Представлені теоретичні положення розробки систем підтримки прийняття рішень, засновані на структурах довіри Демпстера-Шефера. Репрезентовано метод підтримки прийняття рішень з використанням структур довіри, що дозволяє використовувати суб'єктивну якісну експертну інформацію, представлену у вигляді наборів оцінок, за допомогою формування на її основі комбінованих гіпотез і застосування до них операторів упорядкованого середнього зваженого

Ключові слова: прийняття рішень, структура довіри, оператори агрегування, комбінування гіпотез

Представлены теоретические положения разработки систем поддержки принятия решений, основанные на структурах доверия Демпстера-Шефера. Представлен метод поддержки принятия решений с использованием структур доверия, позволяющий использовать субъективную качественную экспертную информацию, формализованную в виде наборов оценок, посредством формирования на ее основе комбинированных гипотез и применения к ним операторов упорядоченного среднего взвешенного

Ключевые слова: принятие решений, структура доверия, операторы агрегирования, комбинирование гипотез

УДК 004.832.34

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРУКТУР ДОВЕРИЯ ДЕМПСТЕРА-ШЕФЕРА

И. С. Скарга-Бандурова
Кандидат технических наук, доцент
Кафедра компьютерной инженерии
Технологический институт
Восточноукраинского национального университета им. В. Даля
пр. Советский, 59-а, г. Северодонецк, Украина, 93400
E-mail: skarga_bandurova@ukr.net

1. Введение

Практически все сложные задачи для своего решения требуют привлечения различных групп специалистов – экономистов, инженеров, экологов, социологов и др., причем каждая из указанных групп, как правило, решает свои специфические задачи [1]. На завершающем этапе, когда требуется обобщить все суждения, междисциплинарная разобщенность в значительной степени затрудняет принятие окончательного решения. А сами группы могут занять жесткие позиции, устойчивые к компромиссу. В последнее время, при решении задач, в которых фигурируют экспертные оценки и неточные сведения, широкое распространение получили методы теории нечетких множеств. Эти методы оказываются очень полезными в случае высокого уровня неопределенности и недостатка исходной информации, однако при решении подобных задач возникает необходимость учитывать противоречивые данные, получаемые на основе субъективных экспертных оценок. Эти данные, как правило, сочетаются с фрагментарными объективными сведениями о редких событиях, которые, тем не менее, периодически поступают и требуют их учета, следовательно, должны проводиться корректировки ранее сделанных оценок. Также с решением такого рода некорректных задач приходится сталкиваться при прогнозе и мониторинге аварий и катастроф, когда осуществляется экстраполяция изменения текущего состояния системы в будущем. Таким образом, в случаях, когда неопределенность связана с вариативностью параметров, а количество исходной информации о неопределенных параметрах все же позволяет эксперту сделать предположение о типе вероятностного распределения, более полезными могут быть специальные методы, основанные на использовании так называемых «сильных методов» решения задач, основанных на логике немонотонных рассуждений [2].

2. Особенности принятия решений с применением структур доверия Демпстера-Шефера

Структура доверия Демпстера-Шефера определена в пространстве X, состоящем из набора n ненулевых подмножеств B_j, j=1,...,n, называемых фокальными элементами и отображения m (basic belief assignment), называемого основной функцией назначения вероятностей, мерой доверия [2] или массой вероятности [3], определенной как:

$$m: 2^X \to [0,1],$$

такой, что

$$\sum_{j=1}^{n} m(B_j) = 1, \quad \forall\ B_j \subseteq X,$$

$$m(A) = 0, \ \forall A \neq B_j.$$

Модель структуры доверия [4] является распределенной оценкой с уровнями доверия для представления эффективности альтернативы по выбранному критерию. Предположим, что критерий оценивается полным набором возможных ситуаций с n оценочными классами, $H=\{H_1; H_2; \ldots, H_j, \ldots, H_n\}$, где H_j это j-й оценочный класс.

