

*Обґрунтовано метод синтезу нейронних мереж, заснований на ітераційному обчисленні самоподібної логічної функції, що визначає приналежність елементу повчальної вибірки до заданого класу. Запропоновано виділити новий вид топології мереж – нейронні мережі з фрактальною структурою*

*Ключові слова: нейронна мережа, метод синтезу, класифікація*

*Обоснован метод синтеза нейронных сетей, основанный на итерационном вычислении самоподобной логической функции, определяющей принадлежность элемента обучающей выборки к заданному классу. Предложено выделить новый вид топологии сетей – нейронные сети с фрактальной структурой*

*Ключевые слова: нейронная сеть, метод синтеза, классификация*

*The grounded method of synthesis of neuron networks is given. This method is based on the iteration calculation of a self similar boolean function which determines belonging of an element of a teaching selection to the defined class. It is suggested to define a new type of topology of networks – neuron networks with a fractal structure*

*Keywords: neuron network, method of synthesis, classification*

# СИНТЕЗ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

**Д. А. Юрков**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра автоматизации и компьютерно-интегрированных технологий  
Восточноукраинский национальный университет имени  
Владимира Даля  
ул. Тухачевского, 11, г. Луганск, Украина, 91050  
Контактный тел.: 8 (050) 475-97-59  
E-mail: rusdma@rambler.ru

## 1. Введение

Развитие науки и техники, особенно последние несколько десятилетий, сделали возможным использование сложнейших технических систем не только на уровне государств и крупных корпораций, но и в повседневной жизни каждого человека. Расширение области применения подобных систем, их всё возрастающая сложность и ужесточение требований к безопасности эксплуатации заставляет учёных искать новые подходы к решению задач управления такими объектами.

Традиционные, хорошо разработанные и многократно апробированные методы синтеза управляющих систем, систематизированные и подробно описанные в работах [1-4], для ряда задач не обладают необходимой гибкостью и имеют существенные ограничения по требованиям к самому объекту управления и среде его функционирования. Это обусловило появление ряда новых подходов к решению трудноформализуемых задач, свободных от указанных ограничений и позволяющих с другой стороны взглянуть на синтез моделей различных объектов, на основе которых разрабатываются различные системы управления. Одним из таких многообещающих подходов является использование специальных структур, названных искусственными нейронными сетями (ИНС) и состоящих из элементов, имитирующих основные свойства своих прототипов – биологических нейронов.

## 2. Цели и задачи

Успех использования ИНС для решения тех или иных задач управления напрямую связан с адекватностью получаемой в результате синтеза нейросетевой модели изучаемого объекта. В свою очередь, синтез ИНС подразумевает решение ряда вспомогательных задач, основными из которых являются:

1. выбор типа соединения формальных нейронов между собой внутри сети – топологии ИНС;
2. выбор количества составляющих сеть формальных нейронов, их активационных функций и распределение нейронов по слоям;
3. обучение нейронной сети.

Под обучением в большинстве случаев понимается поиск такого состояния сети  $W$  (все весовые коэффициенты всех нейронов, входящих в сеть), при котором достигается минимум некоторой целевой функции  $\varepsilon$  [5], зависящей от текущего состояния сети  $W^t$ :

$$\varepsilon = \sum_{j=1}^k (\Omega_j(W^t, z^j) - y^j)^2, \quad (1)$$

где  $\Omega : z \Rightarrow y$  – отображение, реализуемое нейронной сетью;  $k$  – количество примеров в обучающей выборке;  $y^j$  – требуемое значение выхода для  $j$ -го примера;  $z^j$  – входной вектор для  $j$ -го примера. Таким образом, ошибка обучения сети  $\varepsilon$ , появляющаяся в некотором состоянии  $W^t$ , представлена как сумма

квадратов ошибок для всей обучающей выборки. Если сеть работает безошибочно, то  $\epsilon = 0$ , а для обученной сети  $\epsilon \rightarrow \min$ . Таким образом, задача обучения нейронной сети сводится к задаче поиска экстремума-минимума функции ошибки (1) в пространстве состояний  $W$ .

