

УДК 004.942:621.6:622.691

У роботі описується чисельне моделювання нестационарних неізотермічних режимів транспорту природного газу по багатонитковому магістральному газопроводу, який включає компресорні станції, що містять апарати повітряного охолодження. Наводиться математична модель, а також метод розв'язку описаної системи рівнянь даної моделі

Ключові слова: чисельне моделювання, нестационарний режим, багатонитковий магістральний газопровід, апарат повітряного охолодження

В работе описывается численное моделирование нестационарных неизотермических режимов транспорта природного газа по многонитковому магистральному газопроводу, включающему в себя компрессорные станции, содержащие аппараты воздушного охлаждения. Приводится математическая модель, а также метод решения описанной системы уравнений данной модели

Ключевые слова: численное моделирование, нестационарный режим, многонитковый магистральный газопровод, аппарат воздушного охлаждения

The numerical simulation of the unsteady nonisothermic modes of gas transport is in-process is described on multistrand gas-main pipeline. It include the compressor stations, containing the air cooling. A mathematical model over, method of decision of the described system of equalizations of this model, is brought

Key words: numerical simulation, unsteady mode, multistrand gas-main pipeline, air cooler

УЧЕТ РАБОТЫ АППАРАТА ВОЗДУШНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТРАНСПОРТА ПРИРОДНОГО ГАЗА ПО МНОГОНИТОЧНОМУ МАГИСТРАЛЬНОМУ ГАЗОПРОВОДУ

Ю. В. Боярская

Аспирант

Кафедра прикладной математики

Харьковский национальный университет

радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

Контактный тел.: 8 (057) 702-14-36

E-mail: Yuliya_Vladi@mail.ru

1. Введение

Компрессорные станции (КС) являются важнейшими активными объектами магистральных газопроводов (МГ), с помощью которых осуществляется управление потоками и режимами транспорта природного газа (РТПГ). Многониточный МГ (ММГ) может объединять несколько КС, соединенных между собой участками трубопровода (УТ). В свою очередь, КС состоит из одного или нескольких газоперекачивающих компрессорных цеха (КЦ), а в КЦ эксплуатируется группа газоперекачивающих агрегатов (ГПА).

В процессе компримирования газа на ГПА резко возрастает температура газа. Это может привести к разрушению изоляции трубопроводов, к глубокому

размерзанию грунтов, и как следствие, к деформации трубопроводов и другим негативным последствиям. Кроме того, чем выше температура газа, тем больше потери давления при транспорте газа по магистрали. Таким образом, для обеспечения прочности и устойчивости ММГ, снижения мощности на транспортировку, увеличения пропускной способности трубопровода и сохранности окружающей среды после компримирования транспортируемого газа применяется его охлаждение [1].

В газовой промышленности для этой цели на КС используются аппараты воздушного охлаждения (АВО), которые располагаются после группы ГПА и позволяют охладить транспортируемый газ до необходимой температуры.

Учитывая специфику РТПГ по ММГ, а именно их нестационарность и неизотермичность вследствие различных нештатных ситуаций, необходимо уметь достоверно моделировать нестационарные неизотермические РТПГ (ННРТПГ) по ММГ, а отсюда вытекает необходимость учитывать охлаждение газа в АВО после его компримирования на ГПА.

Таким образом, целью данной работы является численное моделирование ННРТПГ по ММГ, включающему в себя КС, содержащие АВО.

Выполнение поставленной цели приводит к выполнению следующих задач:

- построение надежной и адекватной математической модели (ММ) ММГ, учитывающей работу АВО;
- разработка метода и алгоритма расчета предложенной системы уравнений ММ ММГ;
- проведение численного анализа ННРТПГ по ММГ позволяющего отслеживать и прогнозировать динамику изменения параметров газовых потоков в ММГ.

2. ММ ННРТПГ по ММГ

ММ ННРТПГ по ММГ включает в себя ММ структуры ММГ, ММ технологических элементов (УТ, и КС, состоящей из групп ГПА и АВО), связанные между собой условиями согласования параметров газовых потоков (давление, расход и температура природного газа), а также граничные и начальные условия.

Модель структуры ММГ представляется ориентированным графом $G(V, M)$, где V – множество узлов графа, M – множество дуг графа. Узлы графа представляют собой места соединения технологических элементов между собой. Множество дуг $M = M_1 \cup M_2$, где M_1 – множество дуг графа соответствующих УТ, M_2 – множество дуг графа соответствующих КС. Множество узлов $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4 \cup V_5$, где V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 – множество входов ММГ, множество промежуточных узлов, множество выходов ММГ, множество входов и выходов в f -ю КС, $f = 1, r$, $f \in M_2$ соответственно, $|V| = v$, $|V_1| = v_1$, $|V_2| = v_2$, $|V_3| = v_3$, $|V_4| = |V_5| = r$, где через $|M|$ обозначим количество элементов в заданном множестве M .