Без потери общности, предполагается, что H_n предпочтительнее H_{n+1}. Данная оценка для критерия с математически может быть представлена в виде следующего распределения:

$$S(c)=\{F(H_j, m(B_j))\},\ j=1, \ldots, n, \tag{1}$$

где $m(B_j) \geq 0$, $\sum_{j=1}^{N} m(B_j) \leq 1$.

Функция (1) означает, что критерий с оценивается для класса H_n с уровнем доверия $m(B_j)$. Оценка S(c) является полной, если $\sum_{j=1}^{N} m(B_j)=1$ и неполной, если $\sum_{j=1}^{N} m(B_j)<1$. Особым случаем является $\sum_{j=1}^{N} m(B_j)=0$, который представляет собой полное игнорирование критерия с.

Со структурами доверия ассоциированы две меры – (plausibility) и (belief) [5]. Мера Pl определяется как $Pls: 2^X \to [0,1]$, такая, что:

$$Pls(A)=\sum_{A \cap Bj \neq \varnothing} m(B_j).$$

Аналогично, мера доверия Bel определяется как $Bel: 2^X \to [0,1]$, такая, что:

$$Bel(A)=\sum_{Bj \subseteq A} m(B_j).$$

Bel представляет собой точную поддержку A, в то время как Pls представляет собой возможную поддержку A. С помощью этих мер возможно представить интервал доверия A в виде [Bel(A), Pls(A)]. Данный интервал рассматривается соответственно как нижний и верхний уровни доверия A. Модель Шефера определяет различающий фрейм, Θ, как пространство всех возможных решений. Правило Демпстера позволяет для каждой совокупности исходных подмножеств (фокальных элементов) на всем множестве исходных данных сформировать результирующие подмножества и вычислить для них степени уверенности (комбинированные меры доверия (массы вероятности)).

Правило Демпстера является универсальным для комбинирования гипотез X и Y и выполняется путем ортогонального суммирования соответствующих им мер доверия m_1 и m_2

$$m_{12}(A)=\frac{\sum_{X \cap Y=A} m_1(X)m_2(Y)}{1-k_{12}}, \tag{2}$$

где

$$k_{12}=\sum_{X \cap Y=\varnothing} m_1(X)m_2(Y). \tag{3}$$

Основной проблемой использования данного подхода при проектировании автоматизированных систем поддержки принятия решений является наличие нормирующего фактора ($1-k_{12}$), который полностью игнорирует конфликты. Практически, при k_{12} равном единице, правило комбинирования свидетельств (2) математически не определяется.

Для решения данной проблемы в задачах поддержки принятия решений разработан ряд модификаций правила (2) для комбинирования различных гипотез [6 – 10].

В результате проведенных исследований в настоящей работе использована комбинация модификаций свидетельств Лефевра [7] и Ягера [10], применяя следующую процедуру:

1. Рассчитывается общее число конфликтов относительно конъюнктивного консенсуса по (3), где $X, Y \in 2^{\Theta}$.

2. Осуществляется комбинирование гипотез на подмножестве различающего фрейма $(A \neq \varnothing) \subseteq \Theta$ с соответствующим набором коэффициентов $\varpi_m(A) \in [0,1]$:

$$m(\varnothing)=\varpi_m(\varnothing)k_{12},$$

$$m(A)=\sum_{X \cap Y=A} m_1(X)m_2(Y)+\varpi_m(A)k_{12}$$

где $\forall (A \neq \varnothing) \in 2^{\Theta}$ и $\sum_{A \subseteq \Theta} \varpi_m(A)=1$.

Использование данной процедуры позволяет представить правило комбинации, выбрав определенный набор коэффициентов.

