

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ СТРУКТУРНО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

С.Н. Исаков

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник
Кафедра сопротивления материалов*

А.С. Исаков

Студент*
Кафедра динамики и прочности машин*

С.И. Марусенко

Научный сотрудник
Кафедра сопротивления материалов*
*Национальный технический университет «Харьковский
политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002
Контактный тел.: 8 (057) 707-65-60

У статті розглянуті питання моделювання, чисельного розрахунку динамічних процесів та оптимізації модульних високо-частотних структурно-зв'язаних систем (ВЧ СЗС) з урахуванням реального характеру навантаження в умовах кратного та щільного спектру власних частот конструкції на прикладі ультразвукових медичних інструментів.

Ключові слова: структурно-зв'язана система, змушені коливання, кратний та щільний спектр частот

В статье рассмотрены вопросы математического моделирования, численного расчета динамических процессов и оптимизации модульных высокочастотных структурно-связанных систем (ВЧ ССС) с учетом реального характера нагружения в условиях кратного и плотного спектра собственных частот конструкции на примере ультразвуковых медицинских инструментов.

Ключевые слова: структурно-связанная система, вынужденные колебания, кратный и плотный спектр частот

The questions of modeling, numerical calculations of dynamic processes and optimization of modular high-frequency structure constrained systems (HF SCS) with real character of loading at the conditions of multiple and closed spectrum of structure Eigen-frequencies are considered at the paper on the ultrasonic medical instruments example.

Key words: structure constrained system, forced vibration, multiple and closed spectrum of frequencies

1. Высокочастотная структурно-связанная система

Одними из характерных представителей высокочастотных структурно-связанных систем являются ультразвуковые инструменты (УЗИ), нашедшие свое применение в различных областях науки, производства и медицины. УЗИ, обычно, представляют собой сложную пространственно-криволинейную или объемную конструкцию, состоящую из преобразователя 2, системы волноводов 1, 3 и рабочего наконечника 4, рис. 1.

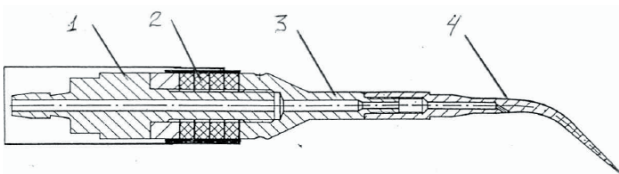


Рис. 1. Схема ВЧ ССС

2. Разрешающие уравнения

Уравнения движения УЗИ могут быть записаны в стандартной форме [1]

$$\bar{C}\bar{v} + \bar{M}\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} + \bar{R}(\bar{v}) = \bar{f}, \quad (1)$$

где \bar{v} - обобщенный вектор перемещений, \bar{C} - оператор упругих сил, \bar{M} - инерционный оператор, \bar{R} - оператор диссипативных сил и \bar{f} - вектор внешних нагрузок. Конкретный вид операторов определяется используемой математической моделью системы и может быть получен на основе общих вариационных принципов, а оператор диссипативных сил - на базе выбранной модели внутреннего и внешнего трения. УЗИ работают в режиме резонансного нагружения, при этом генерируемые за счет пьезоэффекта в преобразователе силы определяют вектор «внешней» нагрузки.

В настоящей работе основной акцент сделаем на УЗИ плоской криволинейной формы, свободные колебания которых могут быть описаны системой уравнений:

$$\frac{d\bar{y}}{d\xi} = [C]\bar{y} + \omega^2 [M]\bar{y}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin\alpha & 0 & -\frac{\cos^2\alpha}{EFL^2} & -\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{EFL^2} \\ 0 & 0 & -\cos\alpha & 0 & -\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{EFL^2} & -\frac{\sin^2\alpha}{EFL^2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EI} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho IL^2 & 0 & 0 & 0 \\ \rho FL^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho FL^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{y} = \{ u \quad v \quad \varphi \quad M_{xy} \quad Q_x \quad Q_y \}^T,$$

где E – модуль упругости, ρ - плотность материала, F и I – площадь и момент инерции поперечного сечения, L – криволинейная длина УЗИ, α - угол наклона криволинейной оси и ξ = s/L – относительная криволинейная координата.