Анализ и систематизация самых разнообразных подходов к решению указанных задач, подробно изложенный в работах [5,6], позволяет сделать вывод, что широко распространённые методы синтеза нейросетевых моделей имеют ряд недостатков:

1. предлагаемые методы позволяют обнаружить локальный, а не глобальный экстремум-минимум целевой функции ошибки (1);
2. для ряда методов время обучения достаточно велико и приемлемый результат с точки зрения практики не гарантируется;
3. при синтезе нейронной сети используются разнообразные эвристические приёмы, предназначенные для решения конкретной задачи, что снижает универсальность предлагаемых методов;
4. качество обучения часто зависит от сложности решаемой задачи и наличия некоторой априорной информации о ней;
5. нейронная сеть, которая для обучающей выборки минимизирует ошибку, а не сводит её к нулю, повышает вероятность ошибочных решений при практической эксплуатации.

Таким образом, становится очевидной необходимостью поиск новых методов, позволяющих избавиться от присущих существующим подходам недостатков или же свести к минимуму их влияние на качество получаемого результата. В связи с этим определим целью данной работы построение логически законченной процедуры, позволяющей получить эффективную нейросетевую модель для некоторого класса задач.

### 3. Метод синтеза

В данной работе рассмотрим процесс получения нейросетевой структуры для решения задачи классификации – разделения входных данных на два класса, которая легко обобщается на случай многих классов.

Предположим, что имеется ограниченная обучающая выборка  $X$ , каждый элемент которой  $x_i$  принадлежит одному из двух классов. В общем случае каждый элемент множества  $X$  является вектором в пространстве  $R^N: x_i = \{z_1, \dots, z_N\}$ , а принадлежность к каждому из классов характеризуется точкой в  $N$ - мерном пространстве, и различным классам в этом пространстве соответствуют различные группы близких точек. Для наглядности получаемого результата в дальнейшем будем рассматривать только случаи, в которых группы точек не имеют пересекающихся границ.

При указанных ограничениях для обучающей выборки в пространстве  $R^N$  имеется возможность разделить классы некоторой поверхностью произвольной формы, которая может быть аппроксимирована со сколь угодно высокой точностью набором гиперплоскостей. Известно [7], что гиперплоскость в  $N$ - мерном пространстве задаётся уравнением:

$$w_1z_1 + w_2z_2 + \dots + w_Nz_N + w_0 = 0, \tag{2}$$

где  $z_i$  -  $i$ -я компонента входного вектора,  $w_i$  -  $i$ -й коэффициент. Очевидно, что в случае линейной разделимости классов, структура нейронной сети может быть представлена одним формальным нейроном, математическая модель которого записывается в виде

$$\gamma = \lambda(w_0 + \sum w_i z_i), \tag{3}$$

где  $\gamma$  - выходной сигнал нейрона,  $w_i$  - вес  $i$ -го входа,  $\lambda$  - пороговая функция активации. Таким образом, формальный нейрон выполняет операцию взвешенного суммирования компонентов входного сигнала и последующее преобразование полученной суммы с использованием пороговой функции активации. Рассмотренный случай тривиален, и в реальности практически не встречается. Однако, используя ИНС, состоящую лишь из одного нейрона, любую обучающую выборку можно таким образом разделить на два множества  $A$  и  $B$ , что во множество  $A$  попадёт максимальное возможное количество элементов обучающей выборки, принадлежащих первому классу, а во множество  $B$  - максимально возможное количество элементов, принадлежащих второму классу. Такое разделение можно найти, используя известные методы оптимизации, например, генетические алгоритмы [8], в связи с чем подробно останавливаться на данном вопросе не будем.

Очевидно, что при наличии ошибок в полученных множествах каждое из них можно рассматривать как отдельную обучающую выборку, которую также можно разделить на два множества с меньшим количеством ошибок с помощью одного отдельного формального нейрона. Назовём нейрон, используемый для дальнейшего разделения множества  $A$ :  $\phi$  - нейроном, для множества  $B$ :  $\psi$  - нейроном. Таким образом, для достижения некоторого уровня ошибки классификации использовано три формальных нейрона, которые можно объединить в единую нейросетевую структуру. Учитывая, что каждый из нейронов фактически вычисляет некоторую логическую функцию (соответственно нейрону обозначим их  $\phi$  - функцией и  $\psi$  - функцией), математическую модель полученной нейронной сети также можно представить в виде логической функции:

$$L(x_i) = \gamma(x_i) \cdot \phi(x_i) + \overline{\gamma(x_i)} \cdot \psi(x_i), \tag{4}$$

Полученной математической модели соответствует ИНС со структурой, показанной на рис. 1.

