

Колівальна система «кар'єрний самоскид-технологічна дорога» представлена фізичною моделлю у вигляді балки, що спирається на систему пружин з демпфером, якими є передня і задня підвіски. На підставі останньої розроблено математичну модель системи, коливання якої досліджуються за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду

Ключові слова: система, кар'єрний самоскид, технологічна дорога, модель, коливання, власні частоти, амплітуда

Колебательная система «карьерный самосвал-технологическая дорога» представлена физической моделью в виде балки, опирающейся на систему пружин с демпфером, которыми являются передняя и задняя подвески. На основании последней разработана математическая модель системы, колебания которой исследуются с помощью уравнений Лагранжа второго рода

Ключевые слова: система, карьерный самосвал, технологическая дорога, модель, колебания, собственные частоты, амплитуда

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ «КАРЬЕРНЫЙ САМОСВАЛ- ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ДОРОГА»

Ю. С. Рудь

Доктор технических наук,
профессор, заведующий кафедрой*
E-mail: rud-u-s@yandex.ru

И. С. Радченко

Кандидат физ.-мат. наук, доцент*

В. Ю. Белоножко

Старший преподаватель**

*Кафедра теоретической и прикладной механики***

*Кафедра начертательной геометрии и
машиностроительного черчения***

***ГВУЗ «Криворожский национальный университет»
ул. XXII партсъезда, 11, Кривой Рог, Украина, 50027

1. Введение

Карьерные самосвалы большой грузоподъемности, например, БелАЗ 7555В и 7555Е [1], применяют для вывоза разрушенного горного массива при добыче железной руды открытым способом с использованием энергии взрыва. Применение таких самосвалов в сочетании с мощными экскаваторами, погрузчиками и бульдозерами обеспечивает высокую производительность труда рабочих, низкую себестоимость погрузки и транспортировки горной массы. При этом сокращается численность транспортного оборудования на карьере, упрощается строительство карьера, снижаются затраты на прокладку и обслуживание различного рода коммуникаций.

Самосвалы в железорудном карьере перемещаются по технологическим дорогам, которые строятся в соответствии со специальными стандартами. Согласно руководству по эксплуатации карьерных самосвалов [1], на участке дороги, равной базе самосвала, допускается не более пяти неровностей глубиной 3-5 см и одна неровность глубиной до 10 см. При таком профиле дороги скорость движения самосвала ограничивается 25 км/ч. При увеличении количества неровностей скорость движения должна уменьшаться до 15-20 км/ч. При движении карьерного самосвала по дороге, профиль которой отличается от плоскостного, его колеса взаимодействуют с выступами и впадинами дорожного полотна, в результате чего возникают значительные колебания автомобиля.

Системное исследование колебаний самосвалов при их перемещении по технологическим дорогам карьеров представляет собой научную задачу, которая имеет большое практическое значение и, в то же время, не нашедшая до сих пор должного решения. Решение этой задачи дает возможность вычислить ускорения и силы, которые действуют на соответствующие узлы и детали самосвала, определить запасы их прочности, степень сопротивления против изнашивания, а также другие показатели работоспособности [2]. Кроме того, определив величину и направление сил, действующих в конструктивных элементах самосвала при его колебаниях, появляется возможность найти величину дополнительного расхода топлива, затрачиваемого при движении по технологическим дорогам карьеров, имеющим неровности разной глубины [3].

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

К настоящему времени опубликовано ряд работ, в которых исследуются колебания разнообразных инженерных объектов [4 – 6], в том числе, и объектов автомобильного транспорта. Следует отметить монографию [4], где изложены результаты исследований различных аспектов теории колебаний жестких и деформируемых конструкций, которые позволяют применять аналитический подход ко многим практическим случаям. Здесь рассмотрены линейные системы с одной, двумя и более степенями свободы, поведение

нелинейных деформируемых систем, колебания упругих тел. Автор монографии [7] рассматривает вынужденные колебания автомобиля, вызываемые неровностями дороги и оказывающие значительное влияние на среднюю скорость движения и плавность хода. Возмущающими силами являются детерминированные силы, т.е. функции, зависящие от времени. В работе [8] описана математическая модель, которая дает возможность определить оптимальное соотношение конструктивных и эксплуатационных параметров автомобиля, обеспечивающих устойчивость его движения при объезде препятствия. В работе [9] излагаются теория и результаты экспериментальных исследований повреждаемости трансмиссии грузовых автомобилей от воздействия на колеса неровностей дороги при езде самосвала по карьерным дорогам с неровностями. В монографии [10] рассмотрены стохастические модели расчетного воспроизведения на ЭВМ методом Монте-Карло процесса движения автомобиля в различных дорожных условиях с определением средней скорости движения, расхода топлива, среднего процента использования мощности, времени движения на различных передачах, числа включения передач. В статье [11] приведены разработанные авторами основы теории колебаний подвесок автосамосвала с кинематическим возбуждением, вызванным неровностями дороги, в том числе, определены основные энергетические соотношения для расчета полной работы за время прохождения самосвалом единичной неровности дорожного полотна, а, следовательно, и дополнительного расхода топлива при движении по карьерным дорогам, имеющим значительные неровности.

3. Цель и задачи исследования

Настоящая работа является логическим продолжением исследований колебаний карьерных самосвалов при их движении по дорогам с неровностями [3, 11]. В работе ставится задача с помощью новой математической модели исследовать вертикальные колебания центра масс автомобиля в системе «карьерный самосвал-технологическая дорога», а также его вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс, определить собственные частоты таких колебаний.

4. Построение математической модели системы «карьерный самосвал-технологическая дорога», ее исследования и анализ результатов

Роль соединительного звена между кузовом автомобиля и дорожным полотном играет система подпрессоривания - передняя и задняя подвески (рис. 1, а). В подвеске карьерного самосвала упругие элементы и амортизатор конструктивно объединены в один блок – пневмогидравлический цилиндр, который представляет собой пневматическую рессору поршневого типа в комбинации с гидравлическим амортизатором. Рабочим элементом в цилиндре является технический газообразный азот. Давление газа в полости полностью разжатого цилиндра передней и задней подвесок

составляет $2,52 \pm 0,025$ и $0,79 \pm 0,016$ МПа. В качестве рабочей жидкости в цилиндре подвески применяется амортизаторная жидкость.

