

УДК 621.9.08:621.833.1:519.245

*У статті викладені результати та особливості методики визначення залежності показників розбракування спільних нормалей евольвентних зубців від граничної випадкової похибки вимірювання. Застосовано адаптований метод імітаційного статистичного моделювання основі генератора випадкових чисел, вбудованого в Microsoft Office EXCEL. Залежності одержані для ступенів точності від 4 до 8 та видів спряжень від А до Н*

*Ключові слова: моделювання, вимірювання, похибка, зубчасте колесо, довжина спільної нормалі, розбракування*

*В статье изложены результаты и особенности методики определения зависимости показателей разбраковки общих нормалей эвольвентных зубьев от предельной случайной погрешности измерения. Применен адаптированный метод имитационного статистического моделирования на основе генератора случайных чисел, встроенного в Microsoft Office EXCEL. Зависимости получены для степеней точности от 4 до 8 и видов сопряжений от А до Н*

*Ключевые слова: моделирование, измерение, погрешность, зубчатое колесо, длина общей нормалі, разбраковка*

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ОБЩИХ НОРМАЛЕЙ ЗУБЬЕВ НА ПОКАЗАТЕЛИ РАЗБРАКОВКИ

**В. А. Дербаб**

Ассистент

Кафедра технологии горного машиностроения

Национальный горный университет

пр. К. Маркса, 19, Днепропетровск,

Украина, 49600

E-mail: 5762634@gmail.com

## 1. Введение

Проблема обеспечения качества изготовления зубчатых колес поставлена очень остро в связи с рыночными отношениями и возросшей конкуренцией. Остаются актуальными проблемные вопросы технологического обеспечения качества выпускаемой продукции в связи с освоением на предприятиях машиностроения международной системы менеджмента качества [1].

## 2. Постановка проблемы

До настоящего времени на большинстве предприятий измерение параметров эвольвентных зубчатых колес опирается на гамму средств зубоизмерительной техники – приборы, которые имеют ограниченный диапазон измерений параметров и различную точность [2]. Для обоснованного выбора конкретного средства измерения с приемлемой погрешностью измерения используется методика, которая изложена в национальном стандарте ГОСТ 8.051-81. Однако указанная методика применима лишь к деталям гладких сопряжений и не учитывает геометрических особенностей эвольвентных зубьев.

## 3. Литературный обзор

В работе [3] изложены основы методологии имитационного моделирования сложных систем, в том числе вопросы программного обеспечения, подходы к разработке адекватных и детальных имитационных мо-

делей, выбора входных распределений вероятностей. Проведена классификация критериев, используемых при изучении производственной системы посредством моделирования. Наряду с критериями производительности, длительности цикла, продолжительностью пребывания деталей в очередях упомянута доля деталей с исправимым или неисправимым браком.

Различным аспектам имитационного моделирования систем посвящены многочисленные статьи, публикуемые в ежегоднике «Proceedings of the Winter Simulation Conference» (Доклады зимней конференции по моделированию), например [4 – 7].

В работе [8] выполнен анализ известных методов расчета вероятностных характеристик разбраковки для различных форм распределений измеряемого параметра и погрешности измерений. Отмечается, что сложность разработки таких методов обусловлена трудностью вычисления в аналитическом виде многомерных интегралов даже для наиболее простых законов распределений.

К приближенным методам расчета отнесены графоаналитический и табулированный методы. Основным недостатком этих методов считается неприемлемый уровень погрешностей расчета вероятностных характеристик разбраковки (иногда до 10 %). Впоследствии были предложены численные методы расчета, в том числе метод, основанный на разложении плотности распределения контролируемого параметра в ряд Тейлора в окрестности границ допуска на параметр, и матричный метод. В указанной работе предложена специализированная компьютерная программа в среде Delphi 7 для расчета количества неправильно принятых и неправильно забракованных деталей.