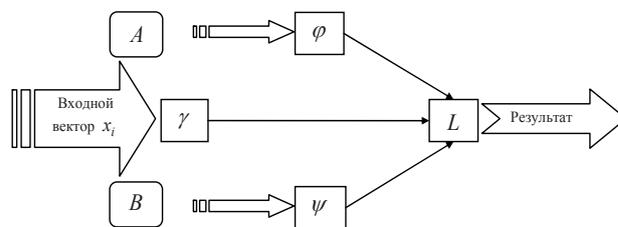


Рис. 1. Структура полученной нейронной сети

Из рисунка видно, что нейронная сеть состоит из четырёх нейронов, три из которых описываются математической моделью (3). Четвёртый нейрон вычисляет логическую функцию вида (4), которую также сложно представить в нейросетевом базисе, т.е. в виде

операции взвешенного суммирования компонент входного сигнала и последующее преобразование полученной суммы с использованием пороговой функции активации.

Рассмотрим частный случай, когда только одно из полученных множеств – А или В содержит ошибочно классифицированные элементы. В этом случае формируемая структура может быть представлена в виде, показанном на рис. 2а и 2б.

Для упрощения дальнейшего изложения введём несколько понятий. Формирование нейронной сети с четырьмя нейронами, объединёнными в структуру, показанную на рис. 1, будем считать итерацией процесса синтеза. Первоначальную итерацию, позволяющую разделить обучающую выборку на два непересекающихся множества А и В, назовём нулевой итерацией. Саму структуру, приведенную на рис. 1, назовём базовой структурой.

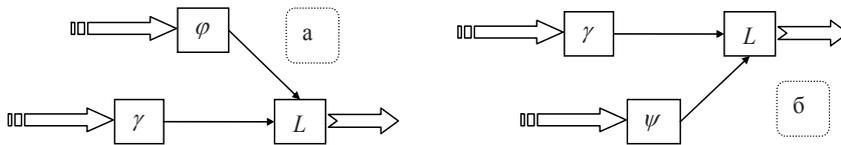


Рис. 2. Структура сети в случае наличия ошибки только в одном из получаемых множеств: а) отсутствует ошибка в множестве В ; б) отсутствует ошибка в множестве А

Очевидно, что нейронная сеть со структурой, показанной на рис. 1, может решать задачи классификации для сравнительно простых случаев. На практике граница, разделяющая классы, может быть довольно сложной, несвязной и невыпуклой. Ошибки классификации, которые могут при этом появляться, обусловлены только неверным разделением множеств А и В с использованием  $\varphi$  и  $\psi$  нейронов. В таком случае, данные нейроны целесообразно заменить отдельными нейронными сетями, обученными на выборках А и В соответственно и имеющие ту же структуру, которая показана на рис. 1. В дальнейшем такой подход будем называть принципом самоподобия.

Учитывая сказанное, с целью уменьшения ошибки и используя принцип самоподобия, структуру на рис. 1 следует преобразовать в структуру, показанную на рис. 3, в которой  $\varphi$  и  $\psi$  нейроны рассматриваются как отдельные нейронные сети с базовой структурой, выделенные пунктирными линиями.

Очевидно, что данная нейронная сеть позволяет разделить исходную обучающую выборку X с меньшим количеством ошибок. В случае необходимости возможна дальнейшая детализация структуры соответствующих нейронов, вплоть до полного отсутствия ошибок классификации (для обучающей выборки) на какой-то итерации.

