

3. Kasik V. FPGA Based Digital Logic Emulator for Educational Purposes [Текст] / Vladimir Kasik, Ibrahim Salem Jahan, Ales Kurecka // 2011 International Conference on Software and Computer Applications. – Singapore: IACSIT Press, 2011. – Vol.9. – PP. 23–27.
4. Маслов А. Комплекс для разработки и отладки проектов автоматизированных систем управления технологическими процессами [Текст] / А. Маслов, А. Висков // Современные технологии автоматизации. – 2001. – №3. – С. 68–76.
5. Сызранцев В. Н. Компьютерные тренажеры для обучения студентов нефтегазового направления [Текст] / В. Н. Сызранцев, М. Д. Гаммер, К. М. Черезов // Бурение и нефть. – 2006. – №10. – С. 34–36.
6. Okolnishnikov V. Development of process control systems with the use of emulation models [Текст] / Victor Okolnishnikov // International journal of mathematics and computers in simulation. – 2011. – Issue 6, Volume 5. – PP. 553–560.
7. Заквасов В. В. Программно-аппаратный комплекс для дослідження дискретних технологічних процесів (конструкція та віртуальна модель) [Текст] / В. В. Заквасов, А. Л. Перекрест, С. О. Горбатко, С. В. Заквасова, Г. В. Замарев // Вісник КДУ імені Михайла Остроградського. – 2010. – Випуск 4(63). Частина 3. – С. 172–175.
8. Папінов В. М. Гібридні моделі асу ти комп'ютеризованих лабораторних стендів [Текст] / В. М. Папінов // 13-а міжнародна конференція з автоматичного управління – Автоматика-2006, 25 – 28 вер. 2006р. – Вінниця, 2006. – С. 467.
9. Liliana Fernández-Samacá. La emulación y la experimentación remota como recursos de apoyo en un enfoque de aprendizaje basado en proyectos para sistemas de control = Emulation and remote experimentation as support resources in a PBL approach for control systems [Текст] / Liliana Fernández-Samacá, José Miguel Ramírez Scarpetta, Martha Lucia Orozco-Gutiérrez // Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia. – 2010. – № 55 – PP. 194–202.
10. Ramírez J. A platform for signals and systems internet-based education [Текст] / J. Ramirez, E. L. Caicedo, C. Pinedo, E. Bacca, C. Ramos // Inted conference. – Valencia, 2008. – PP. 1–8.

*Наведено результати оптимізації управління багатомірним процесом вирощування великогабаритних монокристалів на основі оптимального розміщення безлічі власних значень замкненої системи, декомпозиції моделі вихідної системи й взаємозв'язку модального й оптимального підходів до синтезу зворотного зв'язку з метою забезпечення заданих вимог якості й стійкості перехідних процесів управління*

*Ключові слова: оптимізація, управління, монокристал, декомпозиція, модель, функціонал, якість, стійкість*

*Приведены результаты оптимизации управления многомерным процессом выращивания крупногабаритных монокристаллов на основе оптимального размещения множества собственных значений замкнутой системы, декомпозиции модели исходной системы и взаимосвязи модального и оптимального подходов к синтезу обратной связи в целях обеспечения заданных требований качества и устойчивости переходных процессов управления*

*Ключевые слова: оптимизация, управление, монокристалл, декомпозиция, модель, функционал, качество, устойчивость*

УДК 621.3.078.3

# ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМ ПРОЦЕССОМ ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ

**В. С. Суздаль**

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,  
заведующий лабораторией\*

E-mail: suzdal @ isma.kharkov.ua

**Ю. М. Епифанов**

Кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник\*

E-mail: epifanov @ isma.kharkov.ua

**И. И. Тавровский**

Кандидат технических наук\*

E-mail: tawr @ isma.kharkov.ua

\*Лаборатория систем управления,  
младший научный сотрудник

Институт скнтилляционных материалов НАН Украины  
пр. Ленина, 60, г. Харьков, Украина, 61001

## 1. Введение

Крупногабаритные щелочно-галоидные (ЩГК) монокристаллы выращивают в промышленности методом

Чохральского на установках типа «РОСТ». Качество ЩГК определяется стабильностью массовой скорости его роста. Эта скорость косвенно оценивается по диаметру растущего монокристалла, который и стабили-

зируется в процессе управления выращиванием. При выращивании крупногабаритных щелочно-галлоидных монокристаллов предъявляются жесткие требования к точности стабилизации диаметра монокристалла, устойчивости и качеству управления ростом, поэтому в процессе выполнения этих требований решается основная проблема эффективности кристаллизации. Вопрос о создании эффективных систем оптимального управления промышленными технологиями выращивания ЦГК до настоящего времени по-прежнему стоит остро.

