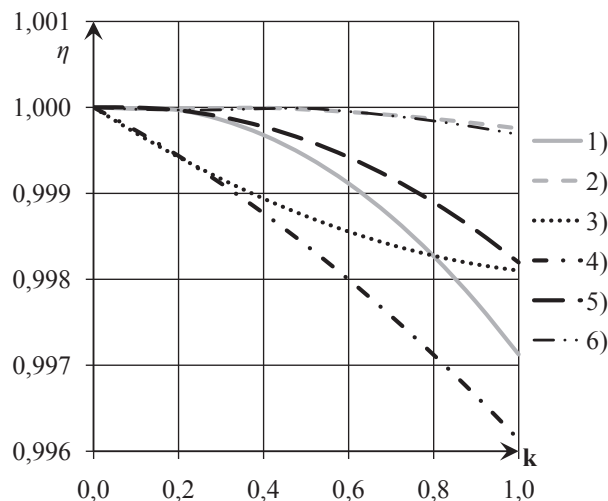


Рис. 7. Зависимость перемещения η от нагрузки k для схем 3, 4, 5 и 6 (рис. 2)

Рассмотренные выше схемы представляли собой равномерное распределение материалов относительно одной из осей. Рассмотрим теперь схемы 9, 10, 11 и 12 (рис. 2), в которых материалы А и В расположены неравномерно относительно обеих осей. Возможность рассмотрения таких конструкций является характерной особенностью предложенного дискретного подхода [20].

Графики зависимостей безразмерных перемещений ξ и η от k представлены на рис. 8 и 9 соответственно.

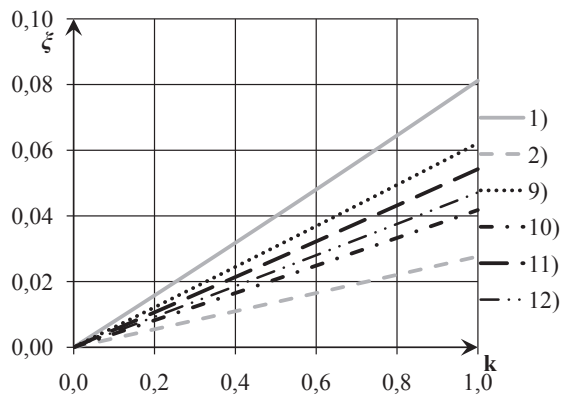


Рис. 8 Зависимость перемещения ξ от нагрузки k для схем 9 – 12 (рис. 2)

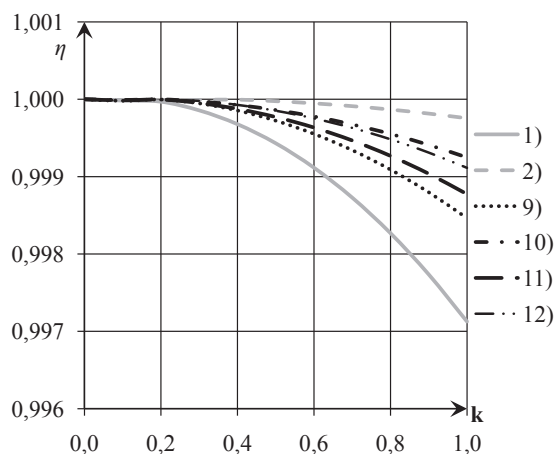


Рис. 9 Зависимость перемещения η от нагрузки k для схем 9 – 12 (рис. 2)

Из графиков видно, что жесткость консоли для данных схем распределения материалов варьируется в пределах схем 1 и 2 (рис. 2). Как можно было ожидать, среди этих схем наибольшей жесткостью обладает схема 10 (рис. 2), в которой консоль на 75 % состоит из более жесткого материала В.

6. Выводы

Из полученных результатов можно видеть, что включение в консоль даже 25 % другого, более жесткого материала, значительно повышает ее жесткостные характеристики. При этом форма внутреннего распределения разных материалов внутри консольной балки напрямую влияет на эти характеристики.

Также можно видеть, что для схем 3 и 4 (50 % материала А и 50 % материала В) (рис. 2) жесткостные характеристики относительно прогиба вдоль оси y представляют собой усредненные результаты прогиба однородной балки (схема 1 и 2 (рис. 2)). При этом такое же соотношение количества материалов в консоли, что и в схемах 3 и 4 (рис. 2), дает в схемах 5 и 6 (рис. 2) значительно большее изменение жесткостных характеристик. В случае приведенных материалов А и В схема 4 (рис. 2) дает значительно большую жесткость балки, чем любая другая схема из рассмотренных. В данном случае обеспечивается даже большая жесткость, чем в схеме 10 (рис. 2), где используется на 25 % больше материала В.

Дискретная модель показала возможность своего применения для расчета конструкций, состоящих из неоднородных материалов, обладающих характерной дискретной структурой.

Литература

1. Chawla, K. K. Composite Materials: Science and Engineering [Text] / K. K. Chawla. – 3rd edition. – Springer, 2012. – 450 p. – ISBN-13: 978-0387743646.
2. Vasiliev, V. V. Advanced mechanics of composite materials and structural elements [Text] / V. V. Vasiliev, E. Morozov. – 3rd edition. – Elsevier, 2013. – 832 p. – ISBN-13: 978-0080982311.
3. Carlsson, L. A. Structural and failure mechanics of sandwich composites [Text] / L. A. Carlsson, G. A. Kardomateas. – Springer, 2011. – 300 p. – ISBN-13: 978-1402032240.
4. Болотин, В. В. Механика многослойных конструкций [Текст] / В. В. Болотин, Ю. Н. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
5. Bilgili, E. Influence of material non homogeneity on the shearing response of a neo hookean slab [Text] / E. Bilgili, B. Bernstein, H. Arastoopour // Rubber chemistry and technology. – 2002. – Vol. 75, No. 2. – P. 347–363.
6. Paulino, G. H. Isoparametric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials [Text] / G. H. Paulino, Jeong-Ho Kim // Journal of applied mechanics. – ASME Journals, 2002. – Vol. 69, No. 4. – P. 502–514. – DOI: 10.1115/1.1467094.
7. Bayar, S. General plane elasticity solution for non-homogeneous materials [Text] / S. Bayar, F. Delale // Meccanica. – Springer Netherlands, 2012. – Vol. 47, No. 7. – P. 1737–1759. – DOI: 10.1007/s11012-012-9551-4.
8. Косинский, В. В. Получение композиционных материалов с наперед заданными свойствами способом гидростатической пропитки с нагревом [Текст] / В. В. Косинский // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2011. – № 2. – С. 86–93.
9. Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications [Text] / Y. Miyamoto, W. A. Kaysser, B. H. Rabin and others; edited by R. G. Ford. - Materials Technology Series, 1999. – 330 p. – ISBN 978-0-412-60760-8.
10. Chawla, N. Metal Matrix Composites [Text] / N. Chawla, K. K. Chawla. – Springer, 2006. – 401 p. – ISBN-13: 978-0387233062.
11. Birman, V. Modeling and Analysis of Functionally Graded Materials and Structures [Text] / V. Birman, L. W. Byrd / Applied Mechanics Reviews. – ASME Journals. – 2007. – Vol. 60. – P. 195–216. – DOI: 10.1115/1.2777164.