

УДК 624.012.45

# ІНТЕГРАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ АБСОЛЮТНИХ І ВІДНОСНИХ КОЛИВАНЬ СИЛОСУ ПРИ СЕЙСМІЧНИХ ВПЛИВАХ

*Наведено результати дослідження залежності інтегральних квадратичних величин абсолютного прискорення й відносного зміщення силосу від конструктивних характеристик корпусу, колон та параметрів сейсмічного впливу. Розв'язана задача мінімізації інтегрального квадратичного відносного зміщення силосу вибором коефіцієнта демпфірування. Отримано вирази для оптимального значення коефіцієнта демпфірування і інтегрального квадратичного критерію як функції граничного значення абсолютного прискорення*

*Ключові слова: коливання, корпус силосу, сейсмічні впливи, зсув, прискорення, демпфірування*

*Приведены результаты исследования зависимости интегральных квадратических величин абсолютного ускорения и относительного смещения корпуса от конструктивных характеристик корпуса, колонн и параметров сейсмического воздействия. Решена задача минимизации интегрального квадратического относительного смещения силоса выбором коэффициента демпфирования. Получены выражения для оптимального значения коэффициента демпфирования и интегрального квадратического критерия как функции предельного значения абсолютного ускорения*

*Ключевые слова: колебания, корпус силоса, сейсмические воздействия, смещение, ускорение, демпфирование*

**В. П. Шпачук**

Доктор технічних наук, професор\*

E-mail: shpachukvp@mail.ru

**М. А. Засядько**

Доцент\*

**А. О. Гарбуз**

Кандидат технічних наук, доцент\*

E-mail: alla-garbus@mail.ru

**А. Ю. Абракітова**

Аспірант\*

E-mail: melnik\_anna\_89@mail.ru

\*Кафедра теоретичної та будівельної механіки  
Харківський національний університет міського  
господарства ім. О.М.Бекетова  
вул. Революції, 12, м. Харків, Україна, 61002

## 1. Вступ

Проблема зменшення рівня коливань конструкцій виникає в різних областях техніки: промислового й цивільного будівництва, важкому, транспортному й енергетичному машинобудуванні, приладобудуванні й т.п. У багатьох випадках вона пов'язана з необхідністю підвищення міцності й зниження матеріалоємності конструкцій, однак не менш важливі й такі аспекти проблеми, як виконання технологічних вимог, пропонувананих умовами експлуатації, і захист людей від шкідливої дії вібрацій.

## 2. Аналіз літературних даних

Будинки і споруди, що будуються в сейсмічних районах, повинні задовольняти вимогам надійності та економічності. Це означає, що їх сейсмостійкість, тобто здатність протистояти впливу землетрусу, повинна забезпечуватися якомога меншими витратами. Підвищення надійності сейсмостійких будівель і споруд досягається вдосконаленням методів їх розра-

хунку на сейсмічні дії з використанням традиційних конструктивних рішень, уточненням параметрів сейсмічних впливів і величин розрахункових сейсмічних навантажень [1 – 4].

Наведені в роботі [5] дослідження присвячені розрахунку на сейсмічний вплив промислових споруд з урахуванням їх конструктивних особливостей.

У роботі [6] запропоновано шлях вирішення задачі моделювання сейсмічних впливів з використанням акселерограм рухів ґрунту під спорудою.

У роботі [7] досліджено напружено-деформований стан корпусу металевого силосу від дії вітрового тиску при зміні кривизни оболонки.

## 3. Постановка проблеми

В даній роботі наведено результати залежності інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення й інтегрального квадратичного відносного зміщення корпусу від механічних і конструктивних характеристик корпусу і колон, а також параметрів сейсмічного впливу. Побудовано графічні

залежності величин інтегрального квадратичного абсолютного прискорення і інтегрального квадратичного відносного зміщення корпусу силосу при варіюванні відповідно амплітуди сейсмічного впливу і коефіцієнту відносного демпфірування колон й маси силосу і величини його інтегрального квадратичного абсолютного прискорення. Методом множників Лагранжа розв'язана задача мінімізації інтегрального відносного зміщення корпусу при заданих граничних значеннях інтегрального квадратичного абсолютного прискорення вибором відносного демпфірування колон.

#### 4. Результати досліджень коливання корпусу силосу

Механічна схема силосу, враховуючи [8], наведена на рис. 1.

Розглянемо реакцію системи на кінематичне збудження  $\xi(t)$  основи силосу. Будемо вважати, що корпус є абсолютно твердим тілом.