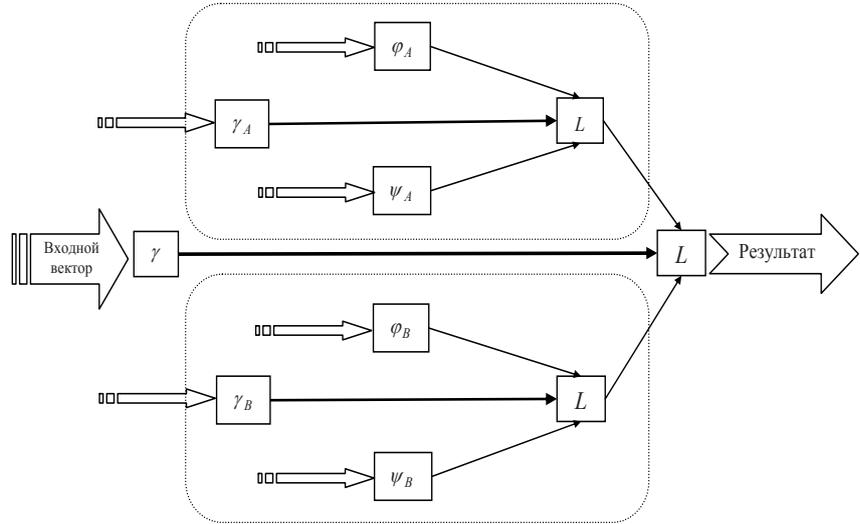


Рис. 3. Структура нейронной сети после первой итерации процесса синтеза

На основании изложенного можно определить метод синтеза структуры нейронной сети как итерационный процесс, на каждом шаге уменьшающий ошибку обучения. Отдельную итерацию необходимо рассматривать как последовательность следующих действий:

1. Сформировать нейронную сеть с базовой структурой.
2. Используя любой подходящий метод оптимизации, выполнить настройку весовых коэффициентов нейрона  $\gamma$  - типа таким образом, чтобы обучающую выборку разделить на два непересекающихся множества А и В. При этом предполагается, что результатом оптимизации является выделение максимально возможного количества элементов обучающей выборки, принадлежащих искомому классу во множество А, а всех других – во множество В.
3. Определить, существуют ли ошибки для полученных множеств.
4. В случае существования ошибок рассматривать соответствующий нейрон как отдельную базовую структуру, настройка которой выполняется на основе полученных множеств А или В соответственно. Данные множества необходимо использовать как новые обучающие выборки. Обучение рассматриваемой базовой структуры выполнять как следующую итерацию процесса синтеза (с повторением пунктов 1-4).
5. В случае отсутствия ошибок закончить обучение нейронной сети.

Используя описанный метод, можно получить ИНС, безошибочно разделяющую обучающую выборку данных. Фактически, каждая итерация представляет собой уточнение математической модели (4), т.е. в зависимости от наличия ошибок детализацию  $\varphi$  или  $\psi$  функции. Учитывая сказанное, математическую модель нейронной сети, изображённой на рис. 3, следует записать как:

$$L(x_i, X) = \gamma(x_i) \cdot (\gamma_A \varphi_A(x_i) + \overline{\gamma_A} \psi_A(x_i)) + \overline{\gamma(x_i)} \cdot (\gamma_B \cdot \varphi_B(x_i) + \overline{\gamma_B} \cdot \psi_B(x_i)). \quad (5)$$

Ещё одна итерация приводит к структуре, показанной на рис. 4, которую в случае необходимости можно детализировать и далее.

Описанный процесс построения топологии нейронной сети приводит к тому, что обученная сеть представляет собой структуру, в которой каждая из её частей может рассматриваться как подобная целому. Действительно, если в качестве элементарной единицы принять базовую структуру, содержащую четыре нейрона, то её детализация, которую можно рассматривать как взгляд на сеть с другим масштабом, позволяет обнаружить сложную структуру у нейронов  $\varphi$ -типа и  $\psi$ -типа. Заметим, что структура этих нейронов в каком-то смысле повторяет структуру базовую:

- состоит из четырёх нейронов того же типа, что и базовая структура;
- имеет то же количество и тот же тип связей между нейронами, что и базовая структура;
- имеет такую же структуру связей непосредственно с входным вектором (рецепторами).

Структуры, часть которых выглядит подобно целому, получили название фракталов, о чём замечательно рассказано в монографии М. Шредера [9]. В связи с тем, что предлагаемый метод синтеза приводит к самоподобной структуре ИНС, автором данной работы предлагается выделить отдельный тип топологии нейронных сетей – нейронные сети с фрактальной структурой.