2.1. ММ ННРТПГ по УТ

ММ ННРТПГ по УТ, представляющему собой цилиндрическую трубу постоянного диаметра, описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных, учитывающей дроссель-эффект. Для удобства и наглядности запишем данную систему в матричном виде (индекс УТ для удобства опущен) [2, 3]:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + B \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \Phi, \quad (1)$$

где

$$B = \begin{bmatrix} 2\alpha TS \frac{W}{P} & 1 - \alpha TS \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha TS & 0 & 0 \\ \frac{\alpha S(T(\gamma-1) + PD_j \gamma)}{T - PD_j \gamma} \cdot \frac{T^2}{P} & -\frac{\alpha S \gamma D_j}{T - PD_j \gamma} \cdot \frac{T^2 W}{P} & \frac{\alpha S \gamma}{T - PD_j \gamma} \cdot \frac{T^2 W}{P} \end{bmatrix},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\beta TS \frac{W|W|}{P} - \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ -\frac{4K}{D}(\gamma-1) \frac{T^2(T-T_{гр})}{P(T-PD_j \gamma)} - \frac{g(\gamma-1)}{T-PD_j \gamma} \frac{T^2 W}{P} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix},$$

$$\Phi = (W, P, T).$$

где $\alpha = \frac{z g R}{S}$, $\beta = \frac{\lambda \alpha}{2D}$, $\gamma = \frac{C_p}{C_p - z g R}$, S – площадь

поперечного сечения трубы, C_p – удельная теплоемкость газа, z – коэффициент сжимаемости газа, $W(x,t)$, $P(x,t)$, $T(x,t)$ – удельный массовый расход, давление и температура, D_j – коэффициент Джоуля-Томсона, t , x – временная и пространственная координаты, λ – коэффициент гидравлического сопротивления, D – диаметр трубы, K – коэффициент теплопередачи от трубы к грунту, $T_{гр}$ – температура грунта, h – глубина залегания трубы, g – ускорение свободного падения.

2.2. ММ РТПГ через КС

Для построения наиболее простой модели гипотетической КС, будем считать, что она состоит из нескольких параллельно соединенных ГПА с одинаковыми характеристиками, имеющих общий входной и выходной трубопроводный коллектор. Это предположение позволяет при моделировании параллельного соединения ГПА использовать структуру модели ГПА с обобщенными характеристиками. КС также включает в себя несколько АВО, располагающихся на выходе ГПА.

2.2.1. ММ РТПГ через ГПА

С учетом вышесказанного, ММ ГПА с обобщенными характеристиками представляет собой модель ГПА, у которой газодинамические характеристики нагнетателя представлены в виде полиномов аппроксимирующих данные характеристики сразу для нескольких ГПА [4].

Описываемая ММ ГПА представляет собой упрощенный вид модели ГПА описанной в [5]. Упрощение данной модели позволяет значительно сократить расчеты без потери точности полученных результатов.

Таким образом, упрощенная модель записывается в виде алгебраических уравнений, описывающих стационарные РТПГ через f -й ГПА ($f = 1, r$, $f \in M_2$), и имеющих следующий вид (индекс ГПА опущен):

$$P_{КГПА} = \epsilon \cdot P_{ГПА}, \quad (2)$$

$$T_{КГПА} = \epsilon^{\frac{m-1}{m}} \cdot T_{ГПА}, \quad (3)$$

где $P_{ГПА}$, $T_{ГПА}$ – давление и температура газа на входе в ГПА, $P_{КГПА}$, $T_{КГПА}$ – давление и температура газа на выходе из ГПА, m – показатель политропы, ϵ – степень сжатия газа.

Более подробно данная ММ описана в [8].

2.2.2. ММРТПГ через АВО

ММ АВО связывает между собой режимные параметры (давление, расход, температуру газа) на его входе и выходе, а также температуру наружного воздуха. Данная модель допускает возможность расчета как групповой, так и индивидуальной (поагрегатной) компоновки АВО.

Рассмотрим подробно ММ стационарного режима работы f -й группы АВО ($f=1, \dots, f \in M_2$) (количество агрегатов при необходимости может меняться от одного до максимально возможного числа, предусмотренного техническими характеристиками КС), с помощью которой будем рассчитывать температуру и давление на выходе АВО.

Температура воздуха на выходе из АВО:

$$T_{\text{вых.в}} = T_{\text{вх.в}} + \frac{\Delta \cdot \rho_{\text{в.ст}} \cdot C_{\text{р.г}} \cdot q \cdot (T_{\text{вх.г}} - T_{\text{охл}})}{n \cdot m \cdot C_{\text{р.в}} \cdot V_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}}},$$

где $T_{\text{вх.в}}$ – температура воздуха на входе в АВО, Δ – относительный удельный вес газа по воздуху, $\rho_{\text{в.ст}}$ – плотность воздуха при стандартных условиях, $C_{\text{р.г}}$ – коэффициент теплоемкости газа, q – коммерческий расход газа, $T_{\text{охл}}$ – температура газа на выходе из АВО, n – количество работающих вентиляторов, m – количество работающих АВО, $C_{\text{р.в}}$ – коэффициент теплоемкости воздуха, $V_{\text{в}}$ – объемный расход воздуха одного вентилятора, $\rho_{\text{в}}$ – плотность воздуха.

Средняя температура воздуха в АВО:

$$T_{\text{ср.в}} = \frac{T_{\text{вх.в}} + T_{\text{вых.в}}}{2}.$$

Скорость воздуха в АВО:

$$W_{\text{в}} = \frac{V_{\text{в}} \cdot T_{\text{ср.в}} \cdot n}{T_{\text{вх.в}} \cdot F_{\text{в}} \cdot k_{\text{суж}}},$$

где $F_{\text{в}}$ – площадь поперечного сечения прохождения воздуха, $k_{\text{суж}}$ – коэффициент сужения сечения.