3. Проводится расчет по правилу Ягера, который осуществляется путем выбора $\varpi_m(\Theta)=1$ и $\varpi_m(A \neq \Theta)=0$:

$$m(\varnothing)=0,$$

$$m(A)=\sum_{X \cap Y=A} m_1(X)m_2(Y), \tag{4}$$

$$m(\Theta)=m_1(\Theta)m_2(\Theta)+\sum_{X \cap Y=\varnothing} m_1(X)m_2(Y)=\omega(\Theta)+\omega(\varnothing),$$

если $A=\Theta$,

где $\forall A \in 2^{\Theta}$, $A \neq \varnothing$.

Например, для наборов $\{s_1,s_2,s_4\}$, $\{s_2,s_3,s_4\}$, $\{s_2,s_4\}$ возможные пересечения, фокальных элементов $X_1 \cap Y_2$, $X_1, Y_2 \subseteq \Theta$ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Возможные пересечения, фокальных элементов X, Y

$m_1(X)$ / $m_2(Y)$		$m_1(x_1)$	$m_1(x_2)$	$m_1(x_3)$
		$\{s_1,s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_3,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$
$m_2(y_1)$	$\{s_1,s_2,s_4\}$	$\{s_1,s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$
$m_2(y_2)$	$\{s_2,s_3,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_3,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$
$m_2(y_3)$	$\{s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$	$\{s_2,s_4\}$

$$m(\{s_1,s_2,s_4\})=m_1(x_1)\cdot m_2(y_1),$$

$$m(\{s_2,s_3,s_4\})=m_1(x_2)\cdot m_2(y_2),$$

$$m(\{s_2,s_4\})=m_1(x_2)\cdot m_2(y_1)+m_1(x_3)\cdot m_2(y_1)+$$

$$+m_1(x_1)\cdot m_2(y_2)++m_1(x_3)\cdot m_2(y_2)+$$

$$+m_1(x_1)\cdot m_2(y_3)+m_1(x_2)\cdot m_2(y_3)+m_1(x_3)\cdot m_2(y_3).$$

Данный подход к решению задачи принятия решений при наличии конкурирующих гипотез вполне согласуется с базовой теорией и представляет проблему конфликтов принципиально разрешимой для дальнейшей алгоритмизации и использования в автоматизированных системах.

Еще одной особенностью использования структур доверия Демпстера-Шефера является необходимость агрегирования информации для принятия решений. Одним из наиболее распространенных методов агрегации является метод с использованием оператора упорядоченного взвешенного усреднения (ordered weighted averaging (OWA) operator), введенный в работе [11]. С момента описания, данный оператор использовался в широком диапазоне приложений [12 – 18]. Он предоставляет параметризированное семейство операторов, включающее арифметическое среднее (среднеарифметическое взвешенное - САВ), геометрическое среднее (среднегеометрическое взвешенное - СГВ), гармоническое среднее, интеграл Сугено (СИ), интеграл Твофолда (ТИ), взвешенный минимум, взвешенный максимум, а также расширенные операторы упорядоченного взвешенного среднего [16, 19]. Операторы агрегирования, использованные в настоящей работе, представлены ниже.

В отличие от [11], в данной работе рассматривается два порядка оператора среднеарифметической взвешенной (САВ) – прямой и обратный, а также некоторые из основных результатов их использования в модели принятия решений.

Пусть X представляет собой набор источников информации, $f(x_i)$ - значение, поставляемое x_i (с $a_i = f(x_i)$), σ и s - перестановки, такие что

$$a_{\sigma(i)} \geq a_{\sigma(i+1)},$$

$$a_{s(i)} \leq a_{s(i+1)}.$$

Тогда, в соответствии с [20], оператор среднеарифметической взвешенной прямого порядка вычисляется по (5), обратного – (6).

$$САВ_\sigma = \sum_{i=1}^{n} w_i a_{\sigma(i)}, \qquad (5)$$

$$САВ_s = \sum_{i=1}^{n} w_i a_{s(i)}, \qquad (6)$$

где w – весовой вектор, такой что:

$$w_i \in [0,1],$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1.$$

Если индивидуальные значения характеристик представляют собой относительные величины динамики, например характеризуют средний коэффициент роста, целесообразно применять среднюю геометрическую [21].