Рух пружної механічної системи на рис. 1 опишемо в змінних її абсолютного ( $y^a(t)$ ), переносного ( $y^e(t)$ ) і відносного ( $y^r(t)$ ) рухів.

Застосуємо до силосу принцип Даламбера в поєднанні з методом сил:

$$y^r(t) = \delta_{11}(-m\ddot{y}^a(t) - b\dot{y}^r(t)), \quad (1)$$

де  $\delta_{11} = \frac{l^3}{3EI}$  - коефіцієнт піддатливості колон;  $b$  - коефіцієнт опору, що характеризує в'язкість матеріалу колони;  $b\dot{y}^r(t)$  - сила опору руху силосу;  $m\ddot{y}^a(t)$  - сила інерції силосу в абсолютному русі,  $m = m_k + m_s$  - зведена маса силосу: корпусу і завантаження.

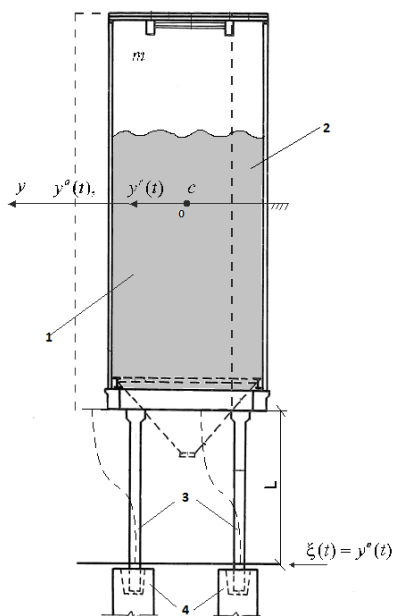


Рис. 1. Механічна схема силосу: 1 – корпус силосу масою  $m$ ; 2 – завантаження силосу масою  $m_s$ ; 3 – колони довжиною  $l$ ; 4 – фундамент;  $\xi(t)$  – сейсмічний вплив;  $c$  – центр мас корпусу

Представимо (1) у вигляді:

$$m\ddot{y}^a + b\dot{y}^r + cy^r = 0, \quad (2)$$

де  $c = 1/\delta_{11}$  – коефіцієнт пружності колон;  
 $cy^r(t)$  – сила пружності колон.

З урахуванням (2) відносні коливання корпусу в умовах дії сейсмічного впливу  $\xi(t) = y^e(t)$ :

$$m(\ddot{y}^r + \ddot{\xi}) + b\dot{y}^r + cy^r = 0$$

або

$$\ddot{y}^r + 2h\dot{y}^r + \omega_0^2 y^r = -\ddot{\xi}, \quad (3)$$

де  $\omega_0^2 = \frac{nc}{m}$  - частота власних коливань системи;  $h = \frac{nb}{2m}$  -

коефіцієнт демпфірування матеріалу колон силосу;  $n$  - кількість колон (на рис. 1  $n=4$ ).

Уявімо рівняння (3) у вигляді

$$y^r(p^2 + 2hp + \omega_0^2) = -\ddot{\xi}p^2,$$

де  $p = \frac{d}{dt}$ .

Застосуємо перетворення Лапласа при ( $y_0^r = \dot{y}_0^r = 0$ ):

$$y^r(s^2 + 2hs + \omega_0^2) = -\xi(s)s^2$$

або

$$y^r = -\frac{s^2}{s^2 + 2hs + \omega_0^2} \xi(s),$$

де  $s$  – оператор перетворення Лапласа.

Далі розглянемо задачу мінімізації інтегрального квадратичного відносного зміщення силосу

$$I_{yr} = \int_{-\infty}^{\infty} (y^r(t))^2 dt$$

вибором коефіцієнта демпфування  $h$  за умови, що інтегральне квадратичне значення абсолютного прискорення силосу

$$I_{ya} \leq I_{ya}^*, \quad (4)$$

де  $I_{ya}^*$  - задане граничне значення критерію

$$I_{ya} = \int_{-\infty}^{\infty} (\ddot{y}^a(t))^2 dt.$$

Задачу мінімізації розглянемо при сейсмічному впливі [9, 10]

$\xi(t) = Ht$ ,  $\ddot{\xi}(t)$  - лінійно наростаюча функція, де  $H$  - амплітуда впливу.