Число Рейнольдса для воздуха:

$$Re_{\text{в}} = \frac{W_{\text{в}} \cdot d_{\text{н}}}{\nu_{\text{в}}},$$

где $d_{\text{н}}$ – внешний диаметр оребренной трубы, $\nu_{\text{в}}$ – коэффициент кинематической вязкости воздуха.

Параметр Нуссельта:

$$Nu = 0.223 \cdot \left(\frac{d_{\text{н}}}{u}\right)^{-0.54} \cdot \left(\frac{h}{u}\right)^{-0.14} \cdot Re_{\text{в}}^{0.65},$$

где u – шаг между ребрами, h – высота ребра. Коэффициент теплоотдачи со стороны воздуха:

$$\alpha_{\text{н}} = \frac{Nu \cdot \lambda_{\text{в}}}{d_{\text{н}}},$$

где $\lambda_{\text{в}}$ – коэффициент теплопроводности воздуха.

Средняя температура газа в АВО:

$$T_{\text{ср.г}} = \frac{T_{\text{вх.г}} + T_{\text{охл}}}{2}.$$

Псевдокритическая температура газа:

$$T_{\text{кр}} = 162.8 \cdot (0.613 + \Delta).$$

Псевдокритическое давление газа:

$$P_{\text{кр}} = 47.9 - \Delta.$$

Приведенная температура газа:

$$T_{\text{пр}} = \frac{T_{\text{ср.г}}}{T_{\text{кр}}}.$$

Приведенное давление газа:

$$P_{\text{пр}} = \frac{P_{\text{вх.г}}}{P_{\text{кр}}}.$$

Коэффициент сжимаемости газа:

$$Z = 1 - P_{\text{пр}} \cdot \frac{0.04 \cdot P_{\text{пр}} + 0.41 - 0.61 \cdot T_{\text{пр}}^2}{T_{\text{пр}}^3}.$$

Скорость газа в АВО:

$$W_{\text{г}} = \frac{51.9309 \cdot 10^{-3} \cdot T_{\text{ср.г}} \cdot Z \cdot q \cdot k_{\text{тр.с}}}{P_{\text{вх.г}} \cdot m \cdot d_{\text{вн}}^2 \cdot k_{\text{тр}}},$$

где $k_{\text{тр.с}}$ – количество труб в секции, $d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы, $k_{\text{тр}}$ – количество труб в аппарате.

Величина среднего удельного веса газа:

$$g_{\text{ср}} = \frac{\Delta \cdot P_{\text{вх.г}}}{T_{\text{ср.г}} \cdot Z}.$$

Число Рейнольдса для газа:

$$Re_{\text{г}} = \frac{g_{\text{ср}} \cdot d_{\text{вн}} \cdot W_{\text{г}}}{9.8 \cdot \mu_{\text{г}}},$$

где $\mu_{\text{г}}$ – коэффициент динамической вязкости газа.

Число Прандтля для газа:

$$Pr_{\text{г}} = \frac{3600 \cdot C_{\text{р.г}} \cdot 9.8 \cdot \mu_{\text{г}}}{\lambda_{\text{г}}},$$

где $\lambda_{\text{г}}$ – коэффициент теплопроводности газа.

Коэффициент теплоотдачи со стороны газа:

$$\alpha_{\text{вн}} = 0.023 \cdot \left(\frac{\lambda_{\text{г}}}{d_{\text{вн}}}\right) \cdot Re_{\text{г}}^{0.8} \cdot Pr_{\text{г}}^{0.4}.$$

Коэффициент увеличения поверхности:

$$\psi = \frac{d_{\text{н}}}{d_{\text{вн}}} \cdot k_{\text{ореб}},$$

где $k_{\text{ореб}}$ – коэффициент оребрения
Общий коэффициент теплоотдачи:

$$K_T = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{вн}} \cdot \psi + \frac{1}{\alpha_{н}}}$$

Число переданного тепла:

$$Q = \frac{T_{вх.г} - T_{вык.в} - T_{охл} + T_{вх.в}}{\ln\left(\frac{T_{вх.г} - T_{вык.в}}{T_{охл} - T_{вх.в}}\right)} \cdot K_T \cdot m \cdot F_n,$$

где F_n – наружная поверхность теплообмена. Температура на выходе из АВО:

$$T_{охл} = T_{вх.г} - \frac{Q}{\rho_{в.ст} \cdot q \cdot \Delta \cdot C_{p,г}}, \quad (4)$$

Коэффициент сопротивления трению:

$$\lambda_{тр} = 0,1 \cdot \left(\frac{100}{Re} + \frac{1,46 \cdot k_{экв}}{d_{вн}} \right)^{0,25},$$

где $k_{экв}$ – среднее значение эквивалентной шероховатости трубы.

Коэффициент местных сопротивлений:

$$\xi = 5 + (k_{тр,с} - 1) \cdot 1,5.$$

Значение падения давления газа при прохождении АВО:

$$\Delta P = \frac{g_{ср} \cdot W_{г}^2 \cdot m}{2 \cdot 9,8} \cdot \left(\xi + \frac{\lambda_{тр} \cdot l_{тр} \cdot k_{тр,с}}{d_{вн}} \right),$$

где $l_{тр}$ – длина одной трубы.

