

эксплуатируемых в Украине, экономический эффект от применения ГТУ-УТ/ВТД составит, в среднем, порядка \$ 3 млрд.

Таким образом, можно утверждать, что применение ГТУ-УТ в качестве привода нагнетателя ГПА более рационально, чем предлагаемая схема ГТУ-Р, а при тенденции роста цен на природный газ, сроки окупаемости этого относительно недорогого проекта в Украине будут не большие.

Решение о выборе термодинамической схемы ГТУ в конечном итоге может быть принято только на основе анализа стоимости жизненного цикла с учетом динамики соотношения цен на топливо и оборудование.

Литература

1. Энергетическое газотурбостроение: современное состояние и тенденции развития/Патон Б.Е. Халатов А.А.,

Костенко Д.А., Письменный А.С., Билека Б.Д./Институт технической теплофизики НАН Украины. – Киев. – 2008. – 74 с.

2. Щуровский В.А. Технологические аспекты применения электроприводов в ГПА/ Материалы научно-технического совета ОАО «Газпром». Концепция применения электроприводов газоперекачивающих агрегатов в ОАО «Газпром». – Т.1. – Нижний Новгород – Москва. – С.16 – 20.
3. Особенности создания газотурбинной установки регенеративного цикла для ГПА/ Романов В.В., Спицын В.Е., Боцула А.Л., Мовчан С.Н., Чобенко В.Н. // В этом номере журнала – С.16 – 19.
4. Коваль В.А., Тарелин А.А. О выборе термодинамической схемы газотурбинной установки промышленного назначения// Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков. – 2008. - №35. – С.72 – 77.

УДК 621.438.004.15

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ И УСОВЕР- ШЕНСТВОВАНИЕ ТУРБОМАШИН С ПОМОЩЬЮ РЕШАТЕЛЯ FLOWER

С. В. Ершов

Доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник

Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного
НАН Украины

ул. Д.Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

Контактный тел.: 8 (050) 589-29-30, 8 (0572) 95-95-35

E-mail: yershov@ipmach.kharkov.ua

На прикладі розв'язувача FlowER обговорюються питання вибору моделі течії, моделі турбулентності та числового методу. Представлено обчислювальні результати для течій в турбомашиних, включаючи нестационарні явища, протікання, плівкове охолодження та оптимізацію кшталту лопаток

Ключові слова: слова: турбомашини, протікання течія, числове моделювання

На прикладі решателя FlowER обговорюються питання вибору моделі течення, моделі турбулентності і численного методу. Представлені численні результати для течій в турбомашиних, включаючи нестационарні явища, протікання, плівкове охолодження і оптимізацію форми лопаток

Ключевые слова: турбомашини, пространственное течение, численное моделирование

By the example of solver FlowER, the questions of flow modelling, turbulence modelling and numerical technique are discussed. Numerical results are presented for turbomachinery flows including unsteady effects, leakages, film cooling and optimization of blade shape

Key words: turbomachinery, three-dimensional flow, numerical simulation

1. Введение

За последние 15-20 лет достигнут существенный прогресс в области численного моделирования те-

чений в турбомашиних, разработано большое количество математических моделей и методов [4, 8, 22 и т.д.]. Расчет трехмерного вязкого течения на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений На-

вье-Стокса (RANS) [26] стал общепринятой практикой при проектировании турбомашин. Качественно и количественно адекватное моделирование общей структуры течения в межлопаточных каналах турбин и компрессоров сегодня уже не вызывает удивления. В настоящее время исследователи вплотную приблизились к моделированию тонкой структуры течений и, как следствие, к точной оценке потерь в турбомашинных и их эффективной оптимизации.

В настоящей работе представлено современное состояние вычислительной газодинамики турбомашин на примере решателя **FlowER** [3], который получил широкое распространение в Украине, Польше и России.

2. Основные уравнения

Уравнения RANS, дополненные моделью турбулентности, оказываются достаточными для решения большинства практических задач о стационарных и нестационарных течениях газа в турбомашинных. Применение более сложных моделей течения, позволяющих, например, рассчитать крупномасштабную турбулентность [23], для массовых расчетов пока еще является нерациональным. Решатель **FlowER** использует уравнения RANS, записанные в самой общей форме для локальной криволинейной вращающейся системы координат.

3. Моделирование турбулентности

Моделирование турбулентности в настоящее время является основной проблемой вычислительной газодинамики [26]. Поэтому выбор модели турбулентности может оказаться принципиальным вопросом. Пристеночные модели турбулентности алгебраические и дифференциальные, такие как модель Болдуина-Ломакса [5] и модель Спаларта-Аллмараса [24] – вполне приемлемый выбор для течений на расчетных режимах в изолированных решетках турбомашин. Для нерасчетных условий обтекания при наличии интенсивных срывов потока или для нестационарного взаимодействия следов с нижестоящими по потоку лопатками турбулентность не может рассматриваться как пристеночная, и требуются более совершенные модели турбулентности, такие как, например, модель SST $k-\omega$ [20], которая показала себя адекватной для широкого класса течений в турбомашинных.