Перетворення Лапласа сигналу  $y^r(s)$  при нульових початкових умовах [2] і  $Ht = \frac{H}{s^2}$  буде:

$$y^r(s) = -\frac{s^2}{s^2 + 2hs + \omega_0^2} \cdot \frac{H}{s^2} = -\frac{H}{s^2 + 2hs + \omega_0^2}. \quad (5)$$

Для (5) інтегральне квадратичне відносне зміщення силосу [11]

$$I_{yr} = \int_{-\infty}^{\infty} (y^r(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} y^r(s)y^r(-s)ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{H^2}{(s^2 + 2hs + \omega_0^2)(-s)^2 + 2h(-s) + \omega_0^2} ds =$$

$$I_{ya} = H^2 \frac{c_1^2 \cdot d_0 + c_0^2 \cdot d_2}{2d_0 d_1 d_2} =$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{c(s)c(-s)}{d(s)d(-s)} ds, \quad = H^2 \frac{4h^2 \cdot \omega_0^2 + \omega_0^4 \cdot 1}{2\omega_0^2 \cdot 2h \cdot 1} = \quad (9)$$

$$= H^2 \cdot h + \frac{H^2 \omega_0^2}{4h}.$$

де  $c(s) = c_1s + c_0$ ;  $c_1 = 0$ ;  $c_0 = H$ ;  $d(s) = d_2s^2 + d_1s + d_0$ ;  $d_2 = 1$ ;  $d_1 = 2h$ ;  $d_0 = \omega_0^2$ .

Тоді, враховуючи рівність Парсеваля [11], отримаємо

$$I_{yr} = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2} = \frac{H^2}{4\omega_0^2 h}. \quad (6)$$

Перетворимо далі рівняння (2) руху силосу до виду

$$m\ddot{y}^a + b(\dot{y}^a - \dot{\xi}) + c(y^a - \xi) = 0$$

або

$$m\ddot{y}^a + b\dot{y}^a + cy^a = b\dot{\xi} + c\xi. \quad (7)$$

Перетворенням Лапласа рівняння (7) при  $y^a = \dot{y}^a = 0$  буде

$$y^a(s)(ms^2 + bs + c) = \xi(s)(bs + c)$$

або

$$y^a(s) = \frac{bs + c}{ms^2 + bs + c} \xi(s) =$$

$$= \frac{(\frac{2b}{2m}s + \frac{c}{m})\xi(s)}{s^2 + \frac{2b}{2m}s + \frac{c}{m}} = \frac{2hs + \omega_0^2}{s^2 + 2hs + \omega_0^2} \xi(s). \quad (8)$$

Абсолютне прискорення силосу, враховуючи (8),

$$\ddot{y}^a(s) = s^2 \cdot y^a(s) = \frac{s^2(2hs + \omega_0^2)}{s^2 + 2hs + \omega_0^2} \xi(s).$$

При сейсмічному впливі  $\xi(s) = \frac{H}{S^2}$  отримаємо

$$\ddot{y}^a(s) = \frac{s^2(2hs + \omega_0^2)}{s^2 + 2hs + \omega_0^2} \cdot \frac{H}{S^2} = \frac{H \cdot (2hs + \omega_0^2)}{s^2 + 2hs + \omega_0^2}.$$

Відповідно до теореми Парсеваля інтегральне квадратичне абсолютне прискорення

$$I_{\ddot{y}^a} = \int_{-\infty}^{\infty} (\ddot{y}^a(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \ddot{y}^a(s)\ddot{y}^a(-s)ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{H(2hs + \omega_0^2)}{(s^2 + 2hs + \omega_0^2)} \cdot \frac{H(2h(-s) + \omega_0^2)}{(-s)^2 + 2h(-s) + \omega_0^2} ds =$$

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} H^2 \cdot \frac{(2hs + \omega_0^2)(2h(-s) + \omega_0^2)}{(s^2 + 2hs + \omega_0^2) \cdot ((-s)^2 + 2h(-s) + \omega_0^2)} ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} H^2 \frac{c(s)c(-s)}{d(s)d(-s)} ds,$$

де  $c(s) = c_1s + c_0$ ;  $c_1 = 2h$ ;  $c_0 = \omega_0^2$ ;  $d(s) = d_2s^2 + d_1s + d_0$ ;  $d_2 = 1$ ;  $d_1 = 2h$ ;  $d_0 = \omega_0^2$ .

Тоді, враховуючи [2], отримаємо

Допоміжна мета обмеження інтегрального квадратичного значення абсолютного прискорення (4) полягає в тому, щоб обмежити побічно пікове значення абсолютного прискорення силосу.