Давление газа на выходе из АВО:

$$P_{вык.г} = P_{вх.г} - \Delta P. \quad (5)$$

2.2.3. Условия согласования для моделей ГПА и АВО

ММ ГПА и АВО связаны между собой условиями согласования параметров газового потока, представляющими собой систему линейных алгебраических уравнений:

$$P_{К_{ГПА}}^f(t) = P_{Н_{АВО}}^f(t), T_{К_{ГПА}}^f(t) = T_{Н_{АВО}}^f(t), G_{АВО}^f(t) = G_{ГПА}^f(t), \quad (6)$$

где $G_{ГПА}^f$ – массовый расход транспортируемого газа через f-й ГПА.

В итоге из уравнений (2) – (3) и (4) – (5), с помощью условий согласования (6) получим модель РТПГ через КС:

$$P_{К_{АВО}} = \varepsilon \cdot P_{Н_{ГПА}} - \Delta P, \quad (7)$$

$$T_{К_{АВО}} = \varepsilon^{\frac{m-1}{m}} \cdot T_{Н_{ГПА}} - \frac{Q}{\rho_{в.ст} \cdot q \cdot \Delta \cdot C_{p,г}} \quad (8)$$

2.3. Условия согласования для f-го узла, соответствующего КС

С учетом того, что ММ КС представляет собой согласованные модели ГПА и АВО, условия согласо-

вания для моделей КС и УТ записываются следующим образом.

Условия согласования в f-м узле ($f \in V_4$), являющимся входом f-ой КС, ($f = 1,г$), имеют вид:

$$P(x^{++}, t) = P_{Н_{ГПА}}^f(t), W(x^{++}, t) \cdot S^{++} = G_{КС}^f(t), T(x^{++}, t) = T_{Н_{ГПА}}^f(t), \quad (9)$$

где x^{++} – конечная координата соответствующего УТ, прилегающего к входу f-ой КС, S^{++} – площадь поперечного сечения трубы соответствующего УТ, прилегающего к входу f-ой КС, $W(x, t)$, $P(x, t)$, $T(x, t)$ – удельный массовый расход, давление и температура газа УТ, прилегающего к входу f-ой КС, $G_{КС}^f(t)$ – массовый расход газа через f-ю КС, $G_{КС}^f(t) = G_{АВО}^f(t) = G_{ГПА}^f(t)$.

Условия согласования в f-м узле ($f \in V_5$), являющимся выходом f-ой КС, ($f = 1,г$), имеют вид:

$$P(x^+, t) = P_{АВО}^f(t), W(x^+, t) \cdot S^+ = G_{КС}^f(t), T(x^+, t) = T_{АВО}^f(t), \quad (10)$$

где x^+ – начальная координата соответствующего УТ, прилегающего к выходу f-ой КС, S^+ – площадь поперечного сечения трубы соответствующего УТ, прилегающего к выходу f-ой КС, $W(x, t)$, $P(x, t)$, $T(x, t)$ – удельный массовый расход, давление и температура газа УТ, прилегающего к выходу f-ой КС.

Уравнения полученной ММ дополним условиями согласования в узлах ММГ. Условия согласования параметров газового потока для m-го промежуточного узла ($m \in V_2$) принимают для расхода, давления и температуры соответственно следующий вид:

$$\sum_{j \in V_m^+} G_j(x^{++}, t) = \sum_{i \in V_m^-} G_i(x^+, t), \quad m \in V_2, \quad (11)$$

$$P_j(x^{++}, t) = P_i(x^+, t), j \in V_m^+, i \in V_m^-, \quad (12)$$

$$\sum_{j \in V_m^+} ((G_j(x^{++}, t))^+ \cdot T_j(x^{++}, t)) + \sum_{i \in V_m^-} ((G_i(x^+, t))^- \cdot T_i(x^+, t)) = T_{ср}^m \cdot \left(\sum_{j \in V_m^+} ((G_j(x^{++}, t))^+) + \sum_{i \in V_m^-} (G_i(x^+, t))^- \right), \quad (13)$$

если $G_j(x^{++}, t) < 0$, то $T_j^m(x^{++}, t) = T_{ср}^m(t)$, $j \in V_m^+$, если $G_i(x^+, t) > 0$, то $T_i^m(x^+, t) = T_{ср}^m(t)$, $i \in V_m^-$, где $(a)^+ = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ 0, a < 0 \end{cases}$, $(a)^- = \begin{cases} -a, a < 0 \\ 0, a \geq 0 \end{cases}$, x^+ , x^{++} – начальная и конечная координата соответствующего участка; V_m^+ , V_m^- – множество индексов дуг, входящих и выходящих из m-го узла графа, $T_{ср}^m(t)$ – средняя температура вытекающего из m-го узла газа.

Таким образом, общая ММ ННРТПГ по ММГ представляет собой взаимосвязанные системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие каждому УТ, системы нелинейных алгебраических уравнений, соответствующих каждому ГПА, и линейные системы, соответствующие каждому АВО, которые связаны между собой системами линейных алгебраических уравнений, соответствующих условиям согласования параметров газового потока в узлах графа.

