24. Плотников П.К., Челноков Ю.Н. Применение кватернионных матриц в теории конечного поворота твердого тела. – Сб. научно-методич. статей по теоретической механике, 1981, вып. 11, с. 122-129
25. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. / В.П. Сигорский. – Киев.: Техніка, 1977. – 768 с.
26. Тараканов В.Е. Комбинаторные задачи и (0, 1) – матрицы. / В.Е. Тараканов. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1985. – 192с.

УДК 677.027

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОДОГРЕВА ШЕРСТИ В КИПАХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

П.В. Потапский*

Л.Н. Михайлова*

*Подольский государственный аграрно-технический университет

Получено аналітичний вираз підігріву вовни в зимовий період електромагнітною енергією КВЧ діапазону, який дозволяє ухвалити потужність ЕПМ та час нагрівання

Ключові слова: електромагнітна енергія

Получено аналитическое выражение подогрева шерсти в зимний период электромагнитной энергией КВЧ диапазона, которое позволяет определить мощность ЭМП и время нагрева

Ключевые слова: электромагнитная энергия

Получено аналитическое выражение подогрева шерсти в зимний период электромагнитной энергией КВЧ диапазона, которое позволяет определить мощность ЭМП и время нагрева

Постановка проблемы

Одним из основных элементов процесса первичной обработки шерсти в зимний период является ее подогрев в кипах до 25°С и угнетение вредных микроорганизмов, так как в 1г шерсти содержится до 700 млн. бактерий.

Из вышесказанного следует, что подогрев шерсти в кипах желательно проводить таким способом, который минимизирует непроизводственные потери энергии, сохранить природные свойства шерсти, уничтожить вредные микроорганизмы, будет экологически безопасным с одной стороны, а с другой - позволит контролировать и регулировать ход процесса.

Всем этим требованиям отвечает электромагнитный нагрев шерсти.

При его использовании весь объем нагревается одновременно до одной и той же температуры за короткий промежуток времени.

Положительным фактором в данном случае является и то, что данная задача может быть теоретически описана и строго решена. Возможность получения аналитического выражения, описывающего течение процесса подогрева шерсти, позволит устанавливать необходимую мощность ЭМП и время нагрева.

Анализ предшествующих исследований

По данным литературных источников |1,2|, электромагнитная энергия давно нашла применение для сушки материалов, дезинфекции зерна, уничтожения вредителей-насекомых, обработки комбикорма, стерилизации тары, инструментов, спецодежды. Однако следует отметить, что результаты, полученные в этих работах, не могут быть использованы для разогрева шерсти в кипах и уничтожения вредных микроорганизмов.

Формирование целей статьи

Целью настоящей статьи является проведение теоретического анализа процесса разогрева шерсти в кипах электромагнитной энергией с установлением мощности ЭМП и времени разогрева.

Основная часть

Пусть кипа шерсти помещена в металлическую камеру, имеющую форму параллелепипеда с размерами: ширина 800 мм; высота 600 мм; длина 900 мм. В камеру закачивается электромагнитная энергия, то есть камера является объемным резонатором, заполненным средой с потерями. Будем предполагать, что камера рассчитана таким образом, что напряженность электрического поля во всех точках практически постоянна. Это позволяет считать, что температурный режим по всему объему кипы с шерстью будет одинаков.

При построении математической модели процесса электромагнитного нагрева шерсти будем рассматривать нагреваемый объем, как изотропную среду. Будем считать, что на границах объема шерсти, которые контактируют со стенками камеры, нет значительных температурных градиентов, меняющих общую картину процесса.

Исходя, из технологических соображений процесс переноса тепла будет происходить вдоль длины камеры, т.е. вдоль оси OZ (рис. 1).

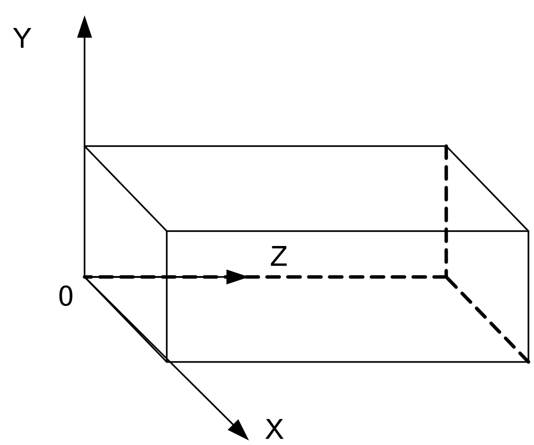

Рис. 1. Эскиз резонаторной камеры для подогрева шерсти в кипах

В этом случае для подогрева шерсти можно использовать уравнение теплопроводности Дарси:

$$(1-\xi)c\rho\frac{\partial T}{\partial t}=\gamma\frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}+\phi(z,t), \qquad (1)$$