Большинство моделей турбулентности внутренне противоречивы и могут производить нефизические напряжения Рейнольдса. Это приводит к чрезмерному производству турбулентности для неравновесных турбулентных течений. Ограничения реализуемости, предложенные Ламли [18], устраняют этот недостаток.

Решатель **FlowER** использует двухпараметрическую модель турбулентности SST $k-\omega$.

4. Уравнение состояния

В подавляющем большинстве случаев в турбомашинных рассматривается течение термически и калорически совершенного газа, и такой модели потока

обычно достаточно для расчетов изолированных решеток турбин и компрессоров. При течении газа в многоступенчатой турбомашине происходит существенное изменение температуры по тракту проточной части и соответственно термодинамические константы уже нельзя считать постоянными. В паровых турбинах, кроме того, может происходить конденсация, что приводит к скачкообразному изменению свойств рабочего тела. Учесть эти эффекты возможно с помощью различных уравнений состояния, в том числе табличных.

Решатель **FlowER** использует подход, согласно которому сложное уравнение состояния, такое как, например, уравнение Ван-дер-Ваальса или табличное уравнение состояния, локально аппроксимировано более простым уравнением, для которого скорость звука всегда вещественна, а для задачи распада разрыва существует быстрое решение. Таким аппроксимирующим уравнением выбрано уравнение состояния Тамманна.

5. Численный метод

В настоящее время разработано достаточно много схем высокого разрешения для прикладных задач газодинамики (например, [10,13]). Схемы первого порядка аппроксимации для расчета течений в турбомашинных давно не используются, и второй порядок аппроксимации считается минимально допустимым уровнем моделирования.

В научной литературе вопросам ускорения расчетов для практических приложений уделяется не меньшее внимание, чем повышению точности. Это связано с тем, что численные методы расчета течений входят непосредственно в практику проектирования различных газодинамических устройств, используются в задачах оптимизации и поэтому должны быть быстрыми. Совмещение требований повышенного порядка аппроксимации, монотонности и вычислительной эффективности (быстрой сходимости) – это основной вызов разработчикам численных методов.

В решателе **FlowER** применяется неявная квази-монотонная схема второго порядка аппроксимации [1, 2].

6. Распараллеливание вычислений

Одним из путей ускорения расчетов течений является распараллеливание вычислений, которое выполняется либо на обычных ЦПУ с общей или распределенной памятью, либо на графических ГПУ с общей памятью. В последнем случае ускорение более чем на порядок может быть достигнуто на типичном современном компьютере со специальной графической картой. К сожалению, создание кода, эффективно работающего на всех типах многопроцессорных систем, весьма проблематично.

Решатель **FlowER** распараллелен для выполнения расчетов на многопроцессорных компьютерах и сетевых кластерах (ЦПУ) с поддержкой протокола TCP/IP. Тесты, проведенные на 4-х ядерном компьютере и сетевом четырехпроцессорном кластере, показали, что имеется возможность обеспечить эффективность распараллеливания на уровне 90-93 %.

7. Методика оптимизации

Одна из важнейших целей разработки моделей и методов расчета течений состоит в их использовании для усовершенствования газодинамических устройств. Поэтому все чаще и чаще решатели уравнений газовой динамики используются при решении задач оптимизации [6, 25]. Решатель **FlowER** также успешно применялся для оптимизации турбинных ступеней [16]. Требования к такому решателю в этом случае существенно повышаются – необходимы высокая надежность и точность в условиях автоматического формирования геометрии проточной части, разностной сетки и исходных данных обтекания. Также важную роль играет быстродействие решателя. Для ускорения получения решения оптимизацию можно проводить не в пространстве целевых функций, определяемых решением уравнений RANS на мелких сетках, а в пространстве приближенных целевых функций. Приближенное предсказание целевой функции может быть выполнено с помощью искусственных нейронных сетей [6], аппроксимационных поверхностей отклика [7] или при помощи расчетов на грубых сетках. В таком случае правильный расчет течения по уравнениям RANS на мелких сетках проводится только для отдельных точек, что позволяет значительно (на порядок) сократить время оптимизации.

Методы оптимизации, применяемые для рассматриваемых задач, должны удовлетворять двум основным требованиям: во-первых, обеспечивать минимальное количество вычислений целевой функции, а во-вторых, гарантировать нахождение глобального экстремума, так как рассматриваемые задачи часто оказываются мультимодальными. Этим условиям удовлетворяют различные комбинации методов поиска по шаблону типа метода Нелдера-Мида [21] и генетического алгоритма [9].

Разработана программа **Optimus**, управляющая процессами подготовки исходных данных, формирования разностной сетки, запуска метода оптимизации и метода расчета течения (реализованного в решателе **FlowER**). Для оптимизации применяются метод Нелдера-Мида и генетический алгоритм, что позволяет пользователю, комбинируя их, найти окрестность глобального экстремума, а затем достаточно быстро осуществить к нему «спуск». В настоящее время основными варьируемыми параметрами являются углы установки плоских сечений, образующих лопатку, навалы и параметры саблевидности и стреловидности направляющих лопаток. Все варьируемые параметры представлены в терминах отклонений модифицируемой лопатки от прототипа. Полная параметризация пера лопатки и меридиональных обводов планируется в ближайшем будущем.