Розглянемо далі задачу мінімізації інтегрального квадратичного відносного зміщення силосу при  $h = var$  і сейсмічному впливі  $\xi(t) = Ht$ .

Для цього використаємо метод множників Лагранжа і складемо функцію

$$I = I_{yr} + \rho \cdot I_{ya} = \frac{H^2}{4\omega_0^2 h} + \rho H^2 h + \rho \frac{H^2 \omega_0^2}{4h}, \quad (10)$$

де  $\rho$  – множник Лагранжа.

Візьмемо частинну похідну від виразу (10) по параметру демпфірування  $h$  і прирівняємо його до нуля:

$$\frac{\partial I}{\partial h} = \frac{H^2}{4\omega_0^2} \left(-\frac{1}{h^2}\right) + \rho H^2 + \rho \frac{H^2 \omega_0^2}{4} \left(-\frac{1}{h^2}\right) = 0.$$

Після перетворення отримаємо

$$h = \sqrt{\frac{1 + \rho \omega_0^4}{4\omega_0^2 \rho}}. \quad (11)$$

Прийmemo далі, що величина інтегрального квадратичного значення абсолютного прискорення силосу дорівнює його заданій величині:

$$I_{\ddot{y}^a} = I_{\ddot{y}^a}^*, \quad (12)$$

де  $I_{\ddot{y}^a}^*$  - задане значення інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення корпусу, яке визначається вимогами експлуатації силосу з урахуванням сейсмічних впливів у даному регіоні.

Підставимо отримане значення (11) параметра  $h$  у вираз (9) враховуючи (12):

$$I_{\ddot{y}^a}^* = H^2 \cdot \sqrt{\frac{1 + \rho \omega_0^4}{4\omega_0^2 \rho}} + \frac{H^2 \omega_0^2}{4 \cdot \sqrt{\frac{1 + \rho \omega_0^4}{4\omega_0^2 \rho}}}. \quad (13)$$

Введемо в (13) позначення

$$\rho_1^2 = \frac{1 + \rho \cdot \omega_0^4}{4\rho \cdot \omega_0^2}. \quad (14)$$

Тоді вираз (13), враховуючи що  $\rho_1 > 0$ , матиме вигляд

$$I_{\ddot{y}^a}^* = H^2 \cdot \rho_1 + \frac{H^2 \omega_0^2}{4\rho_1}$$

або

$$4H^2\rho_1^2 - 4I_{ya}^*\rho_1 + H^2\omega_0^2 = 0. \quad (15)$$

З рівняння (15):

$$\rho_1 = \frac{I_{ya}^* \pm \sqrt{I_{ya}^{*2} - H^4\omega_0^2}}{8H^2}. \quad (16)$$

З виразу (16) множник Лагранжа

$$\rho = \frac{1}{\omega_0^2(4\rho_1^2 - \omega_0^2)}, \quad (17)$$

де  $\rho_1$  відповідає виразу (16) для заданого значення інтегрального квадратичного прискорення корпусу силосу  $I_{ya}^*$ .

Визначений коефіцієнт Лагранжа (17) підставимо в вираз (11).

Тоді коефіцієнт демпфірування  $h$  механічної системи:

$$h = \frac{1 + \left(\frac{1}{4\rho_1^2\omega_0^2 - \omega_0^4}\right) \cdot \omega_0^4}{\sqrt{4\omega_0^2 \cdot \left(\frac{1}{4\rho_1^2\omega_0^2 - \omega_0^4}\right)}} = \frac{I_{ya}^* \pm \sqrt{I_{ya}^{*2} - H^4\omega_0^2}}{2H^2}. \quad (18)$$

Підставивши, далі, вираз (18) у (6), отримаємо формулу для інтегрального квадратичного відношення зміщення силосу

$$I_{yr} = \frac{H^2}{4\omega_0^2 \cdot \frac{I_{ya}^* \pm \sqrt{I_{ya}^{*2} - H^4\omega_0^2}}{2H^2}} = \frac{H^4}{2\omega_0^2 \cdot (I_{ya}^* \pm \sqrt{I_{ya}^{*2} - H^4\omega_0^2})}, \quad (19)$$

як функції (19) граничного значення інтегрального квадратичного абсолютне прискорення  $I_{ya}^*$  та амплітуди впливу  $H$ , коли коефіцієнт демпфування  $h$  є оптимальним.