В работе [11] показано, что движение самосвала с кинематическим возбуждением колебаний от неровностей дороги можно описать такими же дифференциальными уравнениями, как и в случае динамического возбуждения колебаний. Последние в карьерных самосвалах наиболее часто возникают при погрузке материала в кузов из ковша экскаватора. Для составления дифференциальных уравнений вертикальных и вращательных колебаний карьерного самосвала вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс, представим его в виде математической модели, показанной на рис. 1, б, т.е. в виде жесткой балки, масса которой равна массе автомобиля. Будем считать, что жесткая балка опирается на систему пружин соответствующей жесткости, определяемой жесткостью подвески автомобиля, включая и жесткость шин. Введем следующие обозначения: m_A - эксплуатационная масса самосвала; для базовой модели БелАЗ 7555В $m_A = 40200$ кг. Все дальнейшие цифры и численные расчеты приводятся для базовой модели. Для простоты считаем, что масса порожнего автомобиля сосредоточена в центре его тяжести (точка ЦТ₁ на рис. 1, а); момент инерции системы относительно центральной поперечной оси определяем по приближенной формуле [8, 14]:

$$I_0 = \bar{m}_A l_1 l_2, \text{ кгм}^2, \quad (1)$$

где l_1 и l_2 – соответственно расстояние от центра тяжести до передней и задней подвесок самосвала; масса породы (грузоподъемность) самосвала $m_{\Pi} = 55000$ кг; масса груженого самосвала (полная) $m_{гр} = m_A + m_{\Pi} = 95200$ кг; масса $m_{гр}$ сосредоточена в центре тяжести ЦТ₂.

Точка ЦТ₂ находится на расстоянии d от центра ЦТ₁. Коэффициенты жесткости передней и задней подвесок соответственно равны C_1 (Н/м) и C_2 (Н/м), коэффициент жесткости шин равен C_0 (Н/м). Вязкое сопротивление переднего и заднего амортизаторов равно μ_1 (Н·с/м) и μ_2 (Н·с/м) соответственно. Полагая, что $C_0 = 2,4 \cdot 10^6$ Н/м; $C_1 = 1,27 \cdot 10^6$ Н/м; $C_2 = 1 \cdot 10^6$ Н/м. Для самосвала без груза $l_1 = 1,96$ м, $l_2 = 2,04$ м, $d = 0,681$ м. Вычислим приведенные коэффициенты жесткости передней C_{Π} и задней C_3 подвесок самосвала. Упругие элементы в передней части системы соединены последовательно, поэтому

$$\frac{1}{C_B} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_0} = \frac{C_0 + C_1}{C_1 \cdot C_0}; \quad C_{\Pi} = \frac{C_1 \cdot C_0}{C_0 + C_1}. \quad (2)$$

Подставим в уравнение (2) численные значения параметров и получим значение коэффициенты жесткости передней B и задней подвески A соответственно:

$$C_B = \frac{1,27 \cdot 10^6 \cdot 2,4 \cdot 10^6}{1,27 \cdot 10^6 + 2,4 \cdot 10^6} = 0,83 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

$$C_A = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 2,4 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 2,4 \cdot 10^6} = 0,83 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

Так как колебания самосвала происходят в его средней вертикальной продольной плоскости, то система имеет две степени свободы. За обобщенные

координаты принимаем вертикальное перемещение у центра масс О самосвала и угол его поворота ϕ (в модели - балки) вокруг оси, которая проходит через точку С параллельно осям автомобиля (рис. 1, в).

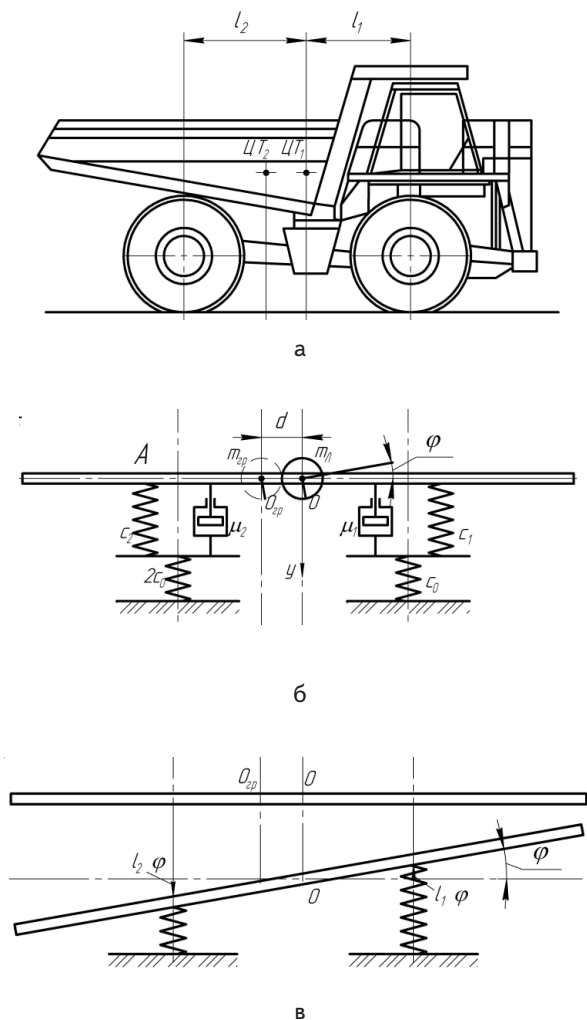


Рис. 1. Схема системы «карьерный самосвал-технологическая дорога»: а – общий вид системы; б – расчетная схема; в – обобщенные координаты u и ϕ

Кинетическая энергия системы T согласно теореме Кенига [14] определяется следующим равенством:

$$T = 0,5m_A \dot{y}^2 + 0,5I_0 \dot{\phi}^2. \quad (3)$$

Потенциальная энергия Π механической системы складывается из потенциальной энергии силы тяжести $\Pi_1 = -mgy$ и потенциальной энергии рессор и шин задней и передней подвесок A и B

$$\Pi_3 = \frac{C_A \cdot l_2 + C_B \cdot l_1}{I_0} = \frac{C_{12}}{I_0} = \frac{0,3652 \cdot 10^6}{0,1891 \cdot 10^6} = 1,9312 \frac{1}{c^2 \cdot m}.$$

Из рис. 1, в видно, что деформация подвески A от положения равновесия для малых углов равна $u + u_1 = u + l_2 \phi$. С учетом статической деформации f_A получим следующее соотношение: $u + u_1 + f_A = u + f_A + l_2 \phi$. Поэтому полная потенциальная энергия подвески A будет равна

$$\Pi_A = 0,5C_A (f_A + u + l_2 \phi)^2 - 0,5C_A \cdot f_A^2. \quad (4)$$

Аналогично для подвески B находим

$$\Pi_B = 0,5C_B (f_B + u + l_1 \phi)^2 - 0,5C_B \cdot f_B^2. \quad (5)$$

Потенциальная энергия колеблющегося самосвала равна

$$\begin{aligned} \Pi = \Pi_A + \Pi_B = & 0,5C_A (f_A + u + l_2 \phi)^2 - \\ & - 0,5C_A \cdot f_A^2 + \frac{1}{2}C_B + 0,5C_B (f_B + u - l_1 \phi)^2 - \\ & - 0,5C_B f_B^2 - m_A g \cdot y. \end{aligned} \quad (6)$$