Для того чтобы система уравнений общей ММ ННРТПГ по ММГ была разрешимой, необходимо так-

же задать на входах и выходах ММГ граничные условия 1-го и 2-го типов. Для узлов 1-го типа задано давление как функция времени, для узлов 2-го типа задан расход как функция времени.

Граничные условия для n -го ($n = V_1 \cup V_2$) входного и выходного узлов имеют вид: $G_V^n(t) = G^n(t)$ (узел 2-го типа) или $P_{уз}^n(t) = P^n(t)$ (узел 1-го типа), кроме того, на входах задана температура поступающего в узел природного газа $T_{уз}^n(t) = T^n(t)$.

Также задается начальное распределение расходов, давлений и температур для участков трубопровода: $W_i(x_i, 0) = W_i^0(x_i)$, $P_i(x_i, 0) = P_i^0(x_i)$, $T_i(x_i, 0) = T_i^0(x_i)$ где $x_i \in [x_i^+, x_i^{++}]$, $\forall i \in M_1$.

3. Метод решения системы уравнений ММ ННРТПГ по ММГ

На основании изложенной ММ ННРТПГ по ММГ, автором работы был предложен метод расчета полученной системы уравнений, позволяющий включить уравнения ММ АВО в общую модель расчета ННРТПГ по ММГ. Метод основан на применении метода конечных разностей. При численном решении подобных задач газовой динамики методом конечных разностей непрерывная среда заменяется некоторой дискретной моделью, а дифференциальные уравнения, описывающие исходную задачу, – конечной системой алгебраических соотношений (разностной схемой). Аппроксимация дифференциальной задачи проводится при помощи конечно-разностных схем: явной или неявной. В данной работе аппроксимация уравнений системы на УТ проводилась с использованием неявной конечно-разностной схемы, определенной на четырехточечном шаблоне, имеющем следующий вид:

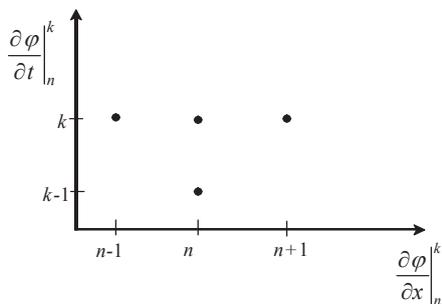


Рис. 1. Неявная конечно-разностная схема для нахождения $\frac{\partial \varphi}{\partial t}|_n^k$ в промежуточной точке n на k -м временном слое

К дискретным величинам переходим, разбивая отрезок $[x^+, x^{++}]$ для каждого УТ на N частей. Интервал времени $[0, T]$, на котором производится расчет ННРТПГ, разбивается на $[T/\Delta t] = N_t$ временных слоев. После замены частных производных в системах дифференциальных уравнений для каждого УТ, была получена система нелинейных алгебраических уравнений, которая является дискретным аналогом системы уравнений общей ММ ННРТПГ.

Аппроксимация частных производных в системе уравнений (1) производится следующими соотношениями (индекс УТ опущен):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}|_n^k = \frac{\varphi_n^k - \varphi_n^{k-1}}{\Delta t}, \quad n = \overline{0, N}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}|_n^k = \begin{cases} \frac{\varphi_1^k - \varphi_0^k}{\Delta x}, & n = 0, \\ \frac{\varphi_{n+1}^k - \varphi_{n-1}^k}{2\Delta x}, & n = \overline{1, N-1}, \\ \frac{\varphi_N^k - \varphi_{N-1}^k}{\Delta x}, & n = N, \end{cases} \quad (15)$$

где k – временной слой, n – точка разбиения.

С учетом (14) и (15) уравнение (1) для всех точек i -го участка ($i \in M_1$) записывается следующим образом (индекс i для удобства опущен):

$$\frac{1}{\Delta t} \varphi_0^k - \frac{1}{\Delta x} B_0^k \varphi_0^k + \frac{1}{\Delta x} B_0^k \varphi_1^k = \Phi_0^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k-1}, \quad n = 0, \quad (16)$$

$$-\frac{1}{2\Delta x} B_n^k \varphi_{n-1}^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^k + \frac{1}{2\Delta x} B_n^k \varphi_{n+1}^k = \Phi_n^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k-1}, \quad n = \overline{1, N-1}. \quad (17)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \varphi_N^k + \frac{1}{\Delta x} B_N^k \varphi_N^k - \frac{1}{\Delta x} B_N^k \varphi_{N-1}^k = \Phi_N^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_N^{k-1}, \quad n = N. \quad (18)$$

Таким образом, после замены частных производных в системах дифференциальных уравнений для каждого УТ получаем системы нелинейных алгебраических уравнений (16) – (18), которые являются дискретным аналогом системы уравнений (1), решение которого осуществляется методом Ньютона путем его линеаризации на каждом шаге итерационного процесса [2].