В этом случае, операторы средней геометрической взвешенной [22] прямого и обратного порядка вычисляются по (7), (8).

$$СГВ_\sigma = \prod_{i=1}^{n} a_{\sigma(i)}^{w_i}, \qquad (7)$$

$$СГВ_s = \prod_{i=1}^{n} a_{s(i)}^{w_i}. \qquad (8)$$

2. Формирование целей и задачи

Пусть A – набор альтернатив $\{A_1; A_2; ...; A_q\}$, значения которого характеризуют варианты принятия решения; S – набор состояний природы $\{S_1; S_2; ...; S_n\}$, характеризующий возможные варианты развития ситуаций; значения c_{11}; c_{12}; c_{1n}; c_{21}; c_{22}; c_{2n}; c_{n1}; c_{n2}; ...; c_{ln} — конкретный уровень эффективности решения, соответствующий определенной альтернативе при определенной ситуации.

Знания о состоянии природы зафиксированы в терминах структуры доверия m. Фокальными элементами m являются B_1, ..., B_r и связанные с ними веса $m(B_k)$.

Задача заключается в выборе лучшей альтернативы, которая доставляет выигрыш лицу, принимающему решение.

Причем, при решении задачи необходимо учитывать следующие условия:

1) наличие субъективной качественной экспертной информации, характеризующейся набором конкурирующих гипотез и требующей агрегации;

2) вид матрицы решений может меняться в зависимости от выбранных показателей эффективности;

3) метод должен обеспечивать поддержку принятия решений, как для задачи поиска минимальных потерь, так и для задачи нахождения максимальной эффективности.

Матрица возможных решений может быть представлена в виде матрицы выигрышей, включающей показатели эффективности, или в виде матрицы рисков, в котором вместо показателя эффективности используется показатель финансовых потерь, соответствующих определенным сочетаниям альтернатив принятия решений и возможным ситуациям развития событий.

Резюмируя вышесказанное, ставится задача разработки метода поддержки принятия решений, сформулированного в терминах структур доверия, позволяющего оценивать минимальные и максимальные цели (риски и выигрыши) и различающегося на шаге агрегирования типами используемых операторов.

Для обеспечения вариативности целей в работе использованы различные типы упорядочения в зависимости от типа конкретной проблемы - порядок убывания для задач, целью которых является получение наилучшего результата и порядок возрастания для задач, в которых наименьшее значение является лучшим результатом.

4. Метод поддержки принятия решений с использованием структур доверия

Метод поддержки принятия решений с использованием структур доверия формализован в виде следующей последовательности.

Шаг 1. Формирование матрицы альтернативных решений

$$\begin{array}{ccccc} & s_1 & s_2 & \dots & s_n \\ A1 & c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ A2 & c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Al & c_{l1} & c_{l2} & \dots & c_{ln} \end{array}$$

Шаг 2. Определение наборов фокальных элементов $B \subseteq \Theta$ и назначение основных масс вероятности подмножествам

$$B^1 = (B_1^1, B_2^1, ..., B_i^1, ..., B_q^1),\ B^2 = (B_1^2, B_2^2, ..., B_j^2, ..., B_\tau^2).$$

Шаг 3. Расчет функции доверия для объединенных наборов с использованием (4):

$$m(B_k) = \sum_{B^1 \cap B^2 = B} m_1(B_i^1) m_2(B_j^2).$$

Шаг 4. Определение коллекции весовых коэффициентов w, используемых в функции агрегирования для отдельных множеств фокальных элементов: $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$, такой что $w_j \in [0,1]$; $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$.

