

УДК 004.932.1/2

КОМПРЕСІЯ ЗОБРАЖЕНЬ АПРОКСИМАЦІЄЮ ПОЛІНОМІАЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ ЇХ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Р. А. Мельник

Доктор технічних наук, професор*

Контактний тел.: 256-25-78

E-mail: ramelnyk@polynet.lviv.ua

Т. С. Климаш

Аспірант*

Контактний тел.: 096-652-31-37

E-mail: tarikk1@mail.ru

*Кафедра програмного забезпечення

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Національний університет "Львівська політехніка"

вул. С.Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013

Розглянуто методи та способи апроксимації зображення з використанням поліноміальних функцій. Досліджено характеристики компресії та точності апроксимованих зображень із застосуванням дискретного косинусного перетворення

Ключові слова: зображення, апроксимація, кодування, стиснення, дискретне косинусне перетворення

Рассмотрены методы и способы аппроксимации изображения с использованием полиномиальных функций. Исследованы характеристики компрессии и точности изображений с применением дискретного косинусного превращения

Ключевые слова: изображение, аппроксимация, кодировка, сжатие, дискретное косинусное превращение

Methods and algorithms of image approximation using polynomial functions are considered. Compression and accuracy characteristics of image by discrete cosine transform are investigated

Key words: image, approximation, coding, compression, discrete cosine transform

1. Вступ

До популярних алгоритмів кодування та компресії зображень відносяться: JPEG, що використовує дискретне косинусне перетворення та алгоритм Хаффмана [1-2]; LZW, який полягає у заміні сукупності байтів в початковому файлі посиланням на попередню появу тієї ж сукупності (формати GIF, TIFF) [8]; Deflate [4], що використовує комбінацію алгоритмів LZ77 та Хаффмана і застосовується для кодування та стиснення у форматах PNG, GZip.

В представленій роботі для кодування та компресії зображень використано апроксимацію поліноміальними функціями та дискретне косинусне перетворення.

2. Апроксимація зображення

Методи апроксимації функціями різних типів широко використовуються для опрацювання зображень: усунення шуму, компресії та отримання характеристикних ознак, що використовуються при класифікації та пошуку образів в базах даних.

Для оцінки точності апроксимації вибираємо середню квадратичну похибку:

$$MSE = \frac{\sum_{m,n} [I_1(m,n) - I_2(m,n)]^2}{M * N}, \tag{1}$$

де M, N – номер рядка і стовпця відповідно вхідного та апроксимованого зображень [3].

Для визначення пікового відношення сигнал/шум використаємо формулу [3]:

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{R^2}{MSE} \right), \tag{2}$$

де R – максимальне значення пікселя у вхідному зображенні (в даному випадку – 255).

Кількісною характеристикою апроксимованого зображення є коефіцієнти полінома: їх кількість, та розмір кожного з них.

Кольорове зображення перетворюємо у відтінки сірого. Кожна елементарна клітинка (піксель) приймає значення від чорного до білого кольору, яке

позначимо як b – інтенсивність. Діапазон всіх можливих значень інтенсивності знаходиться в межах $0 \div 255$.

Для перетворення використовуємо алгоритм BT709 з наступними коефіцієнтами R, G, B:

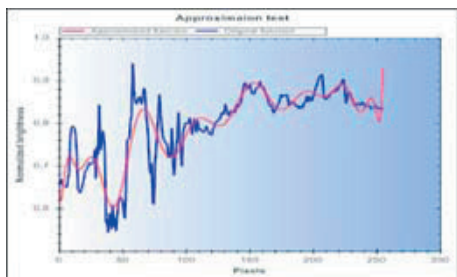
$$R = 0,2125; G = 0,7154; B = 0,0721 \quad (3)$$

Значення інтенсивності пікселів обчислюється з рівняння відносного заповнення клітинки у відсотках від чорного кольору або у відсотках від білого кольору.