Таким образом, известные в настоящее время упомянутые методы по расчету вероятностных характеристик контроля даются для различных видов законов распределений измеряемого параметра и погрешности измерения или в виде довольно громоздких аналитических выражений, многочисленных таблиц, графиков, или на условиях использования специализированных компьютерных программ.

В работах [9 – 10] был использован метод статистического имитационного моделирования при расчете показателей разбраковки для эвольвентных зубьев колес по толщине зуба и длинам общих нормалей. В этих работах изложены конкретные примеры статистического моделирования с помощью электронных таблиц. Общий алгоритм такого моделирования и обобщенная структурная модель системы изложены в статье [10], в которой структурная модель системы включает в себя как технологические, так и метрологические блоки.

В то же время в этой работе не были описаны ни математические модели, ни особенности алгоритма имитационного статистического моделирования для этого класса задач.

#### 4. Моделирование влияния погрешностей измерения общих нормалей зубьев на показатели разбраковки

**4. 1. Целью** является уточнение алгоритма и математических моделей имитационного статистического моделирования влияния случайных погрешностей измерения общих нормалей зубчатого венца на показатели разбраковки и выявление закономерностей этого влияния.

##### 4. 2. Особенности моделируемой системы

Процедуру разбраковки деталей или конструкторско-технологических элементов деталей на годные и бракованные элементы можно назвать системой. Для научного исследования системы прибегнем к определенным допущениям, касающимся описания ее функционирования. Эти допущения отражаются в математической модели, с помощью которой будут получены представления о поведении системы [3]

Рассматриваемая система является весьма сложной для получения аналитического решения. Для нее невозможно создать реальную (натурную) модель конкретной реализации процедуры разбраковки по причине случайной природы погрешностей и отсутствия информации об истинном значении параметра элемента изделия. Под истинным значением параметра элемента изделия понимается значение, измеренное с нулевой погрешностью.

Исходя из этого, применение компьютерного статистического моделирования для расчетов численных характеристик процессов разбраковки является полностью обоснованным.

##### 4. 3. Алгоритм имитационного моделирования и критерий для оценки годности

Разработанный алгоритм статистического имитационного моделирования процесса разбраковки зубчатых венцов при пассивном контроле длин общих нормалей зубьев эвольвентного профиля приведен на рис. 1. От алгоритма для случая контроля толщин зубьев [10] он отличается выбором критерия для оценки годности. Критерием годности является действитель-

ное значение длины общей нормали . Математическая модель, описывающая процесс оценки годности при пассивном приемочным контроле длины общей нормали, имеет вид:

$$\text{ЕСЛИ}(\text{И}(E_{wd} \leq -E_{wsl} + E_{wsII}); E_{wd} \geq -((E_{wsl} + E_{wsII}) + T_w); 1; 0), \tag{1}$$

где  $E_{wd}$  – действительное (измеренное с не нулевой погрешностью) значение длины общей нормали, мкм;

$E_{wsl}$ ,  $E_{wsII}$  – нормированные значения наименьшего отклонения длины общей нормали от номинального значения (первое и второе слагаемые), мкм;

$T_w$  – допуск на длину общей нормали.

В выражении (1) использован синтаксис логической функции в программе Microsoft EXCEL.

При попадании случайного значения действительной длины общей нормали в нормированный диапазон отклонений (поле допуска) функция присваивает (возвращает) значение «1», а в противном случае возвращает значение «0». Таким образом, в математической модели применена двухбалльная оценка годности. В дальнейшем обозначим балл годности как  $\beta d$ . Балл годности  $\beta d$  является случайной дискретной величиной, связан с набором дискретных исходов. Поскольку  $\beta d$  может принимать только два дискретных значения, то вероятность события  $\beta d = 1$  описывается распределением Бернулли.