Для вычисления значений весовых коэффициентов w_j ($j = 1,..,n$) может быть использована формула, предложенная в [20]:

$$w_j = Q\left(\frac{j}{n}\right) - Q\left(\frac{j-1}{n}\right), \tag{9}$$

где

$$Q(r) = \begin{cases} 0, & \text{при } r < \alpha, \\ \dfrac{r-\alpha}{\beta-\alpha}, & \text{при } \alpha \le r \le \beta, \\ 1, & \text{при } r > \beta. \end{cases} \tag{10}$$

Согласно [20] нечеткий квантор представляет собой отображение $Q : [0,1] \to [0,1]$, такое что:

1) $Q(0) = 0,\ Q(1) = 1;$

2) $r < t \Rightarrow Q(r) \le Q(t);$

3) $\sum_{j=1}^{n} w_j = \sum_{j=1}^{n} \left(Q\left(\frac{j}{n}\right) - Q\left(\frac{j-1}{n}\right) \right) = Q(1) - Q(0) = 1.$

Квантор Q в (10) определяется в виде линейной функции принадлежности для всех α, β, $r \in [0,1]$ [23]. Значения α, β определяются в зависимости от лингвистического смысла квантора Q.

На рис. 1 представлены примеры неубывающих нечетких кванторов «большинство», «по крайней мере, половина (почти все)» и «не менее половины (как можно больше)» с функцией принадлежности (10), характеризуемой значениями параметров (α, β) равных соответственно (0.3, 0.8), (0, 0.5) и (0.5, 1) [24, 25].

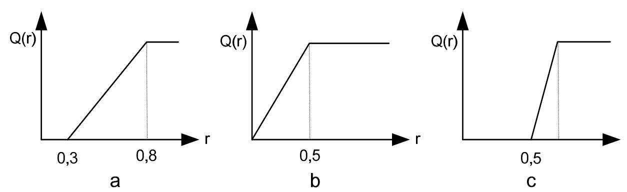

Рис. 1. Графическое представление нечетких кванторов: a — «большинство»; б — «по крайней мере, половина»; c — «не менее половины»

Шаг 5. Определение набора N_{ik}, который образуется при выборе i-й альтернативы и k-го фокального элемента, $\forall i,k:\ N_{ik} = \left\{ c_{ij} \middle| s_j \in B_k \right\}$.

Шаг 6. Проведение процедуры упорядочивания наборов N_{ik} для каждого из критериев:

$$CAB_\sigma,\ C\ \ B_\sigma:\ s_1 > s_2 >, ..., > s_j >, ..., > s_{n-1} > s_n.$$

$$CAB_s,\ C\ \ B_s:\ s_1 < s_2 <, ..., < s_j <, ..., < s_{n-1} < s_n,$$

$$\forall s_j \in N_{ik}\ \ j = 1, ..., n.$$

Шаг 7. Расчет агрегированных значений M_{ik}.

$$M_{ik} = \sum_{j=1}^{n} w_j \cdot s_j. \tag{11}$$

Шаг 8. Расчет обобщенного показателя ожидаемого значения для каждой альтернативы

$$C_i = \sum_{k=1}^{r} M_{ik} m(B_k). \tag{12}$$

Шаг 9. Упорядочивание и выбор альтернативы в соответствии с целями и правилом использованного порядка.

Для иллюстрации представленного метода, далее представлен численный пример.

Пусть основа анализа включает в себя четыре элемента: $\Theta = s_1, s_2, s_3, s_4$. Предположим, что проблема принятия решений имеет четыре альтернативы A1, A2, A3, A4:

	s_1	s_2	s_3	s_4
A1	10	40	20	30
A2	15	20	25	30
A3	40	30	10	20
A4	40	50	10	30

Предположим далее, что имеется две группы экспертов (Gr1, Gr2), каждая из которых определила собственные суждения, используя модель структуры доверия для каждой альтернативы по каждому критерию следующим образом.

Gr1: ($\{s_1, s_2, s_4\}$, 0,8; $\{s_2, s_3, s_4\}$, 0,1; $\{s_2, s_4\}$, 0,1).