где A - удельная теплоемкость, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$;

ρ - плотность шерсти в кипе, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

T - функция, описывающая изменения температуры шерсти в кипе в зависимости от координат и времени, К;

t - время протекания процесса, с;

γ - эффективный коэффициент теплопроводности, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$;

ξ - коэффициент пористости шерсти;

Z - координата точки, М;

$\phi(z,t)$ - функция, описывающая плотность тепловых источников или стоков в зависимости от координат и времени, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Для конкретной задачи, связанной с подогревом шерсти уравнение теплопроводности будет иметь вид:

$$(1-\xi)c\rho\frac{\partial T}{\partial t}=\gamma\frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}+W, \qquad (2)$$

где W - плотность поглощаемой электромагнитной энергии в единицу времени шерстью, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Для решения задачи, уравнения запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a_1\frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}+a_2, \qquad (3)$$

где $a_1=\frac{\gamma}{c\rho(1-\xi)}$; $a_2=\frac{W}{c\rho(1-\xi)}$.

Рассмотрим начальные и граничные условия, необходимые для решения дифференциального уравнения второго порядка в частных производствах (3).

Будем считать, что в начальный период времени температура равномерно распределена по всему объему, т.е.

$$T(z,o)=T_o, \quad z\ge o. \qquad (4)$$

Уравнение (3) описывающее процесс подогрева шерсти в кипах, решим с помощью интегрального преобразования Лапласа:

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt \qquad (5)$$

Как известно[1], данное преобразование налагает на функцию $f(t)$ ряд требований, а именно:

1) $f(t)$ должна быть определена на всей числовой оси;

2) $f(t)\equiv 0$ при $t<0$;

3) при $t>0$, $f(t)$ должна быть непрерывной, либо иметь, в крайнем случае, конечное число точек разрыва только первого рода;

4) должны существовать два таких числа $M>0$ и $S\ge 0$, что для всех $t>0$ справедливо, $|f(t)|<Me^{S_0 t}$.

В нашем случае роль функции $f(t)$ исполняет функция распределения температуры $T(z,t)$. Она удовлетворяет всем указанным выше требованиям. Всем этим требованиям удовлетворяют и частные производные $\frac{\partial T}{\partial t}$ и $\frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}$, которые входят в выражение (3), и для которых также необходимо искать изображения.

Проведем интегральные преобразования слагаемых, входящих в уравнение (3), учитывая, что $T(z,t)=U(z,p)$:

$$\frac{\partial T(\partial,t)}{\partial t}=pU(z,p)-T(z,>);\ \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2}=\frac{\partial U(z,p)}{\partial z^2},$$

где p - комплексный аргумент, удовлетворяющий требованию $R_c\, p > S_o$.

В результате преобразований, уравнение (3) приобретает вид:

$$a_1\frac{\partial^2 U(z,p)}{\partial z^2}-pU(z,p)=-\frac{a_2}{p}-T_o, \qquad (6)$$

где $T_o = T(z,o)$; $\sigma(t)=\frac{1}{p}$ - единичная функция Хевисайда. Уравнение (6) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами.

В результате решения уравнения (6), было получено выражение о подогреве шерсти в кипах в следующем виде:

$$T(z,t)=-\alpha_2\left\{\frac{1}{2}\alpha\left[-\alpha \mathrm{Erf}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}\right)+\sqrt{t}\left(-\frac{2e^{-\frac{\alpha^2}{4t}}}{\sqrt{\pi}}+\frac{\alpha}{\sqrt{t}}+2\frac{\alpha}{\sqrt{t}}\mathrm{Erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}\right)\right)\right]\right\}+a_2 t+T_o \qquad (7)$$

где $\alpha=\frac{z}{\sqrt{a_1}}$; $\mathrm{Erf}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}\right)$ и $\mathrm{Erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}\right)=1-\mathrm{Erf}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}\right)$ - функции вероятности ошибок.

Функция $\mathrm{Erf}(x)$ вероятности ошибок определяется интегрированием |3|.

$$\mathrm{Erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-U^2}du=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left[x-\frac{x^3}{1!3}+\frac{x^5}{2!5}-.....+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}+..\right], \qquad (8)$$

где $x=\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}$.

Литература

1. Лыков А.В. Теория сушки /А.В.Лыков.-М.:Сов. Радио, 1968.-472с.
2. Микрохвильові технології в народному господарстві. Втілення. Проблеми. Перспективи: Вип. 2-3 [38 ст.] / Ред. акад. МАІ Калінін Л.Г.-Одеса, Київ: ТЕС,2000.-192с.
3. Анре Анго. Математика для электро и радиоинженеров / Андре Анго.-М.:Наука,1967.-779с.