В положении равновесия все обобщенные силы механической системы равны нулю [12]. Для нашей консервативной системы в положении равновесия (при $u = 0$ и $\phi = 0$) должны выполняться следующие равенства:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = 0. \quad (7)$$

Из равенства (8) находим производные

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = 0. \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & = \left[-m_A g + C_A (f_A + u + l_2 \phi)^2 + C_B (f_B + u - l_1 \phi) \right] = \\ & = -m_A g + C_A f_A + C_B \cdot f_B. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = 0. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & = \left[C_A (f_A + u + l_2 \phi)^2 + C_B (f_B + u - l_1 \phi) \cdot (-l_1) \right]_{y=0} = \\ & = C_A (f_A l_2) - C_B (f_B l_1). \end{aligned}$$

Из равенства (8) и (9) можно сделать вывод, что параметры механической системы удовлетворяют таким равенствам:

$$-m_A g + C_A \cdot f_A + C_B \cdot f_B = 0, \quad (10)$$

$$C_A \cdot f_A l_2 - C_B (f_B \cdot l_1) = 0. \quad (11)$$

Раскроем скобки в выражении (6) для потенциальной энергии и сгруппируем соответствующие члены

$$\begin{aligned} \Pi = & (-m_A g + C_A f_A + C_B f_B) u + \\ & + (C_A \cdot l_2 f_A - C_B \cdot l_1 f_B) \cdot \phi + \frac{1}{2} (C_A + C_B) u^2 + \\ & + \frac{1}{2} (C_A l_2^2 + C_B l_1^2) \phi^2 + (C_A \cdot l_2 - C_B l_1) u \cdot \phi. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом равенства (11) и (12) уравнение (13) принимает вид

$$\begin{aligned} \Pi_A = & \frac{1}{2} (C_A + C_B) u^2 + \frac{1}{2} (C_A l_2^2 + C_B l_1^2) \phi^2 + \\ & + (C_A l_2 - C_B l_1) u \cdot \phi \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) для потенциальной энергии легко также получить из следующих соображений. Из рис. 1, б следует, что сила тяжести, действующие на карьерный самосвал, уравновешивается упругими силами, которые обусловлены статическими деформациями подвесок и шин. При малых колебаниях рассматриваемого объекта около положения равновесия можно считать, что изменение потенциальной энергии связано с изменением величины деформации упругих элементов, которые входят в механическую систему. Учитывая эти деформации согласно рис. 1, в приходим к равенству (13). Обобщенным координатам y и ϕ соответствует линейная обобщенная скорость $\dot{y} = \partial y / \partial t$ и угловая обобщенная скорость $\dot{\phi} = \partial \phi / \partial t$ (см. (4)).

Потенциальная энергия консервативной механической системы с S степенями свободы определяется выражением

$$\Pi(q_1, q_2, \dots, q_s) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s C_{ij} q_i q_j, \tag{14}$$

где C_{ij} – обобщенные коэффициенты жесткости; эти коэффициенты вычисляются в положении равновесия $q_1 = q_2 = \dots = q_s = 0$ и, следовательно, все C_{ij} – постоянные числа, причем, $C_{ij} = C_{ji}$.

При числе степеней свободы системы $S = 2$ из (14) находим

$$\Pi = 0,5(C_{11}q_1^2 + 2C_{12}q_1q_2 + C_{22}q_2^2). \tag{15}$$

В нашем случае $q_1 = y$; $q_2 = \phi$, поэтому

$$\Pi = 0,5(C_{11}y^2 + 2C_{12}y \cdot \phi + C_{22}\phi^2). \tag{16}$$

Сравнивая выражения (13) и (16), находим обобщенные коэффициенты жесткости для нашего примера:

$$C_{11} = C_A + C_B = 0,83 \cdot 10^6 + 0,83 \cdot 10^6 = 1,66 \cdot 10^6 \text{ Н/м},$$

$$C_{12} = C_A \cdot l_2 - C_B \cdot l_1 = 0,83 \cdot 10^6 \cdot 2,04 - 0,83 \cdot 10^6 \cdot 1,96 = 0,0667 \cdot 10^6 \text{ Н}$$

$$C_{22} = C_A \cdot l_2^2 - C_B \cdot l_1^2 = 0,83 \cdot 10^6 \cdot 2,04^2 + 0,83 \cdot 10^6 \cdot 1,96^2 = 7,969 \cdot 10^6 \text{ Н.м}.$$

Кинетическая энергия механической системы в этом случае определяется равенством

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \tag{17}$$

где постоянные a_{ij} называются коэффициентами инерции.

Для системы с двумя степенями свободы из уравнения (17) получаем

$$T = \frac{1}{2}(a_{11}\dot{q}_1^2 + 2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + a_{22}\dot{q}_2^2).$$

Для нашего случая

$$T = \frac{1}{2}(a_{11}y^2 + 2a_{12}y\dot{\phi} + a_{22}\dot{\phi}^2). \tag{18}$$

Сравнивая правые части равенств (4) и (18), находим коэффициенты инерции:

$$a_{11} = m_A = 0,0402 \cdot 10^6 \text{ кг}; a_{12} = 0;$$

$$a_{22} = I_0 = 0,0402 \cdot 2,4 \cdot 1,96 = 0,1891 \cdot 10^6 \text{ кг.м}^2.$$

Составим уравнения Лагранжа второго рода для системы «карьерный самосвал-технологическая дорога». Предварительно находим производные уравнения (18), которые приведены ниже:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = a_{11}\dot{y} + a_{12}\dot{\phi}; \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) = a_{11}\ddot{y} + a_{12}\ddot{\phi}; \tag{19}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = a_{12}\dot{y} + a_{22}\dot{\phi}; \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) = a_{12}\ddot{y} + a_{22}\ddot{\phi}; \tag{20}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = C_{11}y + C_{12}\phi; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} = C_{12}y + C_{22}\phi. \tag{21}$$

По значениям этих производных составляем уравнение Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial \Pi}{\partial y}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \phi}.$$