Gr2: ($\{s_1, s_2, s_4\}$, 0,5; $\{s_2, s_3, s_4\}$, 0,4; $\{s_2, s_4\}$, 0,1).

Тогда набор фокальных элементов для объединенных наборов может быть представлен в следующем виде (табл. 2).

Таблица 2

Пересечения, фокальных элементов Gr1, Gr2

Gr 1 / Gr 2	$\{s_1,s_2,s_4\}$ 0,8	$\{s_2,s_3,s_4\}$ 0,1	$\{s_2,s_4\}$ 0,1
$\{s_1,s_2,s_4\}$ 0,5	$\{s_1,s_2,s_4\}$ 0,4	$\{s_2,s_4\}$ 0,05	$\{s_2,s_4\}$ 0,05
$\{s_2,s_3,s_4\}$ 0,4	$\{s_2,s_4\}$ 0,32	$\{s_2,s_3,s_4\}$ 0,04	$\{s_2,s_4\}$ 0,04
$\{s_2,s_4\}$ 0,1	$\{s_2,s_4\}$ 0,08	$\{s_2,s_4\}$ 0,01	$\{s_2,s_4\}$ 0,01

Проведем расчет функции доверия по (4):

$$m(B_1)=m(\{s_1,s_2,s_4\})=0{,}4,$$

$$m(B_2)=m(\{s_2,s_3,s_4\})=0{,}04,$$

$$m(B_3)=m(\{s_2,s_4\})=0{,}56.$$

Пусть весовые коэффициенты w, которые будут использоваться для функции агрегирования для отдельных множеств фокальных элементов: w_1 = (0,4; 0,6), w_2 = (0,3; 0,4; 0,4).

Определим набор N_{ik}, который образуется при выборе альтернативы A_i и фокального элемента B_k, $N_{ik}=\left\{c_{ij}\middle|s_j\in B_k\right\}$.

A1:
N_{11}=<10, 40, 30>
N_{12}=<40, 20, 30>
N_{13}=<40, 30>

A2:
N_{21}=<15, 20, 30>
N_{22}=<20, 25, 30>
N_{23}=<20, 30>

A3 :
N_{31}=<40, 30, 20>
N_{32}=<30, 10, 20>
N_{33}=<30, 20>

A4:
N_{41}=<40,50, 30>
N_{42}=<50,10, 30>
N_{43}=<50, 30>

Проведем упорядочивание наборов N_{ik} в соответствии с типом оператора. Для $САВ_\sigma$, $СГВ_\sigma$: $a_{\sigma(i)}\geq a_{\sigma(i+1)}$, для $САВ_s$, $СГВ_s$: $a_{s(i)}\leq a_{s(i+1)}$.

Расчет агрегированных значений M_{ik} выполняется по (11), результаты представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты расчета агрегированных значений

Оператор	Агрегированные значения											
	M_{11}	M_{12}	M_{13}	M_{21}	M_{22}	M_{23}	M_{31}	M_{32}	M_{33}	M_{41}	M_{42}	M_{43}
$САВ_s$	31	34	36	24,5	28	26	34	23	26	45	35	42
$САВ_\sigma$	28	32	34	23	27	24	32	21	24	43	31	38
$СГВ_s$	24,2	29,8	35,6	21,6	25,1	25,5	29,8	19,1	25,5	40,1	26,5	40,7
$СГВ_\sigma$	21,1	27,8	33,6	20,1	24,1	23,5	27,8	17,1	23,5	38,1	22,5	36,8

Расчет обобщенного показателя ожидаемого значения для каждой альтернативы проводится по (12). Результаты сведены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты расчета обобщенного показателя

Альтернатива	Значение показателя			
	$САВ_s$	$САВ_\sigma$	$СГВ_s$	$СГВ_\sigma$
A1	33,92	31,52	30,81	28,37
A2	25,48	23,72	23,92	22,16
A3	29,08	27,08	26,96	24,96
A4	42,92	39,72	39,89	37,87