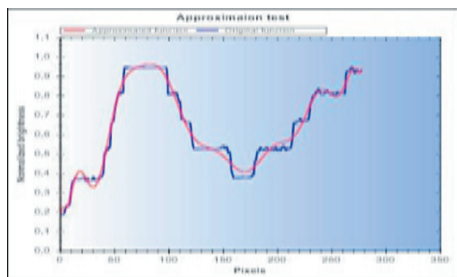
Рядок інтенсивності пікселів зображення апроксимуємо поліноміальною функцією вигляду:

$$P(\bar{A}, \omega) = A_0 + A_1\omega + \dots + A_m\omega^m, \quad (4)$$

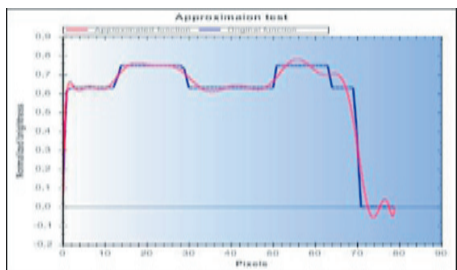
Апроксимування зображення здійснюється відсотковим відношенням значення пікселя до максимального значення кольору. Приклад графіка рядків інтенсивності пікселів зображень та їх апроксимації наведено на рис. 1.



а)



б)



в)

Рис. 1. Графік інтенсивності рядка пікселів трьох зображень та їх апроксимації поліномом 18-го степеня

На рис. 2 наведено приклади зображень (2а, 2в) та їх апроксимації (2б, 2г) (ступінь полінома – 6).



Рис. 2. Приклади зображень та їх апроксимації

Для дослідження впливу способу апроксимації на точність та похибку керуючими параметрами вибрано довжину та ширину рядка інтенсивності пікселів, що апроксимуються. Для ширини рядка у два і більше пікселів вхідними даними приймається усереднене у стовпчику значення інтенсивності. Рядок апроксимується повністю або частинами, шляхом застосування алгоритму до частини рядка інтенсивності. Результатом є степінь полінома та довжина слова його коефіцієнтів.

Результати апроксимації зображень різними способами подані в табл. 1. З неї видно, що поділ рядка на частини збільшує якість зображення, а при апроксимації по декілька рядків підвищується рівень стиснення з незначним погіршенням якості.

Таблиця 1

Характеристики компресії та точності при апроксимації зображення поліномами

Зображення	Характеристики	Спосіб апроксимації				
		По одному рядку	По два рядки	По одному рядку і по два стовпчики	По одному рядку і по три стовпчики	По два рядки і по три стовпчики
1	Степінь полінома	12	12	9	6	6
	Похибка, %	2,5696	2,6095	1,22	1,0085	1,13
	Сигнал/шум, дБ	31,80	31,66	38,22	39,92	38,88
2	Розмір, біт/піксел	4,40	2,20	6,77	7,11	3,55
	Степінь полінома	12	12	9	6	6
	Похибка, %	2,6836	2,7419	2,3021	2,2902	2,4192
	Сигнал/шум, дБ	31,42	31,23	32,75	32,80	32,48
	Розмір, біт/піксел	2,98	1,49	4,58	4,81	2,41

3. Апроксимація ДКП зображення

Для зменшення розміру кінцевих даних та похибки використано дискретне косинусне перетворення (ДКП). ДКП перетворює матрицю пікселів в матрицю частотних коефіцієнтів відповідного розміру. ДКП готує інформацію для етапу стиснення з втратами або округлення. Впливаючи на спектральне представлення картинки, що складається з “гармонік”, тобто, відкидаючи найменш значущі з них, балансують між якістю відтворення і ступенем стиснення [12].

Для застосування до зображення ДКП значення пікселів з діапазону 0..255 переводяться в діапазон -128..127. Внаслідок перетворення отримується матриця чисел в діапазоні -1024..1023. Ці числа розміщуються таким чином, що низькі частоти є у лівому верхньому куті матриці, а високі – у правому нижньому. На рис. За зображено 64 базові функції блоку розміром 8x8 дискретного косинусного перетворення [12].