8. Численные результаты

Ниже приведены численные результаты, показывающие возможности решателя **FlowER** при моделировании течений в турбомашинах.

8.1. Поток в осевых решетках

Точность описания вторичных течений во многом определяет возможности газодинамического решателя правильно прогнозировать потери и КПД. На

рис. 1 показаны изолинии коэффициента статического давления на торцевой поверхности решетки Лэнгстона [17]. На рис. 2 приведены линии тока в области вторичных течений решетки Ходсона и результаты экспериментальной визуализации течения на торцевой поверхности и стороне разрезания [12]. В обоих случаях наблюдается удовлетворительное качественное согласование результатов расчета и эксперимента.

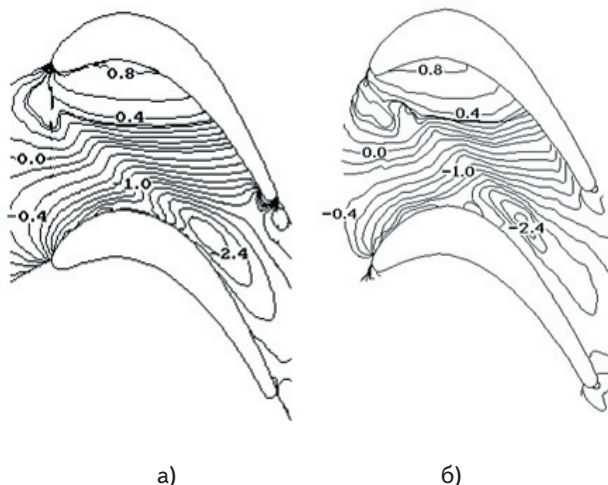


Рис. 1. Изолинии коэффициента давления в решетке Лэнгстона
а – расчет **FlowER**; б – эксперимент [17]

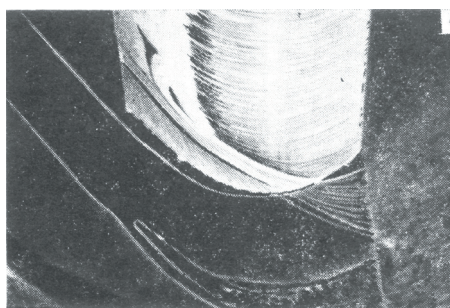
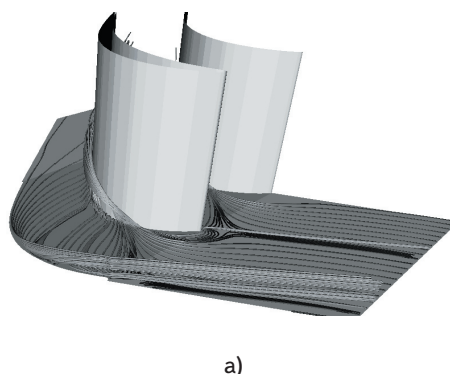


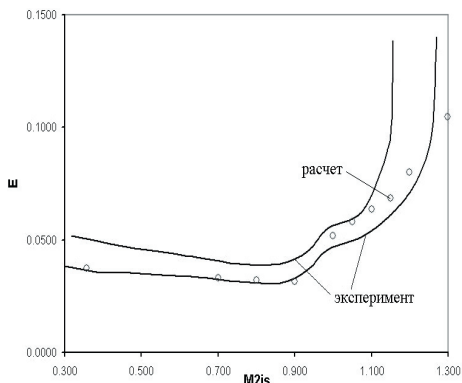
Рис. 2. Вторичные течения в решетке Ходсона
а – линии тока в торцевой области (расчет **FlowER**);
б – эксперимент [12]

При обтекании лопаток турбин и компрессоров в потоке наблюдаются вихревые дорожки Кармана, сбегающие с выходных кромок лопаток. На рис. 3 показаны осредненные по времени (рис.3, а) и

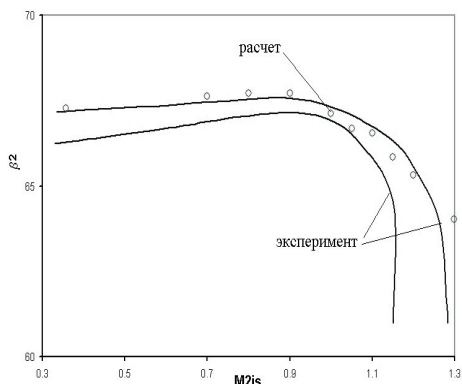
мгновенные (рис. 3, б) изолинии полного давления в турбинной решетке VKI-1 [15]. Осредненная картина течения представляет привычную структуру стационарного следа, в то время как нестационарная визуализация демонстрирует вихревую дорожку за выходной кромкой лопатки. Здесь же приведены зависимости от адиабатического числа Маха на выходе потери кинетической энергии (рис. 3, г) и угла выхода потока (рис. 3, д) в сопоставлении с экспериментальными данными. Наблюдается удовлетворительное качественное согласование результатов расчета и эксперимента.