Упорядочивание альтернатив проводится по результатам, представленным в табл. 2, выбор альтернативы – в соответствии с использованным правилом предпочтения (табл. 5):

Таблица 5

Результаты упорядочивания альтернатив

Операторы	Порядок предпочтения альтернатив
САВs, $СГВ_s$	$A2\succ A3\succ A1\succ A4$
$САВ_\sigma$, $СГВ_\sigma$	$A4\succ A1\succ A3\succ A2$

Как видно из табл. 5, для $САВ_\sigma$, $СГВ_\sigma$ операторов, в качестве наилучшего решения выбирается вариант А4, поскольку он дает самую высокую ожидаемую стоимость.

Для $САВ_s$ и $СГВ_s$ операторов, выбирается вариант А 2, поскольку в этих случаях считается, что лучшим результатом является наименьший.

5. Выводы

В статье рассмотрены особенности принятия решений с использованием структур доверия. Выделена проблема конфликтов в классической модели доверия Демпстера-Шефера, вызванная наличием нормирующего фактора и не позволяющая ее дальнейшую алгоритмизацию и использование в автоматизированных системах поддержки принятия решений.

Для решения указанной проблемы предложена процедура комбинирования гипотез с использованием известных модификаций свидетельств Лефевра и Ягера.

Получил дальнейшее развитие метод поддержки принятия решений с использованием структур доверия, позволяющий использовать субъективную качественную экспертную информацию, характеризующуюся набором конкурирующих гипотез, требующих агрегации, и отличающийся от известного метода применением различных порядков операторов агрегирования, что в свою очередь позволяет расширить типы решаемых задач.

Разработанная формальная основа автоматизированных рассуждений, основанная на методах теории свидетельств Демпстера-Шефера, была успешно применена к ряду практических задач, в частности для мультисенсорной интеграции экологических и технологических данных [26].