и с учетом равенств (19)-(21) получим

$$a_{11}\ddot{y} - a_{12}\ddot{\phi} = -C_{11}y - C_{12}\phi; \tag{22}$$

$$a_{12}\ddot{y} - a_{22}\ddot{\phi} = -C_{12}y - C_{22}\phi. \tag{23}$$

С учетом величин коэффициентов инерции и приведенной жесткости, уравнения (22) и (23) перепишем в следующем виде:

$$m_A \ddot{y} + (C_A + C_B)y + (C_A l_2 - C_B l_1)\phi = 0; \tag{24}$$

$$I_0 \ddot{\phi} + (C_A l_2 - C_B l_1)y + (C_A l_2^2 + C_B l_1^2)\phi = 0; \tag{25}$$

$$\ddot{y} + \frac{C_A + C_B}{m_A}y + \frac{C_A l_2 - C_B l_1}{m_A}\phi = 0; \tag{26}$$

$$\ddot{\phi} + \frac{C_A \cdot l_2 - C_B \cdot l_1}{I_0}y + \frac{C_A l_2^2 + C_B l_1^2}{I_0}\phi = 0. \tag{27}$$

Введем следующие обозначения и вычислим их величину:

$$D_1 = \frac{C_A + C_B}{m_A} = \frac{C_{11}}{m_A} = \frac{1,66 \cdot 10^6}{0,0402 \cdot 10^6} = 41,2935 \text{ с}^{-2};$$

$$D_2 = \frac{C_A \cdot l_2 + C_B \cdot l_1}{m_A} = \frac{C_{12}}{m_A} = \frac{0,3652 \cdot 10^6}{0,0402 \cdot 10^6} = 9,0846 \text{ м/с}^2;$$

$$D_3 = \frac{C_A \cdot l_2 - C_B \cdot l_1}{I_0} = \frac{C_{12}}{I_0} = \frac{0,3652 \cdot 10^6}{0,1891 \cdot 10^6} = 1,9312 \frac{1}{\text{с}^2 \cdot \text{м}}.$$

$$D_4 = \frac{C_A \cdot l_2^2 + C_B \cdot l_1^2}{I_0} = \frac{C_{22}}{I_0} = \frac{7,769 \cdot 10^6}{0,1891 \cdot 10^6} = 41,0841 \text{ с}^{-2}.$$

При введенных обозначениях уравнения (26) и (27) перепишем в форме

$$\ddot{y} + D_1 \cdot y + D_2 \cdot \phi = 0; \tag{28}$$

$$\ddot{\phi} + D_3 \cdot y + D_4 \cdot \phi = 0. \tag{29}$$

Уравнение (28) и (29) представляют собой систему двух однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. При интегрировании этих уравнений необходимо учесть, что система совершает малые колебания около положения устойчивого равновесия. В таком случае частные решения уравнений (28) и (29) можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} y &= -A \sin(kt + \alpha), \\ \phi &= B \sin(kt + \alpha). \end{aligned} \right\} \tag{30}$$

Продифференцируем уравнения (30) дважды по времени t и получим

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y} &= -Ak^2 \sin(kt + \alpha), \\ \ddot{\phi} &= Bk^2 \sin(kt + \alpha) \end{aligned} \right\}$$

Подставим полученные выражения в уравнение (28) и (29)

$$-Ak^2 \sin(kt + \alpha) + D_1 A \sin(kt + \alpha) + D_2 B \sin(kt + \alpha) = 0,$$

$$-Bk^2 \sin(kt + \alpha) + D_3 A \sin(kt + \alpha) + D_4 B \sin(kt + \alpha) = 0.$$

Так как в общем случае $\sin(kt + \alpha) \neq 0$, то коэффициенты при члене уравнения $\sin(kt + \alpha)$ равны нулю. Поэтому

$$\left. \begin{aligned} (D_1 - k^2)A + D_2 B &= 0 \\ D_3 A + (D_4 - k^2)B &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

Однородная линейная система уравнений (31) имеет решения, отличные от нуля тогда, когда соответствующий определитель системы равен нулю, т.е.

$$\begin{vmatrix} (D_1 - k^2) & D_2 \\ D_3 & (D_4 - k^2) \end{vmatrix} = 0.$$

Отсюда находим уравнение частот

$$\begin{aligned} (D_1 - k^2) \cdot (D_4 - k^2) - D_2 \cdot D_3 &= 0; \\ k^4 - (D_1 + D_4) \cdot k^2 + (D_1 D_4 - D_2 D_3) &= 0. \end{aligned} \tag{32}$$

Из уравнения (32) находим квадрат частоты колебаний механической системы k :

$$\begin{aligned} k^2 &= 0,5(D_1 + D_4) \pm \\ &\pm \sqrt{0,25(D_1 + D_4)^2 - (D_1 D_4 - D_2 D_3)}. \end{aligned} \tag{33}$$

Подставим в уравнение (33) численные значения его параметров и найдем собственные частоты колебаний системы «карьерный самосвал» $k_1 = 6,70 \text{ с}^{-1}$; $k_2 = 6,12 \text{ с}^{-1}$. Этим частотам соответствуют периоды колебаний $\tau_1 = 2\pi/k_1 = 0,94 \text{ с}$ или 64 кол./мин.; и $\tau_2 = 1,03 \text{ с}$ или 58 кол./мин.

Свяжем свободные колебания системы «карьерный самосвал» с неровностями дорожного полотна. Запишем уравнение поверхности дороги в следующем виде [3]: $y = a \sin(2\pi vt/l)$, где a – глубина неровности, м; l – длина неровности, м; v – скорость движения самосвала, м/с.

Приравнивая частоту «возмущающей силы», вызванной неровностью дорожного полотна, и частоту собственных колебаний системы «карьерный самосвал», найдем критические скорости движения, т.е. такие скорости, при которых наступает резонанс автомобиля, и амплитуда колебаний становится недопустимо большой: $k_1 = 2\pi v_1/l$; $V_1 = k_1 l / 2\pi = 6,7 \cdot 10 / 2\pi = 10,66 \text{ м/с} = 38,4 \text{ км/ч}$; $V_2 = k_2 l / 2\pi = 6,12 \cdot 10 / 2\pi = 9,74 \text{ м/с} = 35,1 \text{ км/ч}$.

В этих расчетах мы полагали, что длина неровности $l = 10 \text{ м}$. При уменьшении длины неровности до $l = 5 \text{ м}$, критическая скорость движения уменьшается до $V_{кр} = 20 \text{ км/ч}$, что довольно хорошо согласуется с данными соответствующей инструкции [1]. Параметры собственных колебаний самосвала БелАЗ-7555В приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры собственных колебаний самосвала БелАЗ-7555В

$k, \text{ с}^{-1}$	$\tau, \text{ с}$	$n, \text{ колеб./мин}$	$V, \text{ км/ч}$	$\mu_1, \text{ см/град}$	$\mu_2, \text{ см/град}$
6,70	0,94	64	38,4	3,9	-4,09
6,12	1,03	58	35,1	-	-

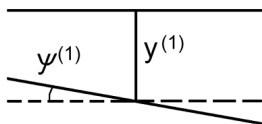
Для дальнейшего исследования колебаний карьерного самосвала вычисляем коэффициенты распределения