В такому представленні є можливість відкидати несуттєві елементи, які не будуть впливати на візуальне представлення зображень (рис 3б). В даному випадку такими несуттєвими елементами є високі частоти зображення, оскільки зір людини їх не сприймає і ними можна знехтувати. Таким чином, досягається певна компресія зображення [11-12].

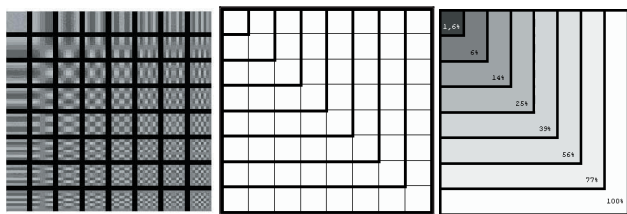


Рис. 3. Блок ДКП розміром 8x8 елементів: а) базові функції ДКП; б) спосіб відкидання елементів блоку; в) кількість відновлювальних елементів блоку

При заданому загальному відсотку відновлення, кількість елементів блоку ДКП визначається з формули:

$$E = \left(\sqrt{\frac{P_{заг}}{100} \cdot N} \right)^2 \tag{5}$$

де E – кількість відновлювальних елементів блоку ДКП;

$P_{заг}$ – загальний відсоток відновлення (%);

N – розмір рядка (чи стовпця) блоку ДКП.

Після цього формується нова матриця коефіцієнтів блоку ДКП лише з відновлювальних елементів. Вона буде менших розмірів, при умові, що $P_{заг} < 100$. Приклад кількості відновлювальних елементів зображено на рис. 3в.

Для апроксимації дискретного косинусного перетворення використано ординату – відсоткове відношення елемента матриці ДКП до максимального його значення. Для цього всі значення матриці перетворено у діапазон 0..2048. Далі застосовано схему апроксимації поліномами до матриць ДКП.

Оскільки сформована матриця ДКП має меншу кількість елементів, ніж зображення, то апроксимацію можна використовувати таким чином:

1) збільшення степеня полінома – для підвищення якості результуючого зображення; при цьому збільшується розмір вихідних даних;

2) зменшення степеня многочленна – для підвищення рівня компресії і незначної втрати якості зображення.

Для апроксимації ДКП використано поліноми степеня більше 12, щоб зменшити похибку при відтворенні зображення з апроксимованого дискретного косинусного перетворення.

Результати апроксимації матриць ДКП подано в табл. 2, а порівняння результатів апроксимації зображення та ДКП наведено в табл. 3.

Таблиця 2

Порівняння характеристик апроксимації ДКП при різних степенях полінома

Степінь полінома	6	9	12
Тип апроксимації	По 1 рядку і по 1 стовцю		
Розмір блоку ДКП	8x8	8x8	8x8
Відновлення ДКП, %	100	100	100
Похибка, %	3,0286	3,0220	3,0497
Сигнал/шум, дБ	30,37	30,39	30,31

Таблиця 3

Характеристики апроксимації зображення, ДКП та апроксимації ДКП

Характеристика	Апроксимація	ДКП	Апроксимація ДКП
Характеристика	2 рядки і 4 стовпці	Розмір блоку – 2x2 Відновлення – 26%	Апроксимація: 2 рядки і 4 стовпці. ДКП: розмір блоку – 2x2, відновлення – 26%
Степінь полінома	18	–	18
Похибка, %	4,9845	2,7064	5,7133
Сигнал/шум, дБ	26,05	31,35	24,89
Розмір, біт/піксель	2,38	8,00	1,19



Рис. 4. Приклад зображення (а), його апроксимації (б), ДКП (в) та апроксимації ДКП (г)

В останньому прикладі вибрано зображення розміром 512x512. У першому зображенні (рис 4б) відтворюється весь частотний діапазон зображення, а у двох наступних (рис 4в, 4г) – тільки видимий, тобто низькі частоти (26%), а високі – відкинуті (74%).