Используя стандартные подходы [1] к решению уравнения (1), получим соответствующие выражения для амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик ВЧ ССС:

$$A_p = \sqrt{AF_{z_1}^2 + BF_{z_1}^2} \quad (3)$$

$$\text{tg } \varphi_p = \text{tg} \left(\frac{BF_{z_1}}{AF_{z_1}} \right),$$

где

$$AF_{z_1} = \sum_{i=1}^{n_a} \frac{z_i Du_i (\omega_i^2 - \omega^2)}{(\omega_i^2 - \omega^2) + \frac{\Delta W_n}{m_i}} \quad (4)$$

$$BF_{z_1} = - \sum_{i=1}^{n_a} \frac{z_i Du_i \Delta W_n}{(\omega_i^2 - \omega^2) + \frac{\Delta W_n}{m_i}} \quad (5)$$

$$m_i = \int_S \rho (M \varphi_i + F (u_i^2 + v_i^2)) dS \quad (6)$$

$$\Delta W_n = \sum_{i=1}^{n_a} \frac{\Delta W_i}{\pi m_i}, \quad (7)$$

а n_a - число собственных форм в разложении, ω_i - i-ая собственная частота, ω - частота возбуждения генератора, $z = (u, v, a = \sqrt{u^2 + v^2})$.

Работа пьезосил на реальных перемещениях вычисляется как

$$Du_i = \frac{\Delta u_i D_p F_p U_p}{S_e H_p}, \quad (8)$$

где

Δu_i - разность перемещений на торцах пьезоэлементов в направлении поляризации, D_p - пьезомодуль, F_p - площадь сечения пьезоэлемента, U_p - напряжение на электродах пьезоэлементов, S_e - коэффициент упругой податливости пьезокерамики, H_p - толщина пьезоэлемента а

$$\Delta W_i = \pi \int_S \Delta \bar{W}(S) dS, \quad (9)$$

где объемная плотность потерь энергии в материале конструкции определяется в соответствии с представлением Давиденкова [2]

$$\Delta \bar{W} = k \epsilon_i^2, \quad (10)$$

Где ϵ_i - интенсивность деформаций, а коэффициент k достаточно точно определяется экспериментально.

Для некоторых УЗИ большой интерес представляет и форма кривой, которую описывает рабочий торец наконечника и которая в параметрической форме может быть представлена уравнениями

$$A_x(\psi) = A_u \sin(\psi + \psi_u) \quad (11)$$

$$A_y(\psi) = A_v \sin(\psi + \psi_v)$$

$$\psi = 0 + 2\pi$$

где

$$A_u = \sqrt{AF_u^2 + BF_u^2}$$

$$A_v = \sqrt{AF_v^2 + BF_v^2} \quad (12)$$

$$\psi_u = \text{arctg} \left(\frac{BF_u}{AF_u} \right)$$

$$\psi_v = \text{arctg} \left(\frac{BF_v}{AF_v} \right)$$

3. Сравнительные тестовые расчеты

Для определения достоверности используемых математических моделей были проведены тестовые расчеты УЗИ, представленного на рис. 2, пассивная часть которого изготовлена из титанового сплава BT-31, а активная – из пьезокерамических элементов ЦТССТ-3.

Основные характеристики материалов приведены в таблице 1.

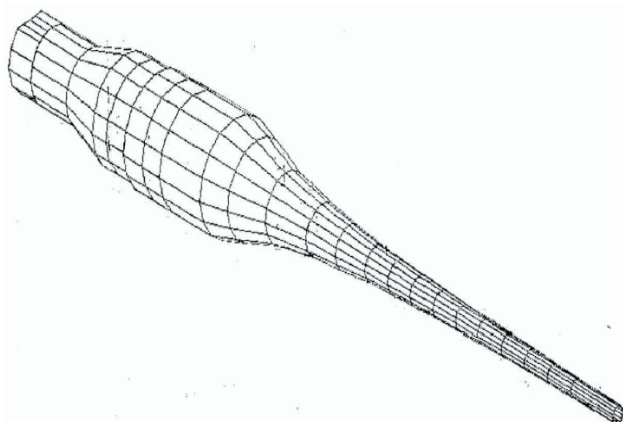


Рис. 2. Схема УЗИ для тестового расчета

Таблица №1

Характеристики материала	ВТ-31	ЦТССТ-3*
Плотность, кг/м ³	4,45 10 ³	6,24 10 ³
Модуль упругости, Н/м ²	1,04 10 ¹¹	8,75 10 ¹⁰
Коэффициент упругой податливости, м ² /Н		1,1 10 ⁻¹¹
Пьезомодуль, Кл/Н		74 10 ⁻¹²

*- параметры даны в направлении поляризации 3-3

Расчет резонансной частоты УЗИ проводился двумя методами – с использованием модели (2) и оригинального специализированного программного обеспечения, а также методом конечных элементов с использованием специализированных изопараметрических 20-ти узловых конечных элементов в системе ANSYS. Полученные значения частот 22,63 кГц и 22,58 кГц отличаются на 0,22 %, что позволяет говорить о достаточной степени точности применяемых математических моделей и программного обеспечения.

Рабочая резонансная форма колебаний представлена на рис. 3.

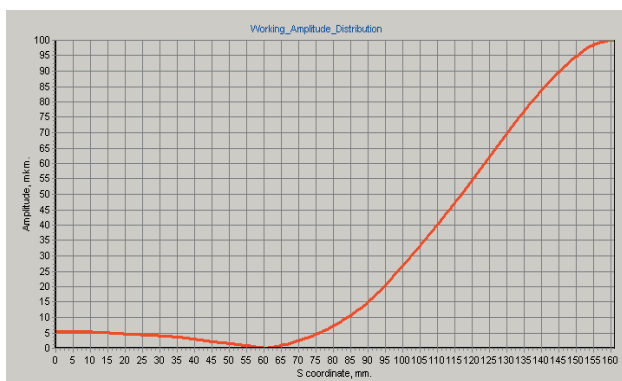


Рис. 3. Резонансная форма колебаний УЗИ

4. Результаты

В результате расчета ультразвукового нейрохирургического аспиратора рис. 4, предназначенного для разрушения и удаления патологических тканей, опухолей при оперативных вмешательствах в области

головного мозга, спинного мозга и периферических нервов, АЧХ представлена на рис. 5.

В аспираторе используются пьезокерамические элементы из ЦТССТ-3, а пассивная часть изготовлена из титанового сплава ВТЗ-1. Расчет АЧХ инструмента производился для одной собственной формы, соответствующей частоте 22,63 кГц, поскольку система является высокочастотной и влияние остальных собственных форм незначительно (постулат Видлера [1]). АЧХ представлена на рис. 5.



Рис. 4. УЗ нейрохирургический аспиратор

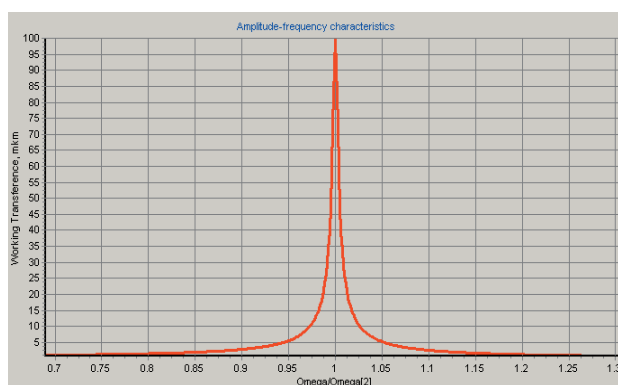


Рис. 5. АЧХ УЗ нейрохирургического аспиратора

Для криволинейных инструментов характерен достаточно плотный (иногда, даже кратный) спектр собственных частот [3], когда в зоне автоподстройки генератора находится несколько собственных форм колебаний, по которым и происходит разложение формы вынужденных колебаний в расчетах. Так для УЗ стоматологического инструмента, предназначенного для удаления зубного камня и отложений на зубах, а также для снятия коронок и мостов, представленного на рис. 6, в зоне АПЧ находятся три формы колебаний с частотами 30 кГц, 30,4 кГц и 32,35 кГц.

АЧХ при разложении формы вынужденных колебаний инструмента по двум и трем собственным частотам представлены на рис. 7 и рис. 8, соответственно, а формы кривых, которые описывает рабочий торец насадки, на рис. 9 и рис. 10.