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{A_1}{B_1} = -\frac{C_{11} - a_1 \cdot k_1^2}{C_{12} - a_{12} \cdot k_1^2} = \frac{1,66 - 0,0402 \cdot 44,9540}{0,0664} = \\ &= 2,216 \frac{\text{м}}{\text{рад}} = 221,6 \frac{\text{см}}{\text{рад}} = 3,9 \frac{\text{см}}{\text{град}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \frac{A_2}{B_2} = -\frac{C_{11} - a_{11} \cdot k_2^2}{C_{12} - a_{12} \cdot k_2^2} = \frac{1,66 - 0,0402 \cdot 37,4178}{0,0664} = \\ &= -2,346 \frac{\text{м}}{\text{рад}} = -234,6 \frac{\text{см}}{\text{рад}} = -4,09 \frac{\text{см}}{\text{град}}, \end{aligned}$$

которые показывают, что если в первом главном колебании механической системы центр масс ЦТ опускается на расстояние 3,9 см, то шасси самосвала повернется одновременно по ходу часовой стрелки на один градус. Во втором главном колебании системы при опускании центра масс на 4,1 см, шасси самосвала повернется на один градус против хода часовой стрелки. Формы главных колебаний показаны на рис. 2.

Первое главное колебание



Второе главное колебание

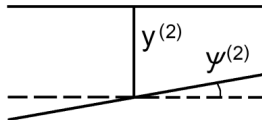


Рис. 2. Главные колебания системы «карьерный самосвал» соответственно при длине неровности дороги $l=10$ м и $l=5$ м

Составим общее решение дифференциальных уравнений малых колебаний самосвала (28) и (29):

$$y = \mu_1 B_1 \sin(k_1 t + \alpha_1) + \mu_2 B_2 \sin(k_2 t + \alpha_2), \tag{34}$$

$$y = B_1 \sin(k_1 t + \alpha_1) + B_2 \sin(k_2 t + \alpha_2). \tag{35}$$

Здесь величины k_1, k_2, μ_1, μ_2 вычислены по ранее приведенным формулам, а произвольные постоянные $B_1, B_2, \alpha_1, \alpha_2$ можно определить, используя следующие начальные условия:

$$t = 0; y_0 \Big|_{t=0} = 0; \dot{y}_0 \Big|_{t=0} = 0; \phi_0 \Big|_{t=0} = 2\dot{\theta} \Big|_{t=0}; \dot{\phi}_0 \Big|_{t=0} = 0. \tag{36}$$

Для применения начальных условий (36), дифференцируем уравнения (34) и (35) по времени t

$$\dot{y} = \mu_1 B_1 \cdot k_1 \cos(k_1 t + \alpha_1) + \mu_2 B_2 k_2 \cos(k_2 t + \alpha_2), \tag{37}$$

$$\dot{\phi} = B_1 \cdot k_1 \cos(k_1 t + \alpha_1) + B_2 k_2 \cos(k_2 t + \alpha_2). \tag{38}$$

Подставим условия (37) в уравнения (35), (36), (38) и (39), получим

$$0 = \mu_1 B_1 \sin(\alpha_1) + \mu_2 B_2 \sin(\alpha_2); \tag{39}$$

$$\phi_0 = B_1 \sin(\alpha_1) + B_2 \sin(\alpha_2); \tag{40}$$

$$0 = \mu_1 B_1 k_1 \cos(\alpha_1) + \mu_2 B_2 k_2 \cos(\alpha_2); \tag{41}$$

$$0 = B_1 k_1 \cos(\alpha_1) + B_2 k_2 \cos(\alpha_2). \tag{42}$$

Из уравнений (40) и (42) находим $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2) = 0$, откуда $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$.

Из уравнений (40) и (41) находим $B_1 = -B_2 \cdot \mu_2 / \mu_1$;

$$B_2 = \frac{\phi_0 \cdot \mu_1}{\mu_1 - \mu_2} = \frac{0,34 \cdot 0,2216}{0,2216 - (-0,2346)} = 0,165 \text{ рад};$$

$$B_1 = 0,165 \cdot \frac{0,2346}{0,2216} = 0,180 \text{ рад}.$$

Таким образом, задача исследования свободных колебаний системы «карьерный самосвал» БелАЗ-7555В без груза (порожного) решена.

При исследовании колебаний груженого автомобиля, необходимо изменить численные значения не-

которых величин, таких как $m_A \rightarrow m_r = 0,0952 \cdot 10^6$ кг; $l_1 = 2,681$ м; $l_2 = 1,319$ м.

Тогда $C_{11} = 1,66 \cdot 10^6$ Н/м;

$$C_{12} = C \cdot (l_1 - l_2) = 0,83 \cdot 10^6 \cdot (2,681 - 1,319) = 0,03569 \cdot 10^6 \text{ Н};$$

$$C_{22} = C \cdot (l_1^2 - l_2^2) = 7,4098 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad a_{11} = 0,0952 \cdot 10^6 \text{ кг};$$

$$a_{12} = a_{21} = 0;$$

$$a_{22} = I_{or} = m_p l_1 l_2 = 0,0952 \cdot 2,681 \cdot 1,319 = 0,3366 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

А уравнение частот можно записать в следующем виде:

$$a_{11} \cdot a_{22} \cdot k^4 - (a_{11} \cdot C_{22} + a_{22} C_{11}) \cdot k^2 + C_{11} C_{22} = 0.$$

Подстановка численных значений приведенных коэффициентов жесткости и инерции дает уравнение $0,0320k^4 - 1,2642k^2 + 12,3003 = 0$, которое позволяет вычислить параметры собственных колебаний груженого самосвала БелАЗ-7555В. Эти параметры приведены в табл. 2.

Из сравнения данных табл. 1, 2, видно, что для груженого самосвала собственная частота колебаний несколько уменьшается, что с физической точки зрения вполне понятно – большая масса обладает большей инертностью.

Таблица 2

Параметры собственных колебаний груженого автосамосвала БелАЗ – 7555В

k, c^{-1}	τ, c	$n,$ колеб./мин.	$V,$ км/ч	$\mu_1, cм/град.$	$\mu_2, cм/град.$
6,60	0,952	63	34	3,75	-4,95
5,22	1,20	50	42	-	-

5. Исследование влияние демпфера передней и задней подвесок на собственные колебания системы «карьерный самосвал» при его движении по дороге с неровностями

Предположим, что на систему действуют силы сопротивления \bar{R}_k , которые пропорциональны скорости движения его частей \bar{v}_k , то есть $\bar{R}_k = -\mu_k \bar{v}_k = -\mu_k \dot{q}_k$, где μ - постоянные коэффициенты сопротивления.