При розв'язанні задачі моделювання динамічної поведінки реального силосу в роботі розглянуто: силосний корпус-1-6-48-46; клас навантаження  $\Gamma$  (сажа гранульована); маса порожнього, середньо і максимально завантаженого силосу відповідно  $m = [108,7 \cdot 10^3; 161,7 \cdot 10^3; 214,7 \cdot 10^3]$  кг; колона - 1К55-3 з розмірами  $l=4.8$  м,  $b=h=0.4$  м і модулем пружності  $E=3,9 \cdot 10^{10}$  Па; амплітуда сейсмічного впливу  $H=[0,1 \div 1,0]$  м/с.

На рис. 2, 3 приведені двовимірні залежності  $I_{ya}(H, \zeta)$  інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення силосу від амплітуди  $H$  сейсмічного впливу та коефіцієнту відносного демпфірування  $\zeta = h/\omega_0$  відповідно для пустого ( $m=108700$  кг) і максимум завантаженого ( $m=214700$  кг) силосу.

Аналіз показує, що для кожного заданого (при  $H=const$ ) залежності відносяться до класу параболічних, мають глобальний мінімум в точці  $\zeta=0,5$ . Слід відмітити, що оптимальне значення коефіцієнту відносного демпфування на рівні  $\zeta=0,5$  співпадає з доведеними аналітичним шляхом в роботі [7].

Графічна залежність  $I_{yr}(m, I_{ya})$  наведена на рис. 4.

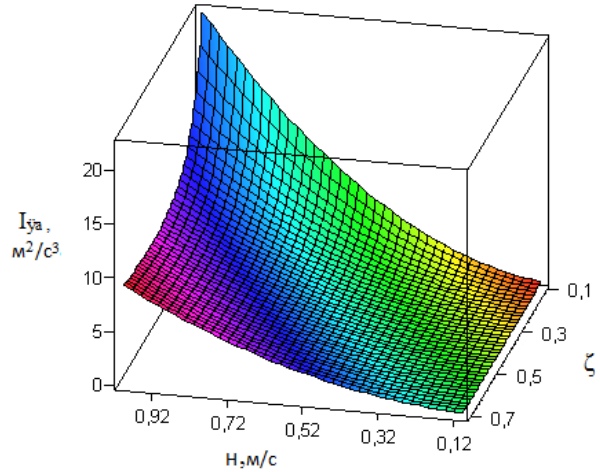


Рис. 2. Залежність  $I_{ya}(H, \zeta)$  інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення силосу від амплітуди  $H$  сейсмічного впливу та коефіцієнту відносного демпфірування  $\zeta$  для пустого силосу

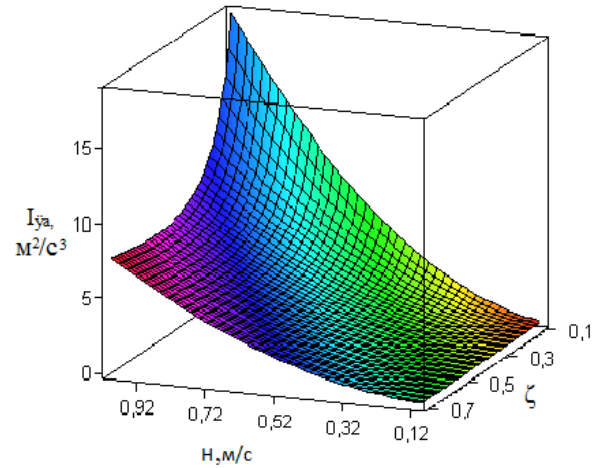


Рис. 3. Залежність  $I_{ya}(H, \zeta)$  інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення силосу від амплітуди  $H$  сейсмічного впливу та коефіцієнту відносного демпфірування  $\zeta$  для максимум завантаженого силосу

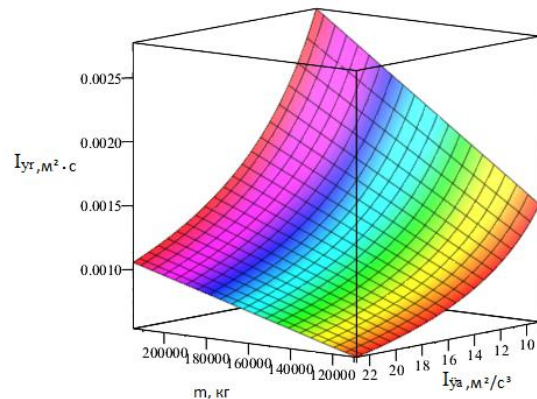


Рис. 4. Залежність  $I_{yr}(m, I_{ya})$  інтегральної квадратичної відношення величини зміщення силосу від його маси та інтегральної квадратичної величини абсолютного прискорення