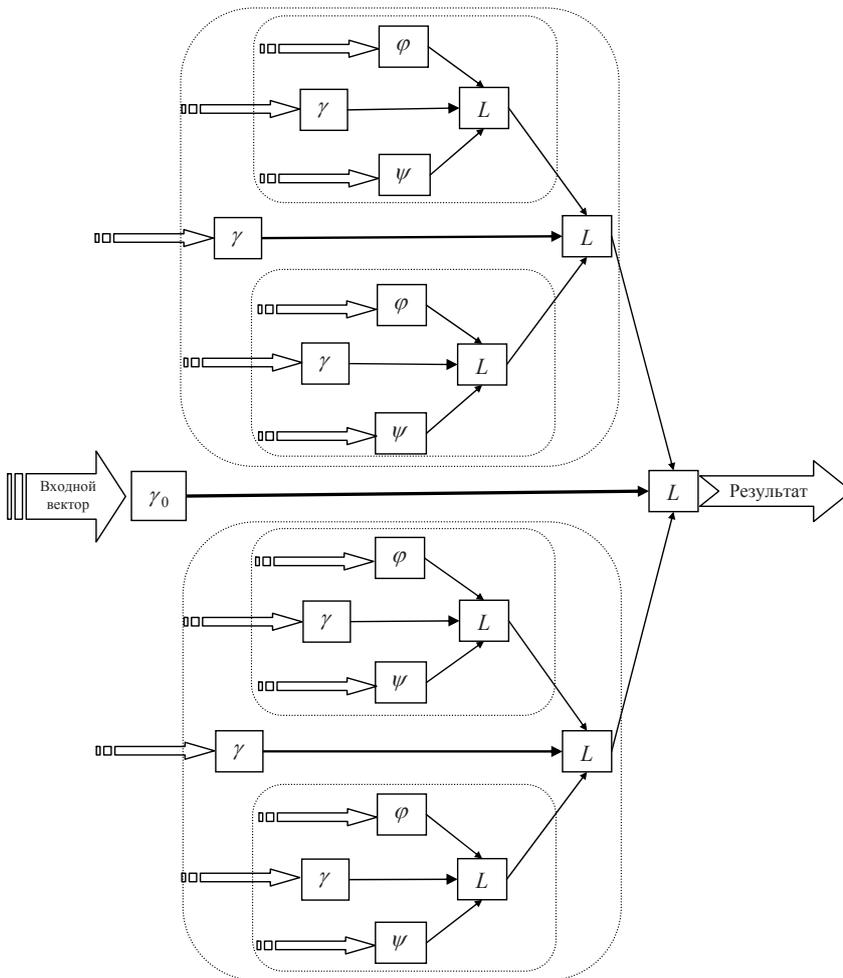


Рис. 4. Структура нейронной сети после второй итерации процесса синтеза

#### 4. Пример синтеза

Рассмотрим предложенный подход к обучению ИНС с точки зрения возможности практического использования на конкретном примере, так как это позволяет лучше понять и оценить предлагаемый метод синтеза. Для наглядности и простоты оценки эффективности метода ограничимся размерностью входного вектора, равной двум ( $N=2$ ) и двумя классами, так как это позволяет легко визуализировать результаты и обобщить их на пространство большей размерности.

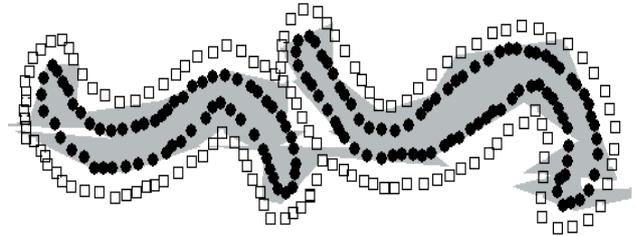


Рис. 5. Результат синтеза и использования нейронной сети для случая несвязной невыпуклой области, занимаемой элементами искомого класса.

Для иллюстрации возможностей предложенного метода рассмотрим пример классификации для обучающей выборки, в которой области пространства, занимаемые элементами классов, является невыпуклыми и несвязными, что показано на рис. 5. На рисунке окружностями и прямоугольниками изображены элементы обучающей выборки, относящиеся к различным классам.

Входной сигнал для нейронной сети рассматривается как точка на плоскости с координатами  $(z_1, z_2)$ , а центр каждой фигуры соответствует этой точке. Закрашенный элемент означает, что нейронная сеть после обучения отнесла его к первому классу.

Затемнённая область на рисунке соответствует области, занимаемой элементами этого класса, и найдена путём полного перебора всех возможных точек в границах изображения и их классификации синтезированной нейронной сетью, структура которой показана на рис. 6.