---

## 2. Анализ исследований и публикаций

---

На ростовых установках практически реализованы процессы управляемой кристаллизации, с использованием для управления информации о положении уровня расплава, который используется для оценки диаметра растущего кристалла [1]. При выполнении требований к качеству управления объектом, определяющим моментом принята точность стабилизации диаметра, характеризующаяся, в том числе, и качеством переходного процесса на всем интервале времени решения целевой задачи. В практике решения задачи стабилизации (частный случай задачи модального управления – управления спектром) используется ряд методов, которые можно распределить следующим образом:

- критерий управляемости Калмана [2] для формулировки и решения математически строгой задачи модального управления обыкновенными многовходовыми линейными системами [3];
- использование LMI- областей [4 – 6] для выполнения требований на размещение собственных значений матриц замкнутой системы;
- синтез стабилизирующего регулятора  $H_\infty$  - методом формирования контура [7] (робастное модальное управление) с размещением тех или иных нулей передаточной функции замкнутой системы [8];
- размещение собственных значений матриц замкнутой системы и оптимизация [9].

---

## 3. Формирование целей и задач синтеза законов управления процессом

---

Особое внимание в настоящее время уделяется исследованиям, устанавливающим связь модального и оптимизационного подходов к синтезу обратной связи в целях обеспечения заданных требований качества и устойчивости переходных процессов управления выращиванием ЦГК.

Для линейного стационарного объекта управления эта задача может быть решена методами конструирования системы оптимального квадратичного управления.

Известно, что квадратичная оптимизация в линейных системах определяет матрицу коэффициентов обратной связи  $K$ , обеспечивающей устойчивость матрице состояния замкнутой системы  $A-BK$  в случае стабилизируемости пары  $(A, B)$ . Основная проблема состоит в том, что матрице состояния свойственна недостаточная робастность оптимального управления,

связанная, прежде всего, с размещением собственных значений оптимальной системы.

С другой стороны, известно, что синтез обратной связи с помощью модальных методов осуществить гораздо проще, чем определить оптимальное квадратичное управление путем решения уравнения Лурье-Риккати. Исходя из этого, полученное более простым путем управление, как правило, не будет оптимальным.

Целью настоящей работы является решение задачи синтеза закона стабилизации для многомерного процесса выращивания монокристаллов в области его стационарности.

Для достижения поставленной цели необходимо обеспечить оптимальное, в смысле минимума линейно-квадратичного функционала, размещение собственных значений замкнутой системы для системы управления процессом кристаллизации.

---

## 4. Описание объекта управления системы

---

Задача назначения собственных значений в линейных динамических системах в той или иной постановке рассматривалась в многочисленных работах [3 – 9]. Управление такими системами является классической задачей обеспечения некоторых заданных требований к процессу управления, а, именно: (а) на размещение собственных значений матриц замкнутой системы в заданных точках или областях [4 – 6]; на размещение собственных значений и нулей передаточной матрицы замкнутой ММО-системы [3, 7, 8]; (с) обеспечение требований к переходным процессам в замкнутой системе и оптимизация, например, в смысле минимума заданного функционала [9]. При выдвигании дополнительных требований полной управляемости и полной наблюдаемости системы [2] требование (а) распространяется на все известные постановки задачи стабилизации и выражается в постановках модального управления [3, 8].

В основе метода стабилизации состояния объекта путем обеспечения выполнения требований (а), (с), лежит специфическая декомпозиция модели системы [10].

Пусть задана математическая модель объекта управления (ОУ) в пространстве состояний в виде линейной стационарной системы

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (2)$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  –  $n$ -мерный вектор состояния системы,  $x_0$  – его начальное состояние;  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  –  $m$ -мерный вектор управления и  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  –  $q$ -мерный вектор контролируемых координат. Реализацию в пространстве состояний (1), (2) обозначим тройкой матриц  $(A, B, C)$ . Управление в системе с обратной связью вида

$$u = Kx(t), \quad (3)$$

где  $K$  – постоянная матрица коэффициентов усиления.

Моделирование процесса выращивания как объекта управления, проводилось на примере получения крупногабаритных монокристаллов CsJ методом Чохральского.

Процесс выращивания рассматривался как двумерный линейный стационарный объект управления с двумя входными величинами – температура основного Td и температура дополнительного нагревателя Tb и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура подпиточного расплава Tr [11]. Матричная передаточная функция этого ОУ – W.