Встановлено, що вона відноситься до класу параболічних, яка збільшується при збільшенні  $m$  і зменшується при збільшенні параметру  $I_{ya}$ . Інтегральне квадратичне відносне зміщення силосу, наприклад при  $I_{ya}=[9.0\div 23.0]$   $m^2/c^3$ ,  $m=161.7 \cdot 10^3$  кг (середнє завантаження) і  $H=1$  м/с змінюється в діапазоні  $[2,17\div 0.8] \cdot 10^{-3} m^2 \cdot c$ .

## 5. Висновки

1. В роботі отримано вирази для оптимального значення коефіцієнта демпфірування і інтегрального квадратичного критерію як функції граничного значення абсолютного прискорення.

2. Розв'язана задача мінімізації інтегрального квадратичного відносного зміщення силосу вибором коефіцієнта демпфірування

3. Наведено графічні залежності величин інтегрального квадратичного абсолютного прискорення і інтегрального квадратичного відносного зміщення корпусу при варіюванні амплітуди сейсмічної дії і коефіцієнта відносного демпфірування колон, маси силосу і величини його інтегрального квадратичного абсолютного прискорення.

4. Отримані результати використовуються при створенні нових і модернізованих зразків силосів, висотних будівель і споруд, що експлуатуються в сейсмонезбезпечних районах, а також при розробці і впровадженні активних і пасивних засобів їх демпфірування.

## Література

1. Егупов, В. К. Расчет зданий на сейсмические воздействия [Текст]: учеб. пособие / В. К. Егупов, Т. А. Командрин. – К.: Будівельник, 1969. – 207с.
2. Корчинский, И. Л. Сейсмостойкое строительство зданий [Текст]: учеб. пособие для вузов / И. Л. Корчинский, Л. А. Бородин, А. Б. Гроссман; под. ред. И. Л. Корчинского. – М.: Высшая школа, 1971. – 320 с.
3. Уздин, А. М. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений [Текст]: учеб. пособие / А. М. Уздин, Т. А. Сандович. – С.-Петербург: изд-во ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1993. – 176 с.
4. Sarría Molina, Alberto Ingeniería Sísmica. Santa Fe de Bogotá [Text] / Alberto Sarría Molina // ECOE ediciones, Ediciones UNIANDES, 1995.
5. Особенности расчета высотного промышленного сооружения на сейсмические воздействия [Текст]: зб. наук. пр. – К.: ТОВ «Видавництво Сталь» ДП НДІБК. – 2012. – Вип. 76. – С. 111-121.
6. Пустовитенко, Б. Г. Методология и методические основы моделирования сейсмических воздействий на высотные здания в Крыму [Текст] / Б. Г. Пустовитенко, И. В. Калинюк, Е. М. Мержей, А. А. Пустовитенко // Будівельні конструкції: зб.наук. праць.-К.:ДП НДІБК, 2010. – Вип. 73. – С. 316-323
7. Кузнецов, И. М. Пространственная работа гибкого металлического силоса с наружным стержневым каркасом [Текст]: автореф.дис. ... к.т.н.: 05.23.01/И. М. Кузнецов. Российский государственный открытый технический университет путей сообщения (РГОТУПС). – М., 2000. – 20 с.
8. «Конструкции железобетонных силосов диаметром 6 и 12 м для хранения сыпучих материалов» [Текст]: Серия 3.012-3. – Утв. Госстроем СССР 17.03.99- Изд. офиц. – Ленинград. : Промстройпроект. 1999.
9. Баженов, В. А. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології [Текст]: підр. / В. А. Баженов, А. В. Перельмутер, О. В. Шишов; за заг. ред. д.т.н., проф. В. А. Баженова. – К: Каравела, 2009. – 696 с.
10. Барштейн, М. Ф. Приложение вероятностных методов к расчету сооружений на сейсмические воздействия. [Текст] / М. Ф. Барштейн // Строительная механика и расчет сооружений. 1960. – № 2. – С. 6–14.
11. Ньютон, Дж. К. Теория линейных следящих систем [Текст] / Дж. К. Ньютон, Л. А. Гулд, Дж. Ф. Кайзер; под. ред. Дж. К. Ньютона. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 408 с.