Литература

1. Матвеев, А. В. Применение информационных технологий в управлении средой обитания: учеб. пособие [Текст] / А. В. Матвеев, В. П. Котов, М. И. Мушкудиани. – ГУАП. СПб, 2005. – 96 с.
2. Люгер, Д. Ф. Исскуственный интеллект: Стратегии и методы решения сложных проблем [Текст] : пер. с англ. / Д. Ф. Люгер. – 4-е изд. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 864 с.
3. Коваленко И. И. Методы экспертного оценивания сценариев : учеб. пособие [Текст] / И. И. Коваленко, А. В. Швед. – Миколаїв : ЧДУ ім. Петра Могили, 2012. – 156 с.
4. Yang, J. B. An evidential reasoning approach for multiple attribute decision making with uncertainty [Текст] / J. B. Yang, M. G. Singh. – IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1994. – vol. 24, no. 1. – pp. 1-18.
5. Shafer, G. A Mathematical Theory of Evidence [Текст] / G. Shafer. – Princeton University Press, Princeton, 1976. – 314 p. – ISBN 978-0691100425.
6. Dubois, D. Representation and combination uncertainty with belief functions and possibility measures [Текст] / D. Dubois, H. Prade // Computation Intelligence. – 1988. – vol. 4. – pp. 244-264.
7. Lefevre, E. Belief functions combination and conflict management [Текст] / E. Lefevre, O. Colot, P. Vannoorenberghe // Information Fusion. – 2002. – vol. 3(2). – pp. 149-162.
8. Murphy, C. Combining belief functions when evidence conflicts [Текст] / C. Murphy // Decision support systems. – 2000. – vol.29 (1). – pp. 1-9.
9. Smets, Ph. The combination of evidence in the transferable belief model [Текст] / Ph. Smets // Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1990. – vol. 12. – pp. 447-458.
10. Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence [Текст] / R. R. Yager, J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.). – John Wiley & Sons, Inc., 1994. – 597 p. – ISBN 0-471-55248-8.
11. Yager, R. R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making [Текст] / R. R. Yager. – IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics. – 1988. – vol. 18. – pp. 183-190.
12. Aggregation Operators: New Trends and Applications [Текст] / T. Calvo, G. Mayor, R. Mesiar (Eds.). – Physica, 2002. – 354 p. – ISBN 978-3790814682.
13. Liu, X.-B. The solution equivalence of minimax disparity and minimum variance problems for OWA operators [Текст] / X.-B. Liu // Int. J. Approximate Reasoning. – 2007. – vol. 45. – pp. 68-81.
14. Merigó, J. M. Probabilistic Decision Making with the OWA Operator and its Application in Investment Management [Текст] / J. M. Merigó // European Society for Fuzzy Logic and Technology – EUSFLAT. – 2009. – pp. 1364-1369.
15. Recent Developments in the Ordered Weighted Averaging Operators: Theory and Practice (Studies in Fuzziness and Soft Computing) [Текст] / R. R. Yager, J. Kacprzyk, G. Beliakov (Eds.). – Springer. – 2011. – 312 p. – ISBN 978-3642179099.
16. Torra, V. Modeling decisions: information fusion and aggregation operators [Текст] / V. Torra, Y. Narukawa. – Springer, 2007. – 300 p. – ISBN: 978-3-540-68789-4.
17. Wang, Y. M. A preemptive goal programming method for aggregating OWA operator weights in group decision making [Текст] / Y.M. Wang, C. Parkan // Information Sciences. – 2007. – vol. 177. – pp. 1867-1877.
18. Yager, R. R. On generalized measures of realization in uncertain environments [Текст] / R.R. Yager // Theory and Decision – 1992 – vol. 33 – pp. 41-69.
19. Merigó, J. M. A method for decision making with the OWA operator [Текст] / J. M. Merigó, A. M. Gil-Lafuente // Comput. Sci. Inf. Syst. – 2012. – vol. 9. – pp. 357-380.
20. Yager, R. R. Quantifier guided aggregation using OWA operators [Текст] / R. R. Yager // Int. J. of Intelligent systems. – 1996. – 11 – pp. 49–73.
21. Балинова, В. С. Статистика в вопросах и ответах [Текст]: учеб. пособие / В. С. Балинова. – М.: Проспект, 2004. – 344 с. – ISBN 5-98032-561-1.
22. Yager, R. R. The continuous ordered weighted geometric operator and its application to decision making [Текст] / R. R. Yager, Z. S. Xu // Fuzzy Sets and Systems. – 2006. – vol. 157. – pp. 1393-1402.
23. Zhou, Sh.-M. Type-1 OWA operators for aggregating uncertain information with uncertain weights induced by type-2 linguistic quantifiers [Электронный ресурс] / Sh.-M. Zhou, F. Chiclana, R. I. John, J. M. Garibaldi // Fuzzy Sets and Systems – 2008. – 159. – pp. 3281-3296. – Режим доступа: \www/ URL: http://sci2s.ugr.es/publications/ficheros/2008-zhou-FSS.pdf – 23.08.2013 г.
24. Kacprzyk, J. A 'soft' measure of consensus in the setting of partial (fuzzy) preferences [Текст] / Kacprzyk, J. M. Fedrizzi // European Journal of Operational Research. – 1988. – Vol.34 (34). – pp. 316–325.
25. Zadeh, L. A. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages [Текст] / L. A. Zadeh // Computers & Mathematics with applications. – 1983. – Vol. 9 (1). – pp. 149–184.
26. Ryazansev, A. A method of optimal placement of contamination control stations for efficient risk management in industrial regions / A. Ryazansev, I. Skarga-Bandurova // First International Workshop Critical Infrastructure Safety and Security (CrISS-DESSERT'11), May 11-13 2011., Kirovograd, Ukraine : Proceedings. – Kharkiv, 2011. – Vol. 1. – p. 73-78.