Если использовать тождество Лагранжа $(\partial \bar{T} / \partial \dot{q}_i) = (\partial \dot{T} / \partial \dot{q}_i)$, то обобщенная сила сопротивления Q_i^Φ от сил сопротивления может быть выражена в форме

$$Q_i^\Phi = \sum_{k=1}^n \bar{R}_k \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \dot{q}_i} = - \sum_{k=1}^n \mu_k \bar{v}_k \frac{\partial \dot{q}_k}{\partial \dot{q}_i} = - \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left[\sum \frac{\mu_k \bar{v}_k}{2} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} \right]. \tag{43}$$

Здесь

$$\Phi = \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k \bar{v}_k^2}{2} = \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k \dot{q}_k^2}{2} \tag{44}$$

- диссипативная функция. Она в общем случае характеризует скорость убывания полной механической энергии вследствие действия линейных сил сопротивления. Всегда справедливо следующее энергетическое соотношение: $\Phi = -\frac{1}{2} \frac{dE}{dt}$, где $E = T + \Pi$ - полная механическая энергия системы.

По своей структуре диссипативная функция (44) аналогична кинетической энергии механической системы, только в формулу диссипативной функции входят коэффициенты сопротивления μ_k , а в формулу для кинетической энергии - масса m_k .

В общем случае диссипативная функция (44) может быть представлена в виде

$$\Phi = \frac{1}{2} (\mu_{11} \dot{y}^2 + 2\mu_{12} \dot{y}\dot{\phi} + \mu_{22} \dot{\phi}^2). \quad (45)$$

Отсюда находим производные

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \mu_{11}; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial \phi} = \mu_{12}; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = \mu_{22}. \quad (46)$$

Подставляя эти значения в уравнение Лагранжа второго рода, получаем следующую систему уравнений собственных колебаний самосвала с учетом наличия линейного сопротивления демпфера:

$$\begin{cases} (a_{11} \ddot{y} + \mu_{11} \dot{y} + C_{11} y) + \mu_{12} \dot{\phi} = 0 \\ \mu_{12} \dot{y} + (a_{22} \ddot{\phi} + \mu_{22} \dot{\phi} + C_{22} \phi) = 0 \end{cases}. \quad (47)$$

Коэффициенты системы (47) удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} a_{11} > 0; \quad a_{22} > 0; \quad C_{11} > 0; \quad C_{22} > 0; \\ \mu_{11} > 0; \quad \mu_{22} > 0; \quad \mu_{11} \mu_{22} - \mu_{12}^2 > 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Решение системы уравнений (47) можно искать в форме

$$y = C_1 e^{\lambda t}; \quad \phi = C_2 e^{\lambda t}. \quad (49)$$

Найдя соответствующие производные и подставив их совместно с равенствами (49) в систему уравнений (47), а также сокращая на величину $e^{\lambda t}$, получаем

$$\begin{cases} C_1 (a_{11} \lambda^2 + \mu_{11} \lambda + C_{11}) + C_2 \mu_{12} \lambda = 0 \\ C_1 \mu_{12} \lambda + C_2 (a_{22} \lambda^2 + \mu_{22} \lambda + C_{22}) = 0 \end{cases}. \quad (50)$$

Для того чтобы эта система однородных линейных уравнений относительно неизвестных C_1 и C_2 имела ненулевые решения, нулю должен быть равен определитель этой системы, т.е.

$$\begin{vmatrix} (a_{11} \lambda^2 + \mu_{11} \lambda + C_{11}) & \mu_{12} \lambda \\ \mu_{12} \lambda & (a_{22} \lambda^2 + \mu_{22} \lambda + C_{22}) \end{vmatrix} = 0. \quad (51)$$

Из уравнения (51) получаем характеристическое уравнение четвертой степени для параметра λ . В раз-

вернутом виде характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} a_{11} a_{22} \lambda^4 + (a_{11} \mu_{22} + a_{22} \mu_{11}) \lambda^3 + \\ (a_{11} C_{22} + a_{22} C_{11} + \mu_{11} \mu_{22} - \mu_{12}^2) \lambda^2 + \\ (\mu_{11} C_{22} + \mu_{22} C_{11}) \lambda + C_1 C_2 = 0 \end{aligned} \quad (52)$$

Данное уравнение имеет четыре корня. Каждому из четырех корней соответствуют определенные значения постоянных C_1 и C_2 . Из уравнений (52) нельзя определить постоянные C_1 и C_2 для каждого корня λ_i , а можно найти лишь их отношение:

$$\frac{C_2^{(i)}}{C_1^{(i)}} = \frac{a_{11} \lambda_i^2 + \mu_{11} \lambda_i + C_{11}}{\mu_{12} \lambda_i} = -\frac{\mu_{12}}{a_{22} \lambda_i^2 + \mu_{22} \lambda_i + C_{22}}, \quad (53)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$.

Здесь индекс i указывает, для какого корня λ_i берутся постоянные.

В настоящей работе мы не будем производить подробный анализ решений системы уравнений (50), а выясним влияние линейного сопротивления демпфера на скорость движения карьерного самосвала по технологическим дорогам и определим ту скорость, при которой наступает резонанс системы. Для этого достаточно исследовать колебания передней или задней частей самосвала при их повороте вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс системы. При решении задачи можно воспользоваться моделью (рис. 3), которая была приведена в работе [4]. Математическую модель будем использовать при совпадении центра тяжести ЦТ - точки 0 с точками передней В или задней А подвесок.

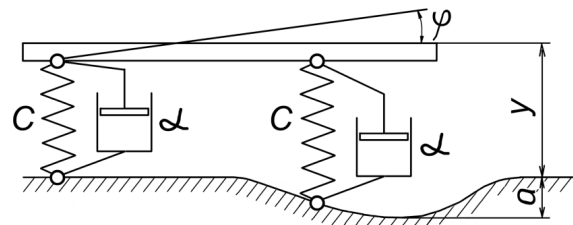


Рис. 3. Схема математической модели для расчета влияния линейного сопротивления демпфера l на величину критической скорости самосвала v_k при его движении по неровной дороге

Обозначим: I_0 - момент инерции системы «карьерный самосвал» относительно точки 0, $кг \cdot м^2$; l - расстояние от точки 0 до соответствующей подвески, $м$; C - суммарная жесткость подвески, $Н/м$ (в первом приближении жесткостью шин для данного случая можно пренебречь); α - эффективный коэффициент сопротивления демпфера, $Н \cdot с/м$; ϕ - угол поворота шасси, $рад$.