4. Висновки

В роботі проведено дослідження апроксимації зображення з використанням поліноміальних функцій та дискретного косинусного перетворення (ДКП). Здійснено порівняння характеристик компресії та точності зображення після проведення апроксимації поліномами різних степенів та способів використанням.

Також використано дискретне косинусне для зменшення похибки і розміру вихідних даних.

При дослідженні використовувались різні типи зображень (з гладким та чітким контуром) з різним розміром. Найкращий ефект апроксимація дає для великих зображень з гладким контуром. Гірша ситуація із малими зображеннями. Для досягнення рівня сигнал/шум ~ 26 дБ необхідно використовувати високі степені поліномів, а також поділ зображення на частини. Це призводить до деякого збільшення розміру кінцевих даних. ДКП дозволяє зменшити їх розмір майже вдвічі з незначним погіршенням якості. Для експерименту вибрано зображення, що має як і гладкі, так і чіткі контури. Використано апроксимацію частинами, розмір блоку ДКП 2×2 , та кількість відновлювальних коефіцієнтів – 26%.

Для великих зображень (розміром більше 1000×1000 пікселів) степінь полінома не відіграє важливої ролі,

оскільки не суттєво впливає на кінцевих результат. В даному випадку суттєвішим є поділ матриці ДКП на частини.

За таких умов є можливим зменшення степеня полінома для кожної з частин матриці, чим і досягається компресія даних.

З даного дослідження можна зробити висновок, що два методи кодування зображень – апроксимацію ортогональними функціями та дискретне косинусне перетворення (що в загальному випадку не призначені для суттєвого стиснення) – дозволяють досягнути показників компресії образів, у порівнянні з іншими підходами.

Кожен з методів окремо має суттєві недоліки: апроксимація - велику похибку, а ДКП – великий розмір даних.

Література

1. Andrew B. Watson. Image Compression Using the Discrete Cosine Transform / Andrew B. Watson // *Mathematica Journal*. – 1994. – P.81-88.
2. Athanassios Skodras, Charilaos Christopoulos, and Touradj Ebrahimi. The JPEG 2000 Still Image Compression Standard // *IEEE Signal processing magazine*. – 2001, – 23 p.
3. Compute peak signal-to-noise ratio (PSNR) between images [Електронний ресурс] // The MathWorks. Accelerating the pace of engineering and science. – Режим доступу : \www/ URL: <http://www.mathworks.com> – Заг. з екрану.
4. Deutsch P. DEFLATE Compressed Data Format Specification version 1.3. – Aladdin Enterprises, 1996. – 15 p.
5. E. Le Pennec, S. Mallat. Bandelet Image Approximation and Compression. – 2005. – 38 p.
6. Marc Antonini, Michel Barlaud, Pierre Mathieu, Ingrid Daubechies. Images coding using wavelet transform // *IEEE Transaction on image processing*. – 1992. – P. 205-220.
7. Maria R. Sparse image approximation with application to flexible image coding. – Lausanne, EPFL, 2005. – 234 p.
8. Mark R. Nelson. LZW data compression // *Dr. Dobb's Journal*. - 1989.
9. Phichet Trisiripisal. Image approximation using triangulation. – Blacksburg, Virginia, Virginia Polytechnic Institute, 2003. – 130 p.
10. Plonka G., Tenorth S., Rosca D. A New Hybrid Method for Image Approximation using the Easy Path Wavelet Transform. – Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, Universität Göttingen, 2010. – 19 p.
11. RFC 2435 – RTP Payload Format for JPEG-compressed Video [Електронний ресурс]. – Режим доступу : \www/ URL: <http://www.faqs.org/rfcs/rfc2435.html> – – Заг. з екрану.
12. Syed Ali Khayam. The Discrete Cosine Transform (DCT): Theory and Application. – Michigan, Department of Electrical & Computer Engineering Michigan State University, 2003. – P.31.