а) б)



в)



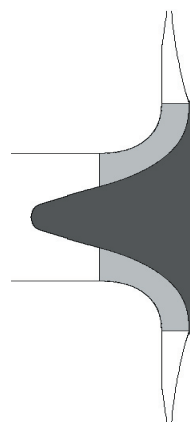
г)

Рис. 3. Обтекание трансзвуковой турбинной решетки VKI-1 [15]

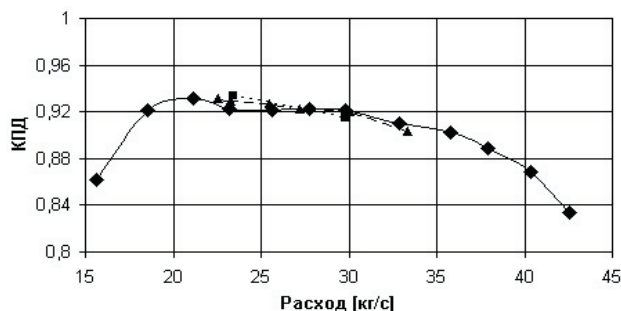
а — стационарный след; б — вихревая дорожка; в — потери кинетической энергии; г — угол выхода потока

8.2. Поток в радиально-осевых решетках

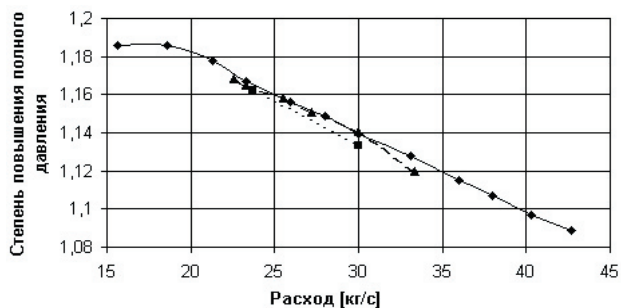
Решатель FlowER позволяет проводить расчеты трехмерных вязких течений не только в осевых, но и в радиальных и осерадиальных лопаточных аппаратах. На рис. 4 для низкоскоростного центробежного компрессора [11] (рис. 4, а) показаны зависимости КПД (рис. 4, б) и степени повышения давления (рис. 4, в) от массового расхода. На рис. 5 приведены изолинии коэффициента статического давления в поперечном сечении на выходе из лопаточного аппарата. Результаты расчета удовлетворительно количественно и качественно согласуются с данными эксперимента [11].



а)



б)



в)

Рис. 4. Характеристики низкоскоростного центробежного компрессора

а — меридиональное сечение; б — зависимость КПД от массового расхода; в — зависимость степени повышения давления от массового расхода

◆ — эксперимент [11]; ▲ — расчет FlowER; ■ — расчет [14]

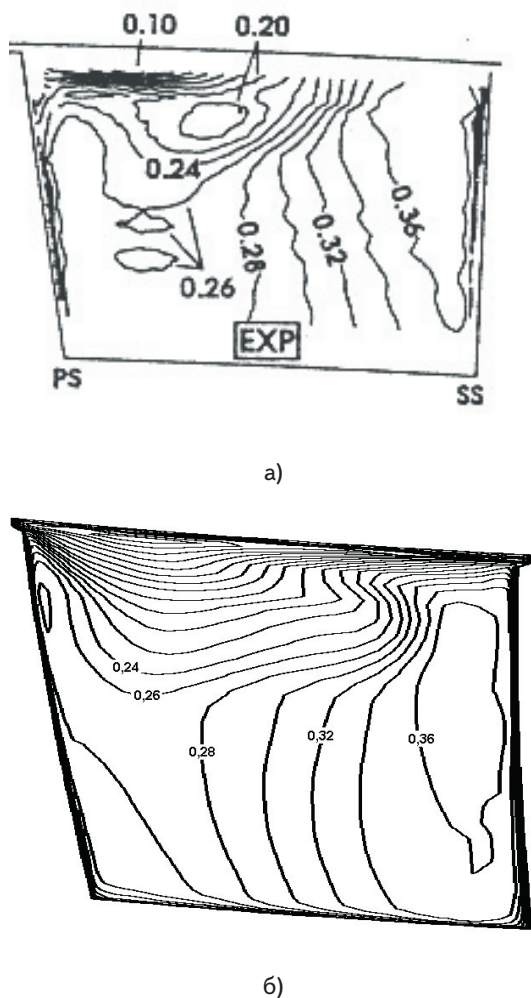


Рис. 5. Течение в низкоскоростном центробежном компрессоре
а – эксперимент [11]; б – расчет FlowER

8.3. Течение в многоступенчатых турбомашинах

При расчете многоступенчатых турбин одной из серьезных проблем является изменение свойств рабочего тела вдоль проточной части, вызванное изменением температуры.

Чтобы избежать больших погрешностей, необходимо учитывать этот фактор. При расчетах течений в паровых турбинах низкого давления применение уравнения состояния термически и калорически совершенного газа может привести к тому, что температура пара на выходе из турбины будет ниже температуры замерзания воды.

На рис. 6 приведены результаты расчета течения в пятиступенчатой турбине низкого давления с помощью модели калорически несовершенного газа, для которого теплоемкости зависят от температуры. В таблице даны средние температуры на выходе за ступенями турбины в сопоставлении с экспериментальными данными [19] и результатами расчета по уравнению совершенного газа.

Видно, что использование уравнения состояния с переменными теплоемкостями позволяет существенно улучшить согласование результатов расчета с экспериментальными данными.

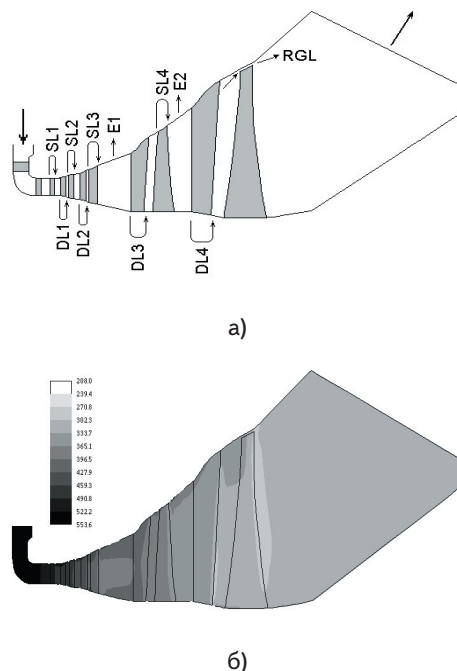


Рис. 6. Течение в многоступенчатой турбине
а – схема проточной части; б – изолинии температуры в среднем сечении проточной части;
SL – надбандажная протечка; E – отбор;
DL – диафрагменная протечка; RGL – протечка в радиальном зазоре

Таблица

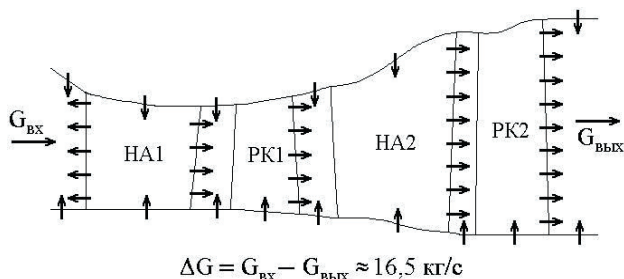
Сравнение экспериментальной и расчетной температуры в турбине

Ступень	Венец	Температура на выходе ступени, К		
		Постоянные теплоемкости	Переменные теплоемкости	Эксперимент [19]
1	1	479.2	482.0	-
	2			
	3			
2	4	427.7	435.5	-
	5			
3	6	355.8	382.5	371.2
	7			
4	8	299.8	350.2	346.4
	9			
5	10	229.0	312.0	314.8
	11			

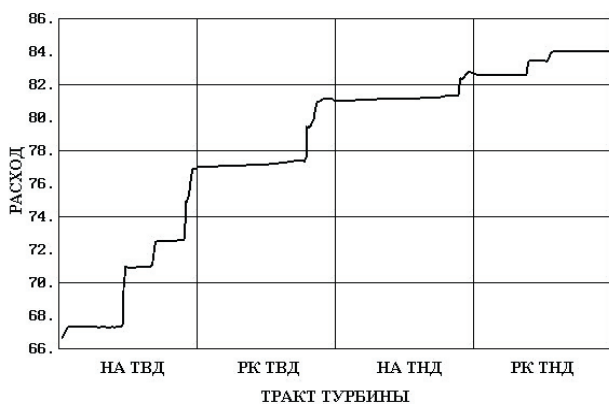
8.4. Моделирование пленочного охлаждения и протечек

При расчете многоступенчатых турбин оказывается важным учет различных протечек и отборов рабочего тела, которые существенно влияют на эффективность. На рис. 6 показана схема протечек и отборов для паровой турбины низкого давления, которая использовалась для моделирования течения в предыдущем разделе. Пленочное охлаждение лопаток газовых турбин также существенно влияет на характер течения и характеристики лопаточных аппаратов. На рис. 7 показана схема пленочного охлаждения двухступенчатой

турбины ГТД и приведено распределение расхода по проточной части. На рис. 8 даны изолинии температуры для корневого, среднего и периферийного сечений лопаток статора первой ступени. Четко видны зоны, охлаждаемые пленочным охлаждением.

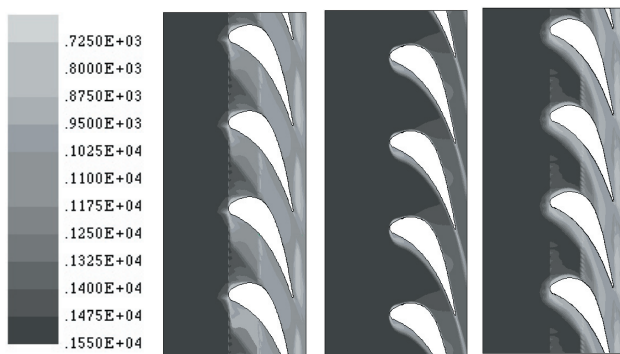


а)



б)

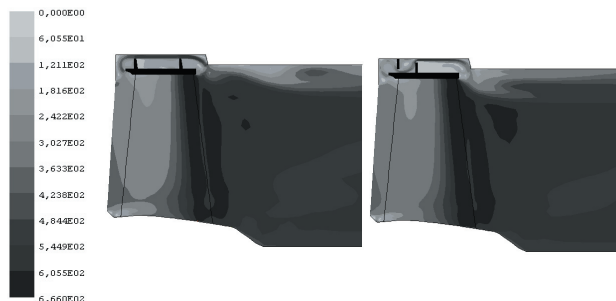
Рис. 7. Двухступенчатая турбина ГТД
а – схема пленочного охлаждения; б – массовый расход
вдоль тракта турбины



а) б) в)

Рис. 8. Изолинии температуры в решетке статора с пленочным охлаждением
а – корень; б – среднее сечение; в – периферия

На эффективность турбины влияют протечки в уплотнениях. Полный расчет потока в турбинных ступенях совместно с течениями в надбандажных и диафрагменных полостях стал возможен только в последнее время. На рис. 9 приведены изолинии скорости в рабочем колесе турбины газотурбинного двигателя при различных конструкциях надбандажного уплотнения.



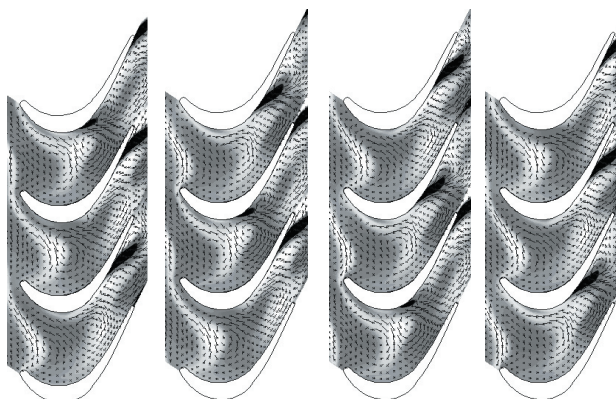
а) б)

Рис. 9. Рабочее колесо турбины с лабиринтными уплотнениями: а – нижние лабиринтные кольца; б – верхнее и нижнее лабиринтные кольца

8.5. Нестационарное течение в турбомашине

Реальное течение в турбомашине всегда нестационарное, что вызвано взаимодействием потенциальной, следовой и волновой неравномерностей потока с движущимися относительно них решетками. Такое взаимодействие неизбежно приводит к дополнительным потерям, которые в отдельных случаях могут оказаться существенными. Поэтому общепринятые сегодня модели стационарного течения в многоступенчатых турбомашине с усреднением параметров потока в окружном направлении в осевых зазорах не всегда достаточно точно предсказывают потери в проточных частях турбомашин. Решение нестационарных задач течения в решетках в таких случаях может оказаться полезным.

На рис. 10 для среднего сечения решетки рабочего колеса турбины приведены мгновенные отклонения векторов скорости от осредненных их значений на периоде нестационарного течения T . Фоном рисунка служат изолинии мгновенных отклонений радиальной компоненты скорости от средних значений на периоде нестационарности. Видно, что кромочный след от стоящих выше по потоку лопаток может быть представлен как пара вихрей, проходящих через рассматриваемую решетку. Структура такого течения оказывается достаточно сложной и существенно трехмерной.



а) б) в) г)

Рис. 10: Радиальные компоненты скорости и векторы отклонения скорости
(а) $t = 0$; (б) $t = 0.25T$; (в) $t = 0.5T$; (г) $t = 0.75T$

8.6. Оптимизация пространственного профилирования лопаток

Ниже представлены результаты оптимизации паровой турбины, полученные с помощью программы Optimus. На рис. 11 схематически показана геометрия исходной и оптимизированной ступеней. В этом случае, как и в большинстве других случаев для длинных лопаток, в результате оптимизации получена форма направляющей лопатки с саблевидностью у корня и стреловидностью на периферии. На рис. 12, а показано, что такая геометрия ступени позволяет увеличить реактивность у корня и существенно повысить эффективность в широком диапазоне работы ступени от частичных режимов до номинального.