В этих обозначениях кинетическая T и потенциальная Π энергии, а также диссипативная функция Релея R равны

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\dot{\phi}^2. \tag{54}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}C(\ell\phi - y)^2. \tag{55}$$

$$R = \frac{1}{2}\alpha(\ell\dot{\phi} - \dot{y})^2. \tag{56}$$

Находим производные этих выражений $\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = I_0 \cdot \dot{\phi}$;
 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) = I_0 \ddot{\phi}$; $\frac{\partial T}{\partial \phi} = 0$; $\frac{\partial \Pi}{\partial \phi} = C(\ell\phi - y) \cdot \ell$; $\frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}} = \alpha \cdot (\ell\dot{\phi} - \dot{y}) \cdot \ell$,
 подставляем их в уравнение Лагранжа второго рода $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} - \frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}}$ и получаем уравнение

$$I_0 \ddot{\phi} + \alpha \ell (\ell\dot{\phi} - \dot{y}) + C \ell (\ell\phi - y) = 0. \tag{57}$$

Последние уравнение с учетом равенства $y = a \sin((2\pi\nu/l) \cdot t)$, которое описывает рельеф дороги, переписываем в следующей форме:

$$\ddot{\phi} + 2n\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = b \cdot \sin\left(\frac{2\pi\nu t}{l_1} - \gamma\right) + \frac{\omega_0^2 a}{l_1}, \tag{58}$$

где

$$b = \sqrt{\left(\frac{2\pi\nu a \alpha \ell}{l_1 J_0}\right)^2 + \omega_0^4 \left(\frac{\alpha}{l_1}\right)^2};$$

$$tg \gamma = \frac{\omega_0^2 l_1}{4\pi n \nu}; 2n = \frac{\alpha l^2}{J_0}; \omega_0^2 = \frac{cl^2}{J_0}. \tag{59}$$

Решение уравнения (58) можно представить в виде

$$\phi = A \sin\left(\frac{2\pi\nu t}{l_1} - \gamma\right) + B \cos\left(\frac{2\pi\nu t}{l_1} - \gamma\right) + D. \tag{60}$$

Очевидно, что $D = a/l$, и для определения постоянных A и B получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{cases} \left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right] \cdot A - \left[2n \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right) \right] \cdot B = b \\ \left[2n \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right) \right] \cdot A + \left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right] \cdot B = 0 \end{cases} \right\}. \tag{61}$$

Отсюда находим

$$A = \frac{b \left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right]}{\left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right]^2 + 4n^2 \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2}, \tag{62}$$

$$B = \frac{2nb \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)}{\left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right]^2 + 4n^2 \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2}. \tag{63}$$

Для последующего анализа решение уравнения (60) представим в другом виде

$$\phi = \phi_0 \sin\left[\left(\frac{2\pi\nu t}{l_1}\right) + \beta\right] + \frac{a}{l}, \tag{64}$$

где

$$\phi_0 = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{b}{\sqrt{\left[\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2 \right]^2 + 4n^2 \left(\frac{2\pi\nu}{l_1}\right)^2}}. \tag{65}$$

Из анализа равенства (65) видно, что в первом приближении амплитуда колебаний ϕ_0 достигает максимального значения при скорости

$$\omega_0 = \frac{2\pi\nu}{l_1}, \nu = \frac{l_1}{2\pi} \sqrt{\frac{cl^2}{J_0}}. \tag{66}$$

Максимальное значение амплитуды колебаний в зависимости от скорости движения самосвала находим из условия $\frac{d\phi_0}{d\nu} = 0$ или

$$\left. \begin{aligned} &2 \left(\frac{2n}{l_1}\right) \cdot a^2 \left[\omega_0^4 - 2\omega_0^2 \omega^2 + \omega^4 + 4n^2 \omega^2 \right] + \\ &+ 4 \left[\left(\frac{2n}{l_1}\right)^2 a^2 \omega^2 + \omega_0^4 \left(\frac{a}{l_1}\right)^2 \right] \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 + 2n^2) = 0 \end{aligned} \right\}, \tag{67}$$

где $\omega = 2\pi\nu/l_1$.

Из выражения (67) после преобразований находим

$$n^2 \omega^4 + \omega_0^4 \omega^2 - \omega_0^6 = 0. \tag{68}$$

При отсутствии в системе «карьерный самосвал» демфера, т.е. процесса затухания колебаний, $n = 0$ и из анализа уравнения (68) ясно, что амплитуда вынужденных колебаний механической системы достигает наибольшего значения при резонансе $\omega = \omega_0$ (уравнение (66)).

При наличии в системе «карьерный самосвал» демфера, наблюдается процесс затухания колебаний и из (68) находим, что

$$\omega = \sqrt{-\frac{\omega_0^2}{2n} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^8}{4n^4} + \frac{\omega_0^6}{n^2}}}. \tag{69}$$

Так как физический смысл имеет только действительный корень уравнения, то критическая скорость движения карьерного самосвала ν_K определяется следующим выражением:

$$k = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{\omega_0^2}{2n} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^8}{4n^4} + \frac{\omega_0^6}{n^2}}} \quad (70)$$

В первом приближении момент инерции системы «карьерный самосвал» при его колебаниях около точки какой-либо подвески (А или В) можно вычислить как момент инерции однородного стержня относительно его концов

$$J_0 = \frac{1}{3} ml^2 = \frac{1}{3} 95200 \cdot 4^2 = 0,507 \cdot 10^6 \text{ (кг}\cdot\text{м}^2\text{)}. \quad (71)$$

В таком случае собственная частота колебаний ω_0 системы «карьерный самосвал» равна

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{cl^2}{J_0}} = \sqrt{\frac{0,83 \cdot 10^6 \cdot 4^2}{0,507 \cdot 10^6}} = 5,12 \text{ (с}^{-1}\text{)}. \quad (72)$$

При этом критическая скорость движения самосвала при $l_1 = 10$ м равна

$$v_k = \frac{l_1}{2\pi} \omega_0 = \frac{10}{2 \cdot 3,14} 5,12 = 8,15 \text{ (м/с)} = 30 \text{ км/ч.}$$

На рис. 4, построенном по данным табл. 3, показана зависимость критической скорости движения самосвала по технологическим дорогам, вычисленная по формуле (70), от величины линейного сопротивления демпфера n , причем $\omega_0 = 5,12 \text{ с}^{-1}$. Из этого рисунка видно, что увеличение линейного сопротивления демпфера уменьшает величину амплитуды колебаний в максимуме и, в то же время, приводит к необходимости уменьшения скорости движения самосвала по технологическим дорогам. Последнее становится понятным из чисто физических соображений: движение по неровной дороге требует дополнительного расхода энергии. Наличие демпфера в подвеске самосвала приводит к незначительному уменьшению критической скорости движения самосвала.