Для этого систему (16) – (18) для каждого УТ линеаризуем, а полученную линейную систему для k -го временного слоя, j -й итерации и i -го УТ запишем в итерационном виде:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]_0^{k,j-1} \delta \varphi_0^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,j-1,i} \delta \varphi_1^{k,j,i} = \psi_0^{k,j-1,i}, \\ & -\frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j-1,i} \delta \varphi_{n-1}^{k,j,i} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]_n^{k,j-1,i} \delta \varphi_n^{k,j,i} + \frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j-1,i} \delta \varphi_{n+1}^{k,j,i} = \psi_n^{k,j-1,i}, \quad n = \overline{1, N_i-1}, \quad (19) \\ & \left[\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]_{N_i}^{k,j-1,i} \delta \varphi_{N_i}^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,j-1,i} \delta \varphi_{N_i-1}^{k,j,i} = \psi_{N_i}^{k,j-1,i}, \end{aligned}$$

где $\delta \varphi_0^{k,j,i}, \dots, \delta \varphi_{N_i}^{k,j,i}$ – векторы поправок к неизвестным, $\psi_0^{k,j-1,i}, \dots, \psi_{N_i}^{k,j-1,i}$ – векторы невязок в соответствующих точках пространства, $\left[\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]_0^{k,j-1,i}, \dots, \left[\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]_{N_i}^{k,j-1,i}$ – матрицы Якоби в соответствующих точках пространства, $k = \overline{1, N_t}, j = \overline{1, 2}, \dots, i \in M_1$.

Выпишем векторы невязок на j -й итерации k -го временного слоя для i -го участка:

$$\psi_0^{k,j,i} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,j,i} \varphi_0^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,j,i} \varphi_1^{k,j,i} - \Phi_0^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k-1,i}, \quad (20)$$

$$\psi_n^{k,j,i} = -\frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j,i} \varphi_{n-1}^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k,j,i} + \frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j,i} \varphi_{n+1}^{k,j,i} - \Phi_n^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k-1,i} \quad n = \overline{1, N_i-1}. \quad (21)$$

$$\psi_{N_i}^{k,j,i} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,j,i} \varphi_{N_i}^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,j,i} \varphi_{N_{i-1}}^{k,j,i} - \Phi_{N_i}^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k-1,i}. \quad (22)$$

Метод расчета системы уравнений, описывающих линейную часть ММГ, состоящую только из УТ подробно описан в [2, 7], поэтому в данной работе эта часть метода, связанная с расчетом совместной работы двух УТ, будет опущена.

Напомним только что, суть метода состояла в том, что часть переменных с помощью условий согласования исключалась из системы линейных уравнений. А именно, для промежуточных узлов, из системы уравнений исключалась переменная по расходу согласно формуле (11). В соответствии с формулой (12) все переменные по давлению, кроме одной, также исключались из системы.

В данной же статье внимание уделяется более подробному описанию совместного расчета РТПГ через УТ и КС, состоящей из групп ГПА и АВО.

Таким образом, для совместного расчета РТПГ через УТ и КС предлагается сделать некоторые преобразования – для узлов соответствующих КС, уравнения по давлению и температуре, соответствующие входам КС, заменяются на линейризованные уравнения (7) – (8). А именно, необходимо заменить выражения для второй и третьей компонент невязок для 0-й точки i -го УТ ($i \in M_1$), находящегося за f -ой КС, на выражения, полученные из уравнений (7) и (8). Тогда на j -й итерации для $(i-1)$ -го УТ система остается прежней, а для i -го будет иметь следующий вид:

$$\psi_{0,1}^{k,j,i} = \frac{1}{\Delta t} (W_0^{k,j,i} - W_0^{k-1,i}) + \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{2\alpha T_0^{k,j,i} W_0^{k,j,i} S_i}{P_0^{k,j,i}} (W_1^{k,j,i} - W_0^{k,j,i}) + \left(1 - \frac{\alpha T_0^{k,j,i} S_i (W_0^{k,j,i})^2}{(P_0^{k,j,i})^2}\right) x (P_1^{k,j,i} - P_0^{k,j,i}) \right] + \beta S_i \frac{T_0^{k,j,i} W_0^{k,j,i} |W_0^{k,j,i}|}{P_0^{k,j,i}} + \frac{g}{\alpha} \frac{P_0^{k,j,i}}{T_0^{k,j,i} S_i} \frac{dh}{dx},$$

$$\psi_{0,2}^{k,j,i} = P_0^{k,j,i} - P_{N_{i-1}}^{k,j,i-1} \cdot \varepsilon + \Delta P,$$

$$\psi_{0,3}^{k,j,i} = T_0^{k,j,i} - \varepsilon^{\frac{m_j-1}{m_j}} \cdot T_{N_{i-1}}^{k,j,i-1} + \frac{Q \cdot 13,9489 \cdot 86400}{\rho_{в.ст} \cdot W_0^{k,j,i} \cdot S_i \cdot C_{p,r} \cdot 10^6},$$

$$\psi_n^{k,j,i} = -\frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j,i} \varphi_{n-1}^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k,j,i} + \frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,j,i} \varphi_{n+1}^{k,j,i} - \Phi_n^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k-1,i},$$

$$\psi_{N_i}^{k,j,i} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k,j,i} + \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,j,i} \varphi_{N_i}^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,j,i} \varphi_{N_{i-1}}^{k,j,i} - \Phi_{N_i}^{k,j,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k-1,i}$$

Добавим к этой системе линейризованное условие согласования, относящееся к удельному массовому расходу:

$$S_{i-1} \delta W_{N_{i-1}}^{k,j,i-1} = S_i \delta W_0^{k,j,i}, \quad i \in M_1.$$

Полученная линейная система (состоящая из линейных уравнений, описывающих РТПГ по УТ, и линейризованных условий согласования и уравнений, соответствующих КС) является переопределенной, то есть количество уравнений больше, чем количество переменных, и ее необходимо преобразовать. Предложенный автором работы метод сведения переопределенной системы уравнений к определенной позволяет существенно сократить размерность линейной системы и обеспечивать ее разрешимость в алгебраическом смысле.