В пространстве состояний ОУ имеет следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} & x1 & x2 & x3 & x4 \\ x1 & 0 & -1.548 & 0 & 0 \\ x2 & 1 & -5.453 & 0 & 0 \\ x3 & 0 & 0 & 0 & -0.4322 \\ x4 & 0 & 0 & 0.5 & -3.124 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} & u1 & u2 \\ x1 & -0.5019 & 2.142 \\ x2 & 0.2637 & 5.573 \\ x3 & 0.2915 & -0.3939 \\ x4 & 1.699 & -0.8284 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} & x1 & x2 & x3 & x4 \\ y1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ y2 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

### 5. Синтез системы и результаты обеспечения заданных требований

В основе оптимального размещения собственных значений замкнутой системы лежит предложенный в [10] метод декомпозиции модели исходной системы и установленная взаимосвязь модального и оптимального подходов к синтезу обратной связи в целях обеспечения заданных требований качества в виде функционала Летова-Калмана и устойчивости переходных процессов управления.

Декомпозиция многомерной системы, представляемой парой матриц A и B, содержит  $L = \text{ceil}(n/m) - 1$  уровней декомпозиции, где  $\text{ceil}(\ast)$  – операция округления числа  $\ast$  в сторону большего значения. Для рассматриваемого ОУ  $L=1$ .

Обозначим для матрицы M:  $M^+$  – псевдообратная матрица Мура-Пенроуза;  $\bar{M}^L$  – левый делитель нуля;  $\bar{M}^{TL}$  – ортогональный делитель нуля. Причем матрицы такие, что  $\bar{M}^L \cdot M = 0_{(n-m) \times m}$ ,  $\bar{M}^L \cdot \bar{M}^{TL} = I_{n-m}$ .

Уровни декомпозиции:

– нулевой: A и B;

– первый:  $A_1 = \bar{B}^L \bar{A} \bar{B}^{TL}$ ,  $B_1 = \bar{B}^L A B$ .

В рассматриваемой системе, согласно принятым обозначениям, имеем:

для матрицы B (нулевой уровень декомпозиции) –

$$\bar{B}^L = \begin{bmatrix} 0.5142 & -0.1269 & 1 & 0 \\ 2.8810 & -0.9587 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}^{TL} = \begin{bmatrix} 7.5366 & -0.9979 \\ 22.6480 & -4.0418 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

для первого уровня декомпозиции –

$$A_1 = \begin{bmatrix} -3.3096 & 0.5466 \\ 10.1454 & -2.1433 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.6979 & -0.4928 \\ -4.4782 & 4.6117 \end{bmatrix}.$$

В [10] показано, что для полностью управляемой рассматриваемой многомерной системы (1) и матрицах коэффициентов усиления

$$K = B^- A - F_0 B^-, B^- = K_1 \bar{B}^L + B^+, \tag{4}$$

$$K_1 = B_1^- A_1 - F_1 B_1^-, B_1^- = B_1^+, \tag{5}$$

справедливо утверждение относительно множества собственных значений (спектра) матриц замкнутой системы:

$$\text{eig}(A - BK) = \text{eig}(F_0) \cup \text{eig}(F_1), \tag{6}$$

т. е. регулятор, заданный матричными соотношениями (4), (5) обеспечивает выполнение условия заданного размещения собственных значений (6).

С другой стороны, для замкнутой непрерывной многомерной системы матрица регулятора  $K^*$  является оптимальной в смысле минимума квадратичного функционала качества Летова-Калмана:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \tag{7}$$

где  $Q^T = Q \geq 0$ ,  $R^T = R > 0$ , т.е. удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0,$$

и P – (строго) положительно-определенная симметрическая матрица, если и только:

1.  $\text{eig}(A - BK^*) < 0$ , т. е. замкнутая многомерная система является асимптотически устойчивой;

2.  $K^* B > 0$ , т.е. матрица  $K^* B$  является (строго) положительно-определенной симметрической матрицей.

Оптимальный регулятор в смысле минимума функционала (7) имеет вид

$$K_{\text{opt}} = (K_1 \bar{B}^L + B^+) A - F_{\text{opt}} (K_1 \bar{B}^L + B^+), \tag{8}$$

$$F_{\text{opt}} = (K_1 \bar{B}^L + B^+) A B - \alpha I_m, \tag{9}$$

где матрица  $F_{opt}$  удовлетворяет линейному матричному уравнению (неравенству)  $F_{opt} - (K_1 \bar{B}^+ + B^+)AB < 0$  и условию  $eig(F_{opt}) \subset C^{stab}$ ,  $C^{stab}$  – левая полуплоскость комплексной плоскости,  $\alpha > Re(\lambda_{max}(K_1 \bar{B}^+ + B^+)AB)$ . Здесь  $Re(\lambda_{max}(K_1 \bar{B}^+ + B^+)AB)$  – действительная часть максимально удаленного от мнимой оси вправо собственного значения матрицы  $(K_1 \bar{B}^+ + B^+)AB \in R^{m \times m}$ , в которой псевдообратные матрицы Мура-Пенроуза для уровней декомпозиции представлены следующим образом:

$$B^+ = \begin{bmatrix} -0.1338 & 0.1338 & 0.0858 & 0.5136 \\ 0.0546 & 0.1569 & -0.0081 & -0.0068 \end{bmatrix},$$