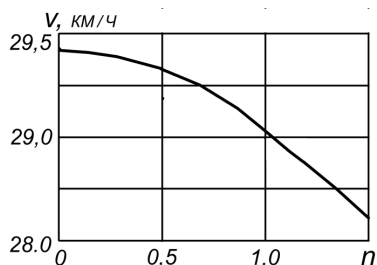


Рис. 4. Вычисленная зависимость критической скорости движения самосвала по технологическим дорогам v_k от величины линейного сопротивления демпфера n

Таблица 3

Зависимость критической скорости движения самосвала v_k от величины линейного сопротивления демпфера n

n	$1 \cdot 10^{-6}$	0,5	1	1,5
$V(n)$	29,355	29,198	28,81	28,234

6. Выводы

Проведенные аналитические исследование свободных колебаний в системе «карьерный самосвал-технологическая дорога» на примере карьерного самосвала БелАЗ-7555В, при его движении по технологическим дорогам позволяют сделать следующие выводы.

Вертикальное смещение центра масс самосвала и угол поворота массы вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс, при движении по неровной дороге, представляют собой гармонические колебания. Для нагруженного самосвала циклическая частота собственных колебаний несколько уменьшается, по сравнению с ненагруженным, что обусловлено возросшей инертностью. Всегда существует критическая скорость движения карьерного самосвала при его движении по неровной дороге, при которой амплитуда колебаний становится недопустимо большой, в результате чего нагрузки на узлы и детали недопустимо возрастают.

Литература

1. Карьерные самосвалы БелАЗ 7555В, 7555Е и их модификации. Руководство по эксплуатации 7555В – 3902015 РЭ [Текст]. – Республика Беларусь. - 25-2 с.
2. Rud, Yu. S. Theory of wear of details of machines, founded on uses of lows cooperation of atoms in crystalline grates of mets als [Текст] / Yu. S. Rud, I. S. Radchenko, V. Yu. Belonozko, A. S. Tkachenko // Nauka i studia. - 2009. - №6(18). - P. 13-21.
3. Рудь, Ю. С. Теория колебаний механических систем с кинематическим возбуждением и ее применение к движению карьерных самосвалов [Текст] / Ю. С. Рудь, И. С. Радченко, В. Ю. Белоножко, А. С. Ткаченко // Восточно-Европейский журнал переводных технологий. – 2010 – №2/9(44). – С. 32-38.
4. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст] / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1985. – 472 с.
5. Ден-Гартог, Дж. Механические колебания [Текст] / Дж. Ден-Гартог. - М.: Физматгиз, 1960. - 574 с.
6. Мандельштам, Л. И. Лекции по колебаниям. Собр. Трудов [Текст] / Л. И. Мандельштам. - М.: Издательство АН СССР, 1955. – 472 с.
7. Ротенберг, Р. В. Подвеска автомобиля: Колебания и плавность хода [Текст] / Р. В. Ротенберг. – М.: Машгиз, 1972. – 392 с.
8. Божкова Л. В. Влияние вынужденных колебаний кузова на опрокидывание автомобиля при объезде препятствия [Текст] / Л. В. Божкова, В. Г. Рябов, Г. И. Норицина // Транспортное дело России. - №3. – 2009.
9. Шупляков, С. М. Колебания и нагруженность трансмиссии автомобиля [Текст] / С.М. Шупляков. – М.: Транспорт, 1974. - 328 с.
10. Безбородова, Г. Б. Моделирование движения автомобиля [Текст] / Г. Б. Безбородова, В. Г. Галушко. – К.: Вища школа, 1978. – 168 с.
11. Рудь, Ю. С. Исследование поперечных колебаний карьерного самосвала, вызванных неровностями до-

рожного полотна [Текст] / Ю. С. Рудь, И. С. Радченко, В. Ю. Белоножко, А. С. Ткаченко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. - Серія Гірничо-електромеханічна. - Випуск 18 (172). - Донецьк: ДНТУ. - 2010. - С. 234-241.

12. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики [Текст] / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. - Т. 2. - М.: Наука, 1979. - 544 с.

Проведено дослідження напружено-деформованого стану двохопного хвостового з'єднання грибовидного типу в межах пружних деформацій за допомогою програмного комплексу ANSYS. Виконано порівняння одержаних результатів з експериментальними та розрахунковими даними. Визначені зони, що представляють найбільшу небезпеку внаслідок силової та геометричної концентрації напруг

Ключові слова: напружено-деформований стан, тензометрування, хвостове з'єднання, робоча лопатка, парова турбіна

Проведено исследование напряженно-деформированного состояния двухопного хвостового соединения грибовидного типа в пределах упругих деформаций с помощью программного комплекса ANSYS. Выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными и расчетными данными. Определены зоны, которые представляют наибольшую опасность вследствие силовой и геометрической концентрации напряжений

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, тензометрирование, хвостовое соединение, рабочая лопатка, паровая турбина

УДК 621.165

НАПРЯЖЕННО - ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГРИБОВИДНЫХ ХВОСТОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ РАБОЧИХ ЛОПАТОК ПАРОВЫХ ТУРБИН

Т. Н. Фурсова

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра теплоэнергетики и энергосбережения
Украинской инженерно-педагогической академии
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина, 61003
E-mail: Tatiana_fursova@mail.ru

1. Введение

Энергетика Украины базируется, в основном, на энергоблоках с паровыми турбинами единичной мощностью 200 и 300 МВт, значительная часть которых выработала расчетный и продленный ресурсы. Восстановление потенциала электростанций, обеспечивающего бесперебойную качественную поставку потребителям электроэнергии путем замены изношенного оборудования на новое, требует больших материальных затрат и времени.

Альтернативным решением является продление ресурса службы существующего оборудования на основе глубокого анализа его состояния и, при необходимости, частичной замены элементов, дальнейшая работа которых не гарантирована без повреждений. При этом чрезвычайно важной является проблема обеспечения надежности как эксплуатируемых, так и вновь вводимых агрегатов.

Элементы проточной части паровых турбоагрегатов, в особенности большой единичной мощности на сверхкритические параметры пара, подвержены высоким удельным нагрузкам. Длительная безаварийная работа агрегатов в значительной мере зависит от

долговечности лопаточного аппарата. К наиболее ответственным и напряженным узлам проточной части относятся хвостовые соединения, предназначенные для крепления рабочих лопаток на роторе.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Напряженное состояние многоопорных хвостовых соединений характеризуется общей и местной неравномерностями напряжений и деформаций. Общая неравномерность напряженного состояния во многом определяется неравномерностью распределения нагрузки по отдельным зубцам, а также зависит от конфигурации соединения, условий силового взаимодействия сопрягаемых деталей хвостовика и грибка обода диска, свойств материалов деталей соединения при рабочей температуре. Кроме того, технология изготовления хвостовой пары обуславливает разброс размеров хвостовика и грибка обода диска в пределах поля допусков, что приводит, зачастую, к отсутствию контакта на отдельных зубцах. Местная неравномерность напряженного состояния определяется концен-