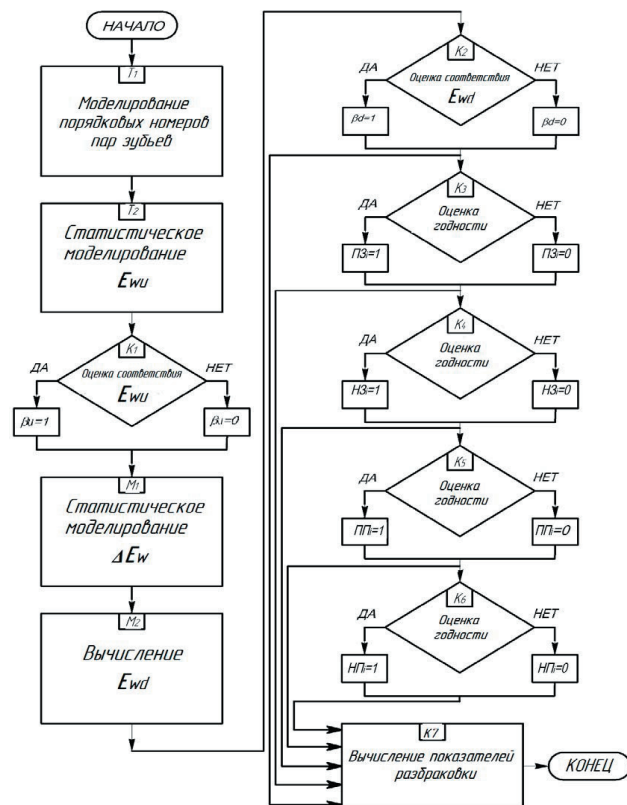


Рис. 1. Алгоритм имитационного статистического моделирования системы разбраковки длин общих нормалей. Блоки:  $T_j$  – технологические,  $M_j$  – метрологические,  $K_j$  – контрольные. Индексом  $j$  обозначен порядковый номер блока алгоритма

**4. 4. Основные допущения**

Допущения, принятые при имитационном статистическом моделировании процесса разбраковки зуб-

чатых венцов при пассивном контроле длин общих нормалей зубьев эвольвентного профиля, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Математические модели структурных блоков и принятые допущения

| Обозначение блока | Назначение блока   | Математические модели блоков  | Принятые допущения  |
|-------------------|--|---|---|
| T <sub>1</sub>    | Моделирование порядковых номеров зубьев, охватываемых нормалем при измерении (i + 5)           | $i = 1, 2, \dots, n$ , где n – целое число<br>(i + 5) – номера пар зубьев   | 1. Число охватываемых зубьев при моделировании принято из стандартного ряда предпочтительных значений. Количество пар зубьев при измерении длины общей нормали равно количеству зубьев колеса<br>2. Расчет количества исследованных колес при моделировании разбраковки определяется простым делением общего количества пар зубьев в выборке на число зубьев в колесе. Соответственно могут быть и рассчитаны показатели разбраковки, относящиеся к колесу в целом  |
| T <sub>2</sub>    | Статистическое моделирование истинного отклонения длины общей нормали от номинального значения | Случайная функция для истинного отклонения толщины $E_{wu}$ , параметры которой:<br>$E_{wsl}$ – первое слагаемое нормированного наименьшего отклонения длины общей нормали;<br>$E_{wsII}$ – второе слагаемое нормированного наименьшего отклонения длины общей нормали;<br>$T_w$ – допуск на длину средней нормали;<br>$\sigma_w$ – среднее квадратическое отклонение длины общей нормали | 1. Истинное отклонение $E_{wu}$ – это величина, измеренная с нулевой погрешностью<br>2. Истинное отклонение длины общей нормали $E_{wu}$ является случайной непрерывной величиной с нормальным гауссовским распределением<br>3. При моделировании статистических данных среднее значение отклонений в выборочных данных равно середине поля допуска на длину общей нормали. Это соответствует высокому уровню настроенности технологического процесса<br>4. Среднее квадратическое отклонение принимается в качестве исходных данных и определяется по формуле $\sigma_w = T_w / KTT$ , где KTT – коэффициент точности технологии, принимающий значения от 6 (нормальная точность) до 3 (низкая точность) |
| K <sub>1</sub>    | Моделирование контрольной процедуры  | Логическая функция ЕСЛИ.<br>$\beta_u = 1$ ,<br>если $E_{wu}$ находится в поле допуска;<br>$\beta_u = 0$ , если $E_{wu}$ находится вне поля допуска, где<br>$\beta_u = 1$ – балл годности пары зубьев  |   |
| M <sub>1</sub>    | Статистическое моделирование погрешностей эвольвентомера при измерении длин общей нормали      | Случайная функция для случайной погрешности эвольвентомера при измерении длины общей нормали $\Delta E_w$ , параметры которой a и b – пределы изменения погрешности при равномерном распределении   | 1. Случайная погрешность измерения длины общей нормали $\Delta E_w$ является случайной непрерывной величиной с равномерным распределением<br>2. При моделировании статистических данных среднее значение отклонений в выборочных данных равно нулю при моделировании случайных погрешностей<br>При моделировании процессов измерения с систематической погрешностью среднее значение отклонений в выборочных данных можно принимать любым в исследуемом диапазоне<br>3. Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле $\sigma_w = (a - b) / \sqrt{12}$  |
| M <sub>2</sub>    | Суммирование T <sub>2</sub> + M <sub>1</sub>   | Случайная функция для действительного отклонения толщины зуба $E_{wd}$  | Здесь постулируется отсутствие корреляции выборочных данных блоков T <sub>2</sub> и M <sub>1</sub>  |
| K <sub>2</sub>    | Моделирование контрольной процедуры  | Логическая функция ЕСЛИ<br>$\beta_d = 1$ , если $E_{wd}$ находится в поле допуска;<br>$\beta_d = 0$ , если $E_{wd}$ находится вне поля допуска, где<br>$\beta_d$ – балл годности зуба по действительному отклонению длины общей нормали   |   |
| K <sub>3</sub>    | Моделирование контрольной процедуры  | Логическая функция для определения правильности браковки зуба:<br>$PZ_i = 1$ , если $\beta_u = 0$ и $\beta_d = 0$ ;   |   |