Суть предложенных преобразований в следующем – часть переменных исключается, а именно переменная по удельному массовому расходу $W_{N_{i-1}}^{k,j,i-1}$, относящаяся к концу $(i-1)$ -го УТ [5]. Уравнения для массового расхода, относящиеся к последней точке $(i-1)$ -го УТ и начальной точке i -го участка ($i \in M_1$), складываются. При этом, как уже говорилось ранее, уравнения для давления и температуры, относящиеся к первым точкам i -го участка, заменяются уравнениями, описывающими РТПГ через КС.

Эти преобразования помогают свести переопределенную систему к определенной, в которой число переменных совпадает с числом уравнений. Полученная линейная система уравнений решается относительно векторов поправок к неизвестным методом Гаусса с выбором главного элемента. Для решения системы линейных алгебраических уравнений вычисляются вектора невязок и элементы матриц Якоби.

После решения системы значения переменных, удаленных из системы, находятся из условий согласования. Для промежуточных узлов, согласно уравнению (13), на каждом шаге вычислений рассчитывается средняя температура газа и находятся исключенные переменные [2].

4. Практическая реализация и исследование полученных результатов

На основании предложенного метода решения системы уравнений, описывающей общую ММГ, учитывающую работу АВО, был разработан программный модуль. С его помощью метод был апробирован на различных тестовых задачах и проведенные экспериментальные исследования показали высокую степень точности полученных данных. В частности, приведем один из результатов экспериментальных исследований при расчете ННРТГ по ММГ разработанным методом.

Чтобы наглядно промоделировать работу АВО, рассмотрим ситуацию, связанную с перепадом температуры окружающей среды, отчего напрямую зависит степень охлаждения газа на АВО. Объектом рассмотрения является ММГ, объединяющий три КС, содержащие в себе группы ГПА и АВО, соединенные между собой многониточными ЛЧ ММГ, состоящими из трех параллельно проложенных ниток. Расчетная схема представлена на рис. 3.

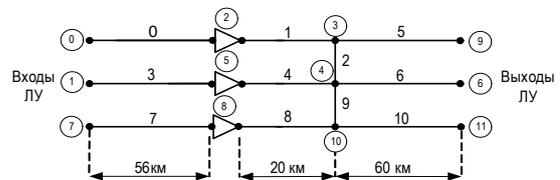


Рис. 2. Расчетная схема ММГ

Для расчета использовались технические характеристики АВО 2АВГ-75С (100) с коллекторами входа и выхода продукта. Аппарат предназначен для охлаждения газа на КС ММГ. Аппарат состоит из горизон-

тально расположенных секций коллекторного типа, собранных из оребренных биметаллических труб, которые обдуваются потоком воздуха, нагнетаемого снизу осевыми вентиляторами с приводами от тихоходных двигателей.

Задача решалась на пространственно-временной сетке с шагами $\Delta x = 20$ км и $\Delta t = 30$ мин. на период времени 24 ч. В качестве начального условия принимаем стационарное течение газа по рассматриваемому ММГ с давлением на входах равным 8,398 МПа, температурой -40°C и суммарным коммерческим расходом $-306,798$ млн.м³/сут. Граничные условия представлены в таблице 1.

Таблица 1

Граничные условия

Узлы сети	Значения в узлах сети	Узлы сети	Значения в узлах сети
0	$P(t) = 8,398$ МПа $T(t) = 40^{\circ}\text{C}$	9	$q^9(t) = 102$ млн.м ³ в сут., $t \geq 0$ мин
1	$P(t) = 8,398$ МПа $T(t) = 40^{\circ}\text{C}$	6	$q^6(t) = \begin{cases} 102 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут.}, t = 0 \text{ мин.} \\ 25 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут.}, t > 0 \text{ мин.} \end{cases}$
2	$P(t) = 8,398$ МПа $T(t) = 40^{\circ}\text{C}$	11	$q^{11}(t) = \begin{cases} 102 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут.}, t = 0 \text{ мин.} \\ 25 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут.}, t > 0 \text{ мин.} \end{cases}$

Через 300 мин., в течение 120 мин. температура воздуха поднялась с 10°C до 20°C , а с 990 мин. начала также опускаться до прежнего уровня.

Ниже приводятся графики зависимости параметров газового потока от времени.

На рис. 3 – 5 представлен переходной процесс, моделирующий заданное по определенному ступенчатому временному закону уменьшение выходного расхода в 6, 11 узлах ММГ с постоянным расходом в 9 узле рассматриваемого ММГ, а также с описанными ранее изменениями граничных условий в узлах 2, 5 и 8.