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} -0.8500 & -0.0908 \\ -0.8254 & 0.1286 \end{bmatrix}.$$

Согласно описанию в пространстве состояний ОУ, задаем:

$$F_1 = [-1 \quad -0.05; \quad -0.059 \quad -4.7034],$$

$$eig(F_1) = [-0.9992; \quad -4.7042].$$

Тогда матрицы коэффициентов обратной связи и регулятора, обеспечивающие оптимальное размещение собственных значений в задаче стабилизации объекта, запишутся следующим образом:

$$K_1 = [1.0003 \quad -0.3543; \quad 0.1044 \quad -0.1272],$$

$$K_{opt} = \begin{bmatrix} 0.4537 & 0.0256 & -0.2427 & 1.4608 \\ 0.4691 & 0.2268 & -0.0275 & 0.1081 \end{bmatrix},$$

$$F_{opt} = \begin{bmatrix} 0.1594 & -3.4939 \\ 0.2115 & -3.3693 \end{bmatrix},$$

$$eig(F_{opt}) = [-0.0641; \quad -3.1458].$$

Замкнутая система с регулятором  $K_{opt}$

$$W_{opt} = C(pI_4 - A + BK_{opt})^{-1} B.$$

Компоненты матричной передаточной функции  $W$  по каналам управления:

$$W_{opt}(1,1) = \frac{1.055p^3 + 3.597p^2 + 12.08p + 0.8305}{p^4 + 12.96p^3 + 43.36p^2 + 14.65p + 0.8344},$$

$$W_{opt}(1,2) = \frac{22.29p^3 + 127p^2 + 34.81p + 1.838}{p^4 + 12.96p^3 + 43.36p^2 + 14.65p + 0.8344},$$

$$W_{opt}(2,1) = \frac{3.398p^3 + 26.26p^2 + 11.45p + 0.4208}{p^4 + 12.96p^3 + 43.36p^2 + 14.65p + 0.8344},$$

$$W_{opt}(2,2) = \frac{-1.657p^3 - 13.06p^2 - 8.588p - 0.7838}{p^4 + 12.96p^3 + 43.36p^2 + 14.65p + 0.8344}.$$

На рис. 1 приведена переходная характеристика замкнутой системы для канала управления  $W_{opt}(1,1)$  «диаметр монокристалла – температура основного нагревателя».

На рис. 2 для этого же канала показаны функции чувствительности  $S$  и дополнительной чувствительности  $T$  (сплошная линия).

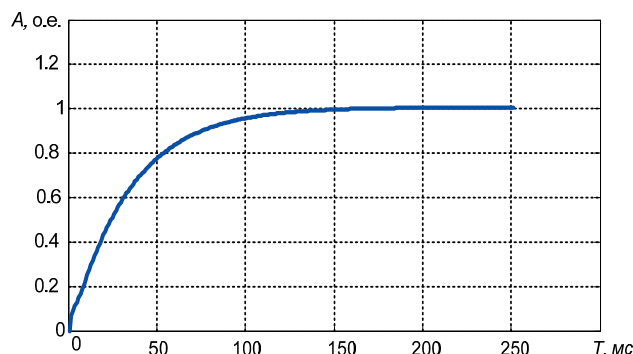


Рис. 1. Переходная характеристика замкнутой системы: изменение амплитуды  $A$  (в относительных единицах) реакции системы на входное воздействие, в зависимости от времени  $T$  (мс) переходного процесса

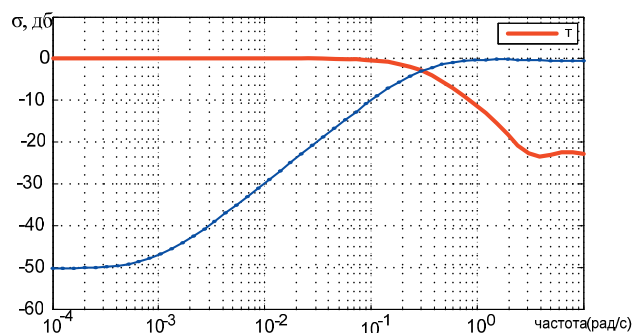


Рис. 2. Результаты оценки качества управления системой по функциям  $T$  и  $S$ : значения сингулярных чисел  $\sigma$ , дБ, в зависимости от частоты (рад/с); наклон функций – в децибелах на декаду (дБ/дек)

Результаты синтеза, согласно рис. 1 характеризуют удовлетворительную оценку совместимости требований между качеством переходных процессов и робастной устойчивостью замкнутой системы:  $A=1$  о.е.,  $T = (150-200)$  мс.