|                |   |   |  |
|----------------|---|---|--|
| К <sub>4</sub> | Моделирование контрольной процедуры (разбраковки) | Логическая функция для определения неправильности браковки зуба:<br>НЗ <sub>i</sub> =1, если $\beta_u = 1$ и $\beta_d = 0$        |  |
| К <sub>5</sub> | Моделирование контрольной процедуры (разбраковки) | Логическая функция для определения правильности принятия зуба годным:<br>ПП <sub>i</sub> =1, если $\beta_u = 1$ и $\beta_d = 1$   |  |
| К <sub>6</sub> | Моделирование контрольной процедуры (разбраковки) | Логическая функция для определения неправильности принятия зуба годным:<br>НП <sub>i</sub> =0, если $\beta_u = 0$ и $\beta_d = 1$ |  |
| К <sub>7</sub> | Вывод результатов                                 | Определение показателей дефектности в процентах от общего числа деталей   |  |

**4. 5. Математическая модель системы пассивного приемочного контроля и разбраковки**

Математическая модель исследуемой технологической системы с отражением технологических, метрологических и контрольных блоков может быть представлена следующей системой уравнений, неравенств и логических выражений:

$I=1,2,...,n$ , где  $n$  – целое число,  $(i + 5)$  – номера пар зубьев;

$$E_{wu} = F_1(i, E_{wsl}, E_{wsl}, T_w, \sigma_w).$$

Логическая функция ЕСЛИ:  $\beta_u = 1$ , если  $E_{wu}$  находится в поле допуска;

$\beta_u = 0$ , если  $E_{wu}$  находится вне поля допуска, где  $\beta_u = 1$  – балл годности пары зубьев.

$$\Delta E_w = F_2(i, f, b) \tag{2}$$

$$E_{wd} = F_3(i, E_{wu}, \Delta E_w).$$

Логическая функция ЕСЛИ:  $\beta_d = 1$ , если  $E_{wd}$  находится в поле допуска;

$\beta_d = 0$ , если  $E_{wd}$  находится вне поля допуска, где  $\beta_d = 1$  – балл годности пары зубьев.