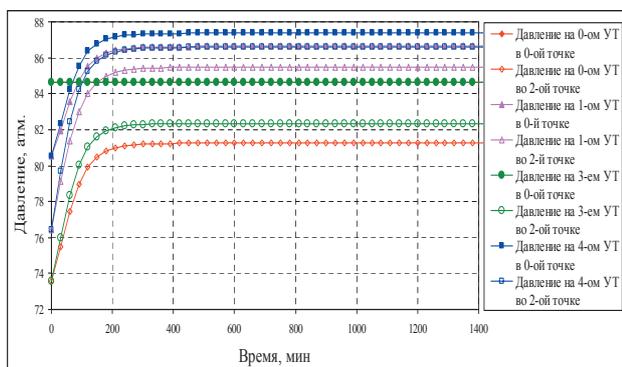


Рис. 3. График зависимости давления газа от времени

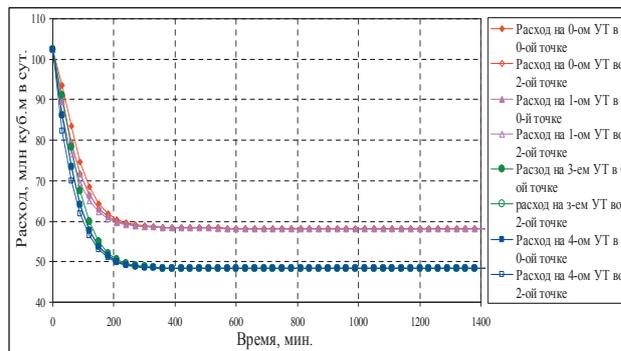


Рис. 4. График зависимости расхода газа от времени

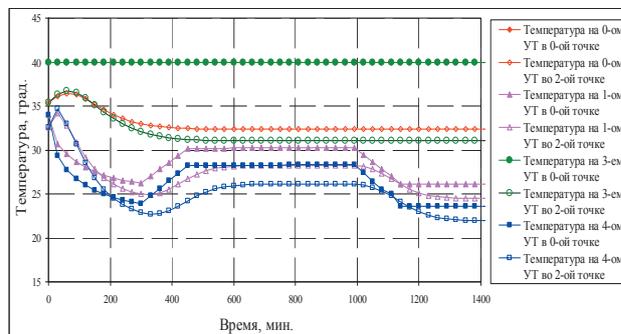


Рис. 5. График зависимости температуры газа от времени

5. Вывод

Научная новизна – была усовершенствована ММ ННРПТГ по ММГ, за счет учета модели АВО, что дало возможность более достоверно описывать моделируемые режимы. Также впервые был предложен метод и алгоритм решения задачи расчета ННРПТГ по ММГ, учитывающий работу АВО, позволяющий проводить численное моделирование РТПГ, комплексный анализ их фактического состояния, а также прогнозирования.

На базе метода, был разработан и оттестирован на различных переходных процессах программный модуль, позволяющий рассчитывать и анализировать РТПГ для ММГ любой структуры. Проведенный ряд тестов показал адекватность рассмотренной ММ и результативность метода при проведении численных экспериментов, что позволило сделать вывод о достоверности и эффективности расчетов ННРПТГ через ММГ.

Практическая значимость – разработанные метод и алгоритм, позволяют моделировать совместную работу АВО с ГПА и УТ, а созданный на их основе программный продукт, позволяет проводить более подробный комплексный анализ сложных технических систем с высокой степенью точности и достоверности. Данные расчеты могут быть использованы для анализа фактического состояния ММГ, определения эффективных и безопасных РТПГ и поддержания заданных характеристик, что в свою очередь помогает

своевременно предупреждать аварийные ситуации и является залогом стабильного функционирования ММГ.

Литература

1. Основы расчета и проектирования теплообменников воздушного охлаждения. Справочник. // Под общей редакцией Кунтыша Б.В. и Бессонного А.Н. СПб: Недра, 1996. – 512с.
2. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Чуркина А.В. Эффективный метод и алгоритм расчета нестационарных неизоотермических режимов транспорта газа в газотранспортной сети произвольной структуры. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 45-52.
3. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Буданцева Ю.В. Учет эффекта Джоуля-Томсона в тепловых расчетах для участка магистрального газопровода. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 57-61.
4. Альбом характеристик центробежных нагнетателей природного газа. – М., ВНИИГаз, 1985. – 86 с.
5. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Буданцева Ю.В. «Особенности численного моделирования нестационарных неизоотермических режимов транспорта газа по фрагменту сети с активными элементами»// Проблемы нефтегазовой промышленности: Сб. научн. трудов. Вып. 5. – Киев, 2007.-648 с. – С. 446-452.
6. Основы численного моделирования магистральных газопроводов // Под ред. В.Е. Селезнева. – М.: КомКнига, 2005. – 496с.
7. А.Д. Тевяшев, И.Г. Гусарова, А.В. Каминская, Ю.В. Буданцева Моделирование и оптимизация нестационарных режимов транспортирования и распределения природного газа в газотранспортной системе// Математическое моделирование трубопроводных систем энергетики: Тр. XI Всеросс. научн. семин. с междунар. участ. «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза развивающихся трубопроводных и гидравлических систем». 1 – 6 июля 2008 г. – Иркутск, ИСЭМ СО РАН. –2008. – 424 с. – С. 402-423
8. Буданцева Ю.В., Гусарова И.Г., Тевяшев А.Д. «Численное моделирование неустановившихся режимов транспорта природного газа по многониточному магистральному газопроводу»// Вісник Харківського національного університету № 833. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». Випуск 10. – 2008. – С. 59-73