Как видно из рисунка 5, классификация выполнена без ошибок. Можно привести ещё много различных примеров с произвольными непересекающимися границами областей, занимаемым элементами различных классов, но это не влияет на результат – синтезируемые нейронные сети без ошибок разделяют обучающую выборку на классы.

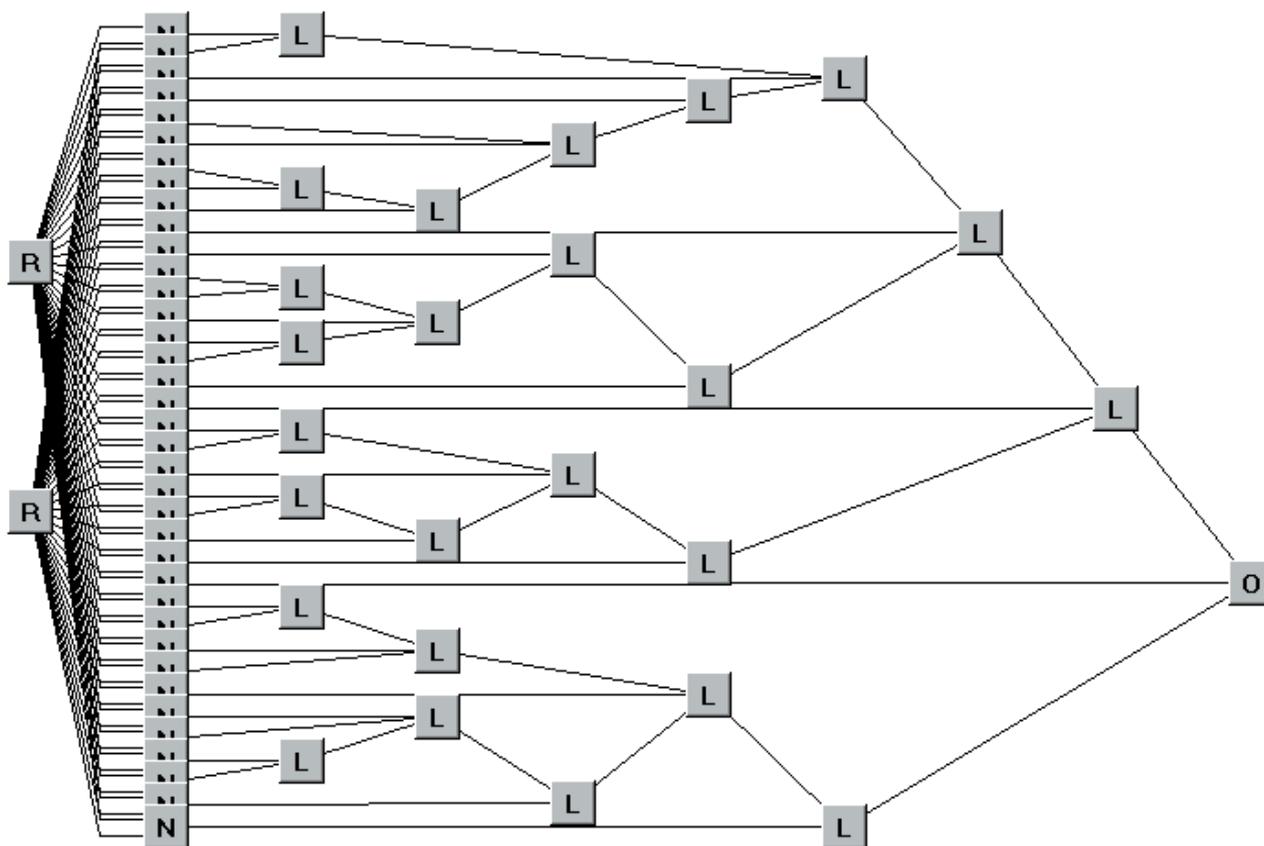


Рис. 6. Структура нейронной сети, синтезированная предлагаемым методом и решающая задачу классификации для случая, показанного на рис. 5

Обобщая вышесказанное, можно утверждать, что синтез нейросетевых моделей на основе предлагаемого метода позволяет гарантированно достичь экстремума-минимума функции ошибки для решения задач классификации в случае областей с непересекающимися границами независимо от сложности и структуры данных, содержащихся в обучающей выборке.