Логическая функция для определения правильности браковки зуба:

$$ПЗ_i = 1, \text{ если } \beta_u = 0 \text{ и } \beta_d = 0;$$

Логическая функция для определения неправильности браковки зуба:

$$НЗ_i = 1, \text{ если } \beta_u = 1 \text{ и } \beta_d = 0.$$

Логическая функция для определения правильности принятия зуба годным:

$$ПП_i = 1, \text{ если } \beta_u = 1 \text{ и } \beta_d = 1.$$

Логическая функция для определения неправильности принятия зуба годным:

$$НП_i = 0, \text{ если } \beta_u = 0 \text{ и } \beta_d = 1.$$

**4. 6. Зависимости, полученные при моделировании системы разбраковки**

Реализация алгоритма выполнена на основе использования пакета анализа программы Microsoft Office Excel. Расчеты проведены применительно к цилиндрическому прямозубому колесу, которое имеет следующие конструктивные параметры и допуски: модуль  $m = 3$  мм; делительный диаметр  $d = 150$  мм; число зубьев  $z = 50$ .

Пример полученных зависимостей показаны на рис. 2 для показателя  $m$  – процента неправильно принятых деталей (принятые обозначения: 4С–8С степени точности зубьев,  $R^2$  – показатель достоверности аппроксимации)

Анализ зависимостей показал, что применение менее точных измерительных средств приводит к росту риска изготовителя в большей степени, чем к росту риска заказчика.

Оба риска возрастают с повышением требований к точности эвольвентного профиля зубьев с учетом требований к виду сопряжения.

**5. Выводы**

В данной статье изложены результаты имитационного статистического моделирования процедуры приемочного контроля эвольвентных зубьев колес по критерию длины общей нормали.

Разработана методика по имитационному моделированию влияния случайных погрешностей при измерении общей нормали зубьев колес с эвольвентным профилем на количество неправильно принятых и неправильно забракованных пар зубьев.

Определены зависимости процента неправильно забракованных и неправильно принятых деталей от предельных значений случайных погрешностей измерения длины общей нормали для степеней точности зубчатых колес 4, 5, 6, 7, 8 при различных видах сопряжения.

Дальнейшим направлением исследований может быть моделирование и проведение расчетов применительно к нормируемым показателям кинематической точности зубчатых колес.