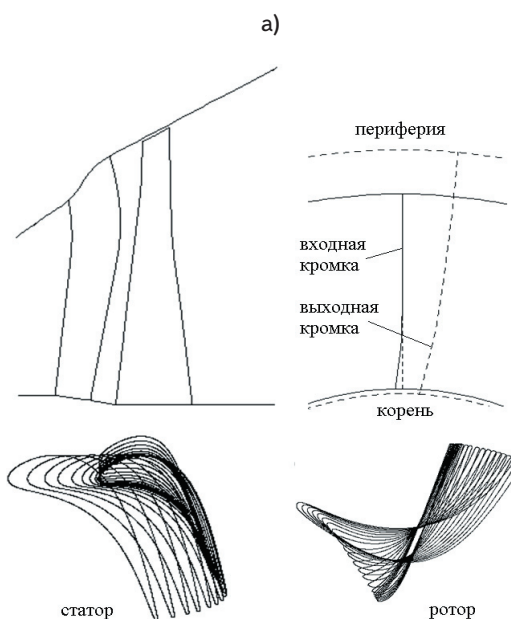
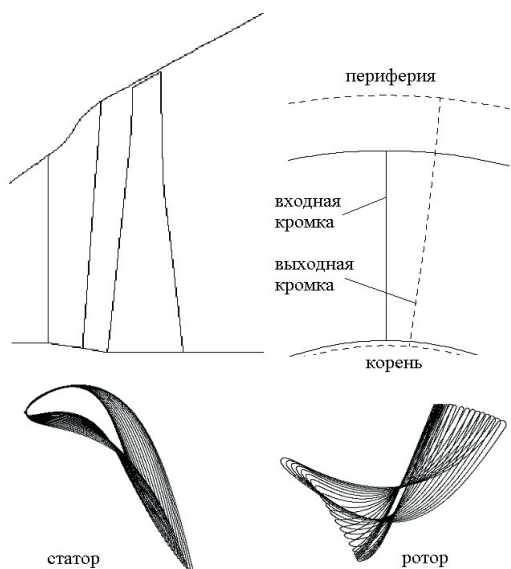
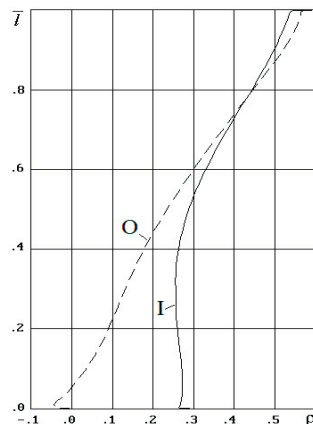
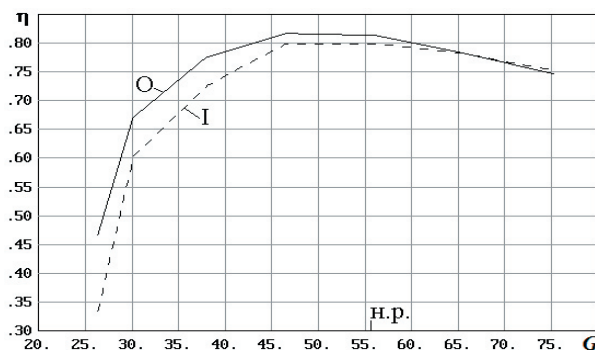


Рис. 11. Исходная и оптимизированная геометрия ступени паровой турбины
а – исходная ступень; б – оптимизированная ступень



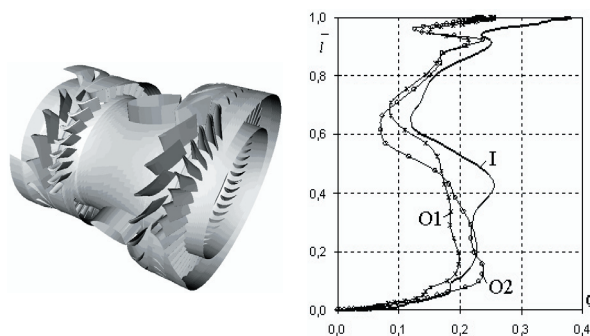
а)



б)

Рис. 12. Реактивность и КПД исходной и оптимизированной ступеней турбины: а – реактивность по длине лопатки; б – КПД в зависимости от расхода; I – исходный; O – оптимизированный; н.р. – номинальный режим

Оптимизацию лопаточных аппаратов можно проводить одновременно для всей проточной части турбин. На рис. 13, а показана геометрия двухступенчатой турбины, а на рис. 13, б даны графики потерь в турбине с учетом потерь с выходной скоростью для исходной и двух оптимизированных конструкций. В обоих случаях варьируемыми геометрическими параметрами были углы установки и закрутки лопаточных аппаратов направляющих и рабочих решеток.



а)

б)

Рис. 13. Оптимизация двухступенчатой турбины I – исходная конструкция; O1 и O2 – 1-й и 2-й варианты оптимизации

9. Выводы

В настоящее время выполняется моделирование течений практически во всех видах турбомашин. Удаётся качественно и количественно предсказывать интегральные характеристики решеток, такие как потери, и моделировать тонкую вихревую нестационарную структуру течений. Решатели уравнений газовой динамики применяются в задачах оптимизации турбин.