## 5. Выводы

На основании изложенного в работе материала, можно утверждать, что для рассмотренного класса задач:

1. Впервые предложен метод синтеза искусственных нейронных сетей, позволяющий формировать нейросетевую модель в процессе последовательной детализации структуры входящих в сеть нейронов.

2. Получена математическая модель процесса синтеза искусственной нейронной сети, что позволяет рассматривать предложенный метод как вычисление самоподобной логической функции вида (4), определяющей принадлежность элемента обучающей выборки к заданному классу.

3. Теоретически обоснована и практически доказана возможность формирования особого вида межнейронных соединений, что позволяет рассматривать синтезируемую нейронную сеть как фрактальную структуру и определить новый тип топологии ИНС.

4. Существенным отличием предложенного метода синтеза нейронных сетей от других широко распространенных в настоящее время методов является

практическая возможность обнаружения глобального экстремума-минимума функции ошибки.

5. Значительным преимуществом предложенного метода является объединение в рамках одного итерационного процесса формирования межнейронных соединений внутри сети и выбор количества составляющих сеть формальных нейронов, а также определение их весовых коэффициентов. Если рассматривать нейронную сеть как модель изучаемого объекта, то предложенный метод объединяет в рамках единого итерационного процесса структурную и параметрическую идентификацию системы, что предопределяет его использование в случае трудно формализуемых или же не формализуемых вовсе задач.

6. Рассмотренный подход к синтезу нейросетевых структур отличается простотой реализации и высокой скоростью работы.

## Литература

1. Справочник по теории автоматического управления / А.Г. Александров, В.М. Артемьев, В.Н. Афанасьев и др. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.:Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 640 с.

3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.:Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 616 с.
4. К.А. Пупков, А.В. Фалдин, Н.Д. Егупов. Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления. – М.:Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 512 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.5: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.:Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с.
6. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егупова; издание 2-ое, стереотипное. – М.:Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
7. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: Учеб. Пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.Наука, Гл. ред. Физ-мат. лит., 1986. – 416 с.
8. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М., Генетические алгоритмы / Под ред. В. М. Курейчика. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с.
9. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 528 с.

*Проаналізовано відомі методи розрахунку висоти сортувальної гірки. Обґрунтована необхідність їх удосконалення. Наведені основні положення удосконаленого наукового підходу до визначення даного параметру і результати розрахунків з використанням різних методів*

*Ключові слова: сортувальна гірка, висота, питомий опір*

*Проанализированы известные методы расчета высоты сортировочной горки. Обоснована необходимость их совершенствования. Приведены основные положения усовершенствованного научного подхода к определению данного параметра и результаты расчетов с использованием разных методов*

*Ключевые слова: сортировочная горка, высота, удельное сопротивление*

*The known calculation methods of hump height were analyzed. The necessity for its perfection was grounded. The main postulates of improved scientific approach to given parameter definition and calculation results with using different methods were given*

*Key word: sorting hump, height, resistivity constant*

УДК 656.212.5

## УДОСКОНАЛЕННЯ НАУКОВОГО ПІДХОДУ ДО РОЗРАХУНКУ ВИСОТИ СОРТУВАЛЬНОЇ ГІРКИ

О.М. Огар

Кандидат технічних наук, доцент, докторант  
Кафедра залізничних станцій та вузлів  
Українська державна академія залізничного транспорту  
Майд. Фейєрбаха, 7, м. Харків, Україна, 61050  
Контактний тел.: 8 (057) 730-10-42

### 1. Вступ

Залізничний транспорт України функціонує в складних економічних умовах, які вимагають створення ефективних і стійких до зовнішніх факторів засобів і технологій роботи об'єктів інфраструктури. Одним з основних аспектів, що визначає ефективність функціонування залізничного транспорту, є забезпечення збереження паливно-енергетичних, виробничих і перевізних ресурсів.

На шляху вирішення проблеми підвищення ефективності роботи об'єктів інфраструктури залізниць України постають об'єктивні фактори сучасного стану галузі, які у значній мірі ускладнюють створення і впровадження нових технічних і технологічних рішень.

В першу чергу до таких факторів відносяться відсутність підтримки інноваційного розвитку залізниць України з боку держави, нестабільність і постійне зростання цін на енергоносії, значний загальний ступінь