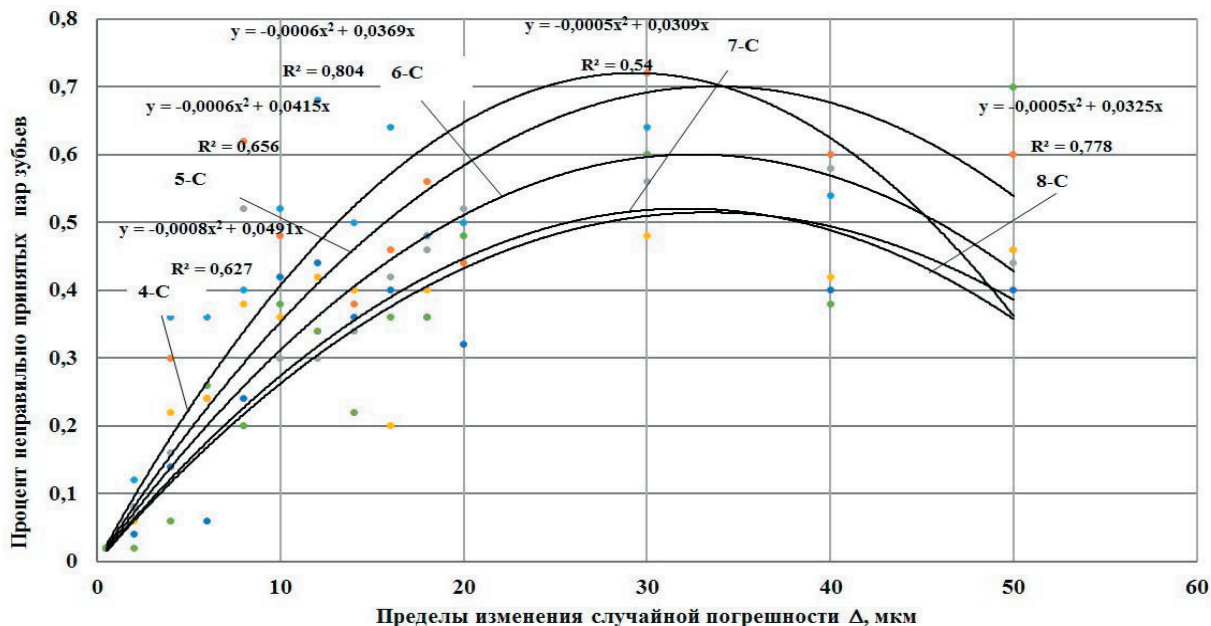


Рис. 2. Зависимости показателя разбраковки  $m$  от предельного значения случайной погрешности при  $KTT=5$

#### Литература

1. Асташенков, А. И. Разработка системы обеспечения единства измерений геометрических параметров эвольвентных зубчатых зацеплений: автореф. дис. на соиск. учен. степ. докт. техн. наук: спец. 05.11.15 «Метрология и метрологическое обеспечение» [Текст] / А. И. Асташенков // Всероссийский НИИ метрологической службы: Москва, 1999. – 44 с.
2. Локтев, Д. А. Современные методы контроля качества цилиндрических зубчатых колес / Д. А. Локтев // Металлообработка. Оборудование и инструмент для профессионалов. – 2009. – №4. – С. 6–11.
3. Кельгон, В., Лоу, А. Имитационное моделирование. Классика SC. Перевод с англ. [Текст] / В. Кельгон, А. Лоу - 3-е изд. - СПб.: Питер; Киев: Издательская группа BHV, 2004. – 847 с.
4. Design of Experiments for Fitting Subsystem Metamodels [Текст]: Winter Simulation Conference (Proc. 1997) / R. R. Barton - Atlanta 1997, p. 303-310.
5. Simulation Optimization Research and Development [Текст]: Winter Simulation Conference (Proc. 1998) / R. O. Bowden, J. D. Hall - Washington, D.C., 1998, p. 1693-1698.
6. Stochastic Optimization Applied to a Manufacturing System Operation Problem [Текст]: Winter Simulation Conference (Proc. 1995) / R. W. Brennan, P. Rogers - Washington D.C., 1995, p.857-864.
7. Experimental Designs for Simulation [Текст]: Winter Simulation Conference (Proc. 1994) / J. M. Donohue - Orlando, 1994, p. 200-206.
8. Multicriteria Optimization of Simulation Models [Текст]: Winter Simulation Conference (Proc. 1991) / G. W. Evans, B. Stockman, M. Mollaghasemi - Phoenix, 1991, p. 894-900.
9. Дербаба, В. А. Влияние расширенной неопределенности на риски изготовителя и заказчика при измерении длины общей нормали [Текст] / Дербаба В. А., Корсун В. И., Пацера С. Т. // Системи обробки інформації - 2010. – №4(85). – С. 85–89.
10. Derbaba, V. Influence of the expanded uncertainty on risks of the manufacturer and the customer at measurement of length of the general normal of the cogwheel [Текст] / V. Derbaba, V. Korsun, S. Patsera // Sistemy obrobky informazii – 2010 - №4(85) - pp. 85–89.
11. Дербаба, В. А. Алгоритм имитационного стохастического моделирования точности толщины эвольвентного зуба и погрешности ее измерения [Текст] / В. А. Дербаба, В. И. Корсун, С. Т. Пацера // Збірник наукових праць. Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – Одеса. – 2012 – №1 (1) – 54–61.