Дальнейшее развитие моделирования потока в турбомашинах связано с

- применением более общих моделей турбулентности для правильного описания ламинарно-турбулентного перехода и отрывных течений
- развитием моделей течения влажного пара с учетом конденсации
- повышением точности численных методов.

Литература

1. Ершов С.В. Квазилинейная схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье–Стокса // *Мат. Моделирование*, 1994. – т. 6, № 11. – С. 63–75.
2. Ершов С.В. Решение уравнений газовой динамики с помощью неявной итерационной схемы // *Вестник Харьковского национального университета*, 2007. – №775. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы», вып. 7. – С. 159-173
3. Ершов С.В., Русанов А.В. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовісцевих турбомашинах «FlowER»: Свідоцтво про державну реєстрацію прав автора на твір, ПА № 77. Державне агентство України з авторських та суміжних прав, 19.02.1996.
4. ANSYS CFX, <http://www.ansys.com/Products/cfx.asp>.
5. Baldwin B.S., Lomax H. 1978 Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows // *AIAA Paper*, 1978. – № 257. – 8 p.
6. Demeulenaere A., Braembussche R.V. Three-dimensional inverse method for turbomachinery blading design // *Computational Fluid Dynamics '96: Proc. 3rd ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conf.*, J.-A.Desideri et al., eds, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, West Sussex, England, 1996. – P. 965-971.
7. Egorov I. N. Indirect Optimization Method on the Basis of Self-Organization // *Proceedings, Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98)*, L. Caccetta et al., eds, Curtin University of Technology, Perth, Australia, 1998. – 2. – P. 683-691.
8. Fluent, <http://www.fluent.com/>
9. Goldberg D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* Addison-Wesley Publishing Company Inc. – Massachusetts, 1989. – 408 p.
10. Harten A., Osher, S. Uniformly high-order accurate non-oscillatory schemes // *SIAM J. Num. Analysis*, 1987. – 24, № 2. – P. 279–309.
11. Hathaway M.D., Chriss R.M., Wood J.R., Strazisar A.J., *Laser Anemometer Measurements of the Three-Dimensional Rotor Flow Field in the NASA Low-Speed Centrifugal Compressor* // *NASA Technical Memorandum* 4481, 1995. – 21 p.
12. Hodson H.P., Dominy R.G. Three-dimensional flow in a low-pressure turbine cascade at its design condition // *J. Turbomachinery*, 1987. – 109, № 2. – P. 116–128.
13. Jameson A., Schmidt W., Turkel E., 1981, Numerical simulation of the Euler equations by finite volume method using Runge–Kutta time-stepping schemes // *AIAA Pap.*, 1981. – № 81-1259. – 10 p.
14. Kang S., Hirsch Ch. Numerical Investigation of the Three-Dimensional Flow in NASA Low Speed Centrifugal Compressor Impeller // *Proceedings, International Symposium on Aero-Thermodynamics of Internal Flows*, Dresden University of Technology, ed., Dresden, Germany, 1999. – P. 301–336.
15. Kiock R., Lehtaus F., Baines N.C., Sievering C.H. The Transonic Flow Through a plane Turbine Cascade as Measured in Four European Wind Tunnels // *ASME Pap.*, 1986. – № 108. – P. 277–284.
16. Lampart P., Yershov S. Direct Constrained Computational Fluid Dynamics Based Optimization of Three-Dimensional Blading for the Exit Stage of a Large Power Steam Turbine // *Transactions of ASME. J. Engineering for Gas Turbines and Power*, 2003. – 125, № 1. – P. 385–390.
17. Langston L.S., Nice M.L., Hooper R.M. Three-dimensional flow within a turbine blade passage // *Transactions of ASME J. Engineering for Power*, 1977. – 99, № 1. – P. 21–28.
18. Lumley J.L. *Computational modeling of Turbulent Flows* // *Adv. Appl. Mech.*, 1978. – 18. – P. 123–176.
19. Marcinkowski S., Gardzilewicz A., Głuch J. Results of extended flow measurements in the LP part of 18K370 steam turbine // *Rep. Diagnostyka Maszyn*, 1999. – № 11/99. – 59 p. (in Polish).
20. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.*, 1994. – 32, № 11. – P. 1299–1310.
21. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // *The Computer Journal*, 1965. – 7, № 1. – P. 308–313.
22. NUMECA International, <http://www.numeca.com/>
23. Pope S.B. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2003. – 771 p.
24. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *La Recherche Aeronautique*, 1994. – 1, № 1. – P. 5–21.
25. Torre A., Cecchi S. Latest Developments and Perspectives in the Optimised Design of LP Steam Turbines at ANSALDO // *Proceedings, 7th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, K.D. Papailiou et al., eds, Athens, Greece, 2007. – P. 19–40.
26. Wilcox D.C. *Turbulence modeling for CFD*. 2nd ed. Palm Drive: DCW Industries Inc., 2004. – 540 p.