Рис. 6. УЗ стоматологический инструмент

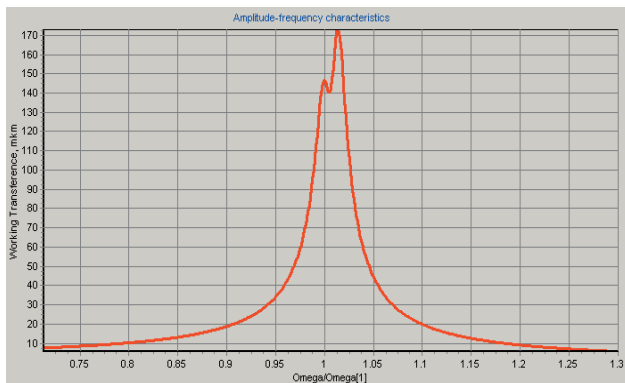


Рис. 7. АЧХ стоматологического УЗИ при 2-х собственных формах в разложении

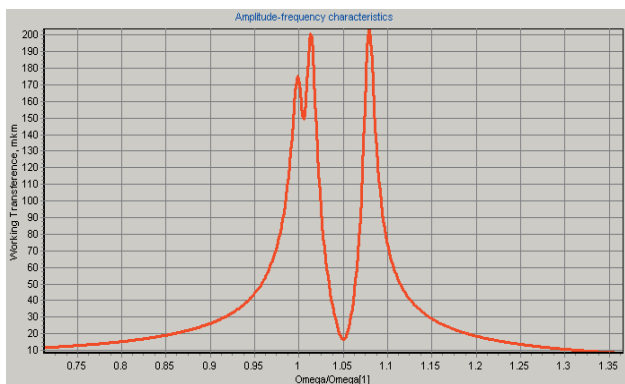


Рис. 8. АЧХ стоматологического УЗИ при 3-х собственных формах в разложении

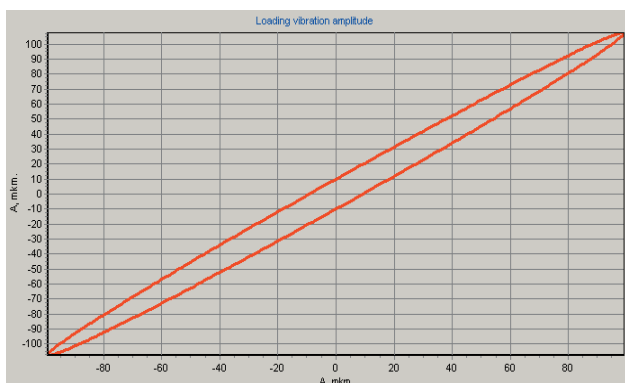


Рис. 9. Траектория рабочего торца стоматологического УЗИ при 2-х собственных формах в разложении

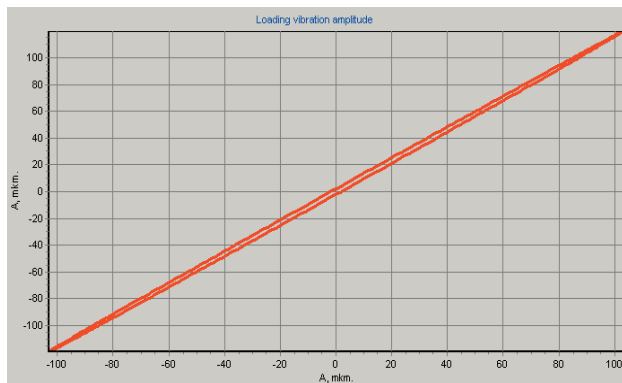


Рис. 10. Траектория рабочего торца стоматологического УЗИ при 3-х собственных формах в разложении

В дальнейшем разработанная модель УЗИ будет использоваться при оптимальном проектировании таких конструкций, при этом в качестве обобщенных функционалов качества могут выступать функционалы (3) и (11).

Литература

1. Богомолов С.И., Симсон Э.А. Оптимизация механических систем в резонансных режимах. - Харьков : Вища школа, 1983. - 152 с.
2. Писаренко, Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материалов. Наукова думка, 1979, 379 с.
3. Isakov S., Kedrovskaya O. Designing of ultrasonic waveguides in conditions of spatial oscillations, MicroCAD'99 " Information technologies: Science, Technique, Technology, Education, Health ", issue 7, part 1, 1999. p.293-299.