Из графиков представленных на рис. 2 следует, что функция чувствительности  $S$  имеет наклон примерно 20 дБ/дек на низких частотах ( $(10^{-3}-2 \cdot 10^{-1})$  рад/с) и остается с наклоном, меньше 0 дБ для частот около  $10^0$  рад/с, без наклона этой функции на более высоких частотах.

Тем самым, обеспечивается удовлетворительное подавление возмущений на низких частотах и низкая колебательность замкнутой системы. Это очень важно, так как в рассматриваемой системе основное возмущение на низких частотах – это колебания уровня расплава с частотой 1.0-5.0 рад/с.

Анализ функции дополнительной чувствительности  $T$  показывает аналогичные результаты: в си-

стеме будет обеспечено подавление высокочастотных внешних возмущений (наклон функции, около – 20 дБ/дек на высоких частотах), в частности, шумов измерений, высокое демпфирование замкнутой системы.

В целом, анализ с использованием аппарата чувствительности показывает, что оптимальная система обладает робастной устойчивостью и всегда будет асимптотически устойчивой для полученных в результате моделирования параметров этой системы, выбор которых не составляет больших сложностей.

## 6. Выводы

На основе установленной взаимосвязи модального и оптимального подходов к синтезу управления в целях обеспечения заданных требований качества и устойчивости переходных процессов и декомпозиции модели системы управления выращиванием крупногабаритных щелочно-галогидных монокристаллов, решена задача синтеза системы управления с оптимальным в смысле минимума линейно-квадратического функционала размещением множества собственных значений замкнутой системы.

## Литература

1. Рост кристаллов [Текст]: монография / В. И. Горилецкий, Б. В. Гринев, Б. Г. Заславский и др. – Х. : АКТА, 2002. – 535 с.
2. Kalman, R. E. Contributions to the theory of optimal control [Текст] / R. E. Kalman // Bulletin de la Sociedad Matematica Mexicana. – 1960. – № 5. – P. 102–119.
3. Wonham, W. M. On pole-assignment in multi-input controllable systems [Текст] / Wonham W. M. // IEEE Trans. Automat. Control. – 1967. – V. 12, № 6. – P. 660–667.
4. Skelton, R. E. An unified algebraic approach to linear control design [Текст] / R. E. Skelton, T. Iwasaki, K. Grigoriadis. – London : Taylor&Francis Ltd., 1998.
5. Chilali, M.  $H_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach [Текст] / M. Chilali, P. Gahinet // IEEE Trans. Automat. Control. – 1996. – V. 41, № 3. – P. 358–367.
6. Scherer, C. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization [Текст] / C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali // IEEE Trans. Automat. Control. – 1997. – V. 42. – P. 896–911.
7. Mcfarlane, D. C. Loop Shaping Design Procedure Using  $H_\infty$  Synthesis [Текст] / D. C. Mcfarlane, K. Glover // IEEE Trans. Automat. Control. – 1992. – V. 37, № 6. – P. 759–769.
8. Kailath, T. Linear systems. Englewood cliffs [Текст] / T. Kailath. – NJ : Prentice Hall, 1980.
9. Iracleous, D. P. A simple solution to the optimal eigenvalue assignment problem [Текст] / D. P. Iracleous, F. T. Alexandridis // IEEE Trans. Automat. Control. – 1999. – V. 44, № 9. – P. 1746–1749.
10. Зубов, Н. Е. Оптимизация законов управления орбитальной стабилизации космического аппарата [Текст] / Н. Е. Зубов, Е. А. Микрин, С. С. Негодяев, В. Н. Рябченко, А. В. Лапин // ТРУДЫ МФТИ. – 2012. – Т. 4, № 2. – С. 164–176.
11. Суздаль, В. С. Параметрическая идентификация VARMAX моделей процесса кристаллизации крупногабаритных монокристаллов [Текст] / В. С. Суздаль, Ю. М. Епифанов, А. В. Соболев, И. И. Тавровский // Нові технології : Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління. – 2009. – № 4 (26). – С. 23–29.