В роботі розглянута топологія та характеристики мереж громадського транспорту чотирьох міст України. Продемонстровано, що розподіл ступенів вузлів підпорядковується степеневому закону $p(k)\sim k^{-y}$ в L-просторі та експоненційному $p(k)\sim exp(-\alpha k)$ у P-просторі

Ключові слова: мережі громадського транспорту, розподіл ступенів

В работе рассмотрена топология и характеристики сетей общественного транспорта четырех городов Украины. Продемонстрировано, что распределение степеней узлов подчиняется степенному закону $p(k)\sim k^{-y}$ в L-пространстве и экспоненциальному $p(k)\sim exp(-\alpha k)$ в P-пространстве

Ключевые слова: сети общественного транспорта, распределение степеней

The article deals with the topology and characteristics of public transport networks for four cities of Ukraine. There was demonstrated that the distribution of nodes degree obey to power law $p(k)\sim k^{-y}$ in L-space and exponential law $p(k)\sim exp(-\alpha k)$ in P-space

Keywords: public transport networks, degree distribution

УДК 004.942

СТАТИСТИЧНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ РОСТУ МЕРЕЖ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ МІСТ ЗАХІДНОГО РЕГІОНУ УКРАЇНИ

В.В. Пасічник
Доктор технічних наук, професор,завідувач кафедри
Кафедра інформаційних систем та мереж
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Митрополита Андрея, 5, 4-й навчальний корпус, кім. 120, м. Львів, 79013
Контактний тел.: (0322) 258-25-38
E-mail: vpasichnyk@gmail.com

Н.М. Іванущак
Асистент
Кафедра комп'ютерних систем та мереж
Чернівецький національний університет ім. Юрія Федьковича
вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці, 58000
Контактний тел.: 096-677-13-74
E-mail: ivanuschak@yandex.ru

1. Вступ

Мережі громадського транспорту (ГТ), з якими ми найчастіше стикаємося, докладно досліджені та проаналізовані порівняно недавно [1-3]. Вони є прикладом транспортних мереж, для яких характерні загальні риси цих систем: динаміка росту, оптимізація, вкладення у двовимірний простір. Однак про топологічні властивості мереж ГТ відомо значно менше, ніж, скажімо, про властивості мереж аеропортів, які також належать до транспортних мереж [4-10].

Кожен окремий тип громадського транспорту (мережа автобусів, тролейбусів, трамваїв) не є замкнутою системою, а є лише підграфом ширшої системи – мережі ГТ міста. Тому для розуміння та опису властивостей цієї мережі в цілому, необхідно розглядати мережу ГТ повністю, не поділяючи її на окремі частини. І справді, при переході від аналізу окремої мережі трамвайних маршрутів до мережі «трамвай+автобус» властивості мережі значно змінюються. В [1] проаналізовані та досліджені транспортні мережі Берліна, Парижа та Дюссельдорфа, в [2] – мережі ГТ найбільших міст Польщі, а в [3] – великих міст світу.

2. Топологія мереж

Аналізуючи мережі ГТ, використовують різні способи зображення графів. Ясно, що відстані для подорожуючих не такі ж, як фізичні відстані, якщо необхідно потрапити від точки міста A в точку B з використанням існуючого громадського транспорту. Іноді так трапляється, що фізична відстань між точками A і B не дуже велика, але подорож між цими точками в місті, на жаль, може займати багато часу, тому що або прямий автобус робить багато петель на своєму шляху, або ми повинні змінити автобус або трамвай кілька разів. Звідси випливає, що можна ввести принаймні два різні зображення мережі міського транспорту, де мережа представляється безліччю вузлів (вершин) і з'єднань (ребер) між ними.

Перше зображення – L-простір, що складається з вузлів, які є автобусними, тролейбусними або трамвайними зупинками у наборі маршрутів, кожен з яких обслуговує певний набір станцій, в той час як зв'язок між двома вузлами існує за умови, що вони є послідовними зупинками на цих лініях. Відстань у такому просторі вимірюється загальною кількістю зупинок пройдених по найкоротшому шляху між двома вузлами. Проте відстань, виміряна таким чином не відображає необхідність пересадки під час поїздки. Цей фактор враховується в другому означенні сусідства між станціями, яке приводить до іншого зображення - до P-простору [11]. Вузли в такому просторі є такими ж як і в попередньому випадку, але тепер ребро, що з'єднує два вузли, означає, що існує зв'язок на одному автобусному, тролейбусному або трамвайному шляху між ними. Звідси випливає, що у P-просторі відстані є номерами пересадок (плюс один), необхідними під час поїздки.

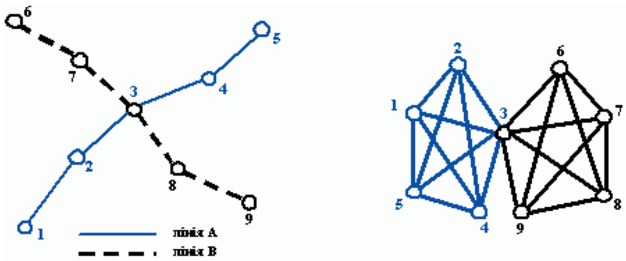

Рис. 1. Перетворення L-простору (а) у Р-простір (б) для двох ліній громадського транспорту А та В

Очевидно, що відстані, визначені у Р-просторі, набагато менші, ніж у L-просторі, і немає універсального співвідношення між ними. У L-просторі дві станції вважаються сусідами, якщо вони розміщені безпосередньо поруч на одному і тому ж маршруті [12,13], у Р-просторі дві станції означені як сусіди, якщо вони належать одному і тому ж маршруту [14]. Обидва простори представлені на рис. 1.

Зазначимо, що стандартні характеристики мережі (такі, як середній ступінь вузла $\langle k \rangle$, середня довжина найкоротшого шляху $\langle l \rangle$ і т.ін.), зображені в різних просторах, стають специфічними характеристиками, важливими для оцінки ГТ міста. Так, наприклад, середня довжина найкоротшого шляху $\langle l_L \rangle$ - це мінімальна кількість зупинок, які треба в середньому проїхати між двома довільними станціями. Водночас у Р-просторі величина $\langle l_P \rangle - 1$ вказує, яку мінімальну кількість разів у середньому необхідно поміняти маршрут при мандрівці між будь-якими двома станціями. Ще одним прикладом є ступінь вузла k: k_L - це кількість сусідніх зупинок; k_P - це кількість зупинок, до яких можна доїхати, не змінюючи маршруту.

3. Характеристики мереж

Кожен вузол мережі характеризується ступенем, тобто кількістю зв'язків, які входять в нього. Фактично, ступінь являє собою мінімальну локальну інформацію. Повна інформація про мережу міститься в її матриці суміжності $\hat{A}$. Для мережі з N вузлів $\hat{A}$ є квадратною матрицею $N \times N$. Її елементи a_{ij} дорівнюють 1, якщо вузли i та j з'єднані між собою, та 0, якщо ці вузли не з'єднані. Для неспрямованих мереж $a_{ij} = a_{ji}$ та $a_{ii} = 0$. Тоді для ступеня ki вузла i отримуємо:

$$k_i = \sum_j a_{ij} . \qquad (1)$$

«Лінійний розмір» мережі характеризується поняттями середнього $\langle l \rangle$ і максимального l_{max} найкоротших шляхів. Відстань між вузлами визначається як кількість кроків, які необхідно здійснити, щоб добратися по існуючих ребрах від одного вузла до іншого. Природно, вузли можуть бути з'єднані прямо або опосередковано. Шляхом між вузлами l_{ij} назвемо найкоротшу відстань між ними.

Для зв'язаної мережі з N вузлів середній найкоротший шлях означається як:

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i>j} l_{ij} , \qquad (2)$$

l_{ij} - довжина найкоротшого шляху між вузлами i та j, l_{max} - найбільше значення з усіх l_{ij}, заданих для цієї мережі.

Середня довжина найкоротшого шляху дає уявлення про мережу в цілому і є її глобальною характеристикою.

Не всі вершини мережі мають однакову кількість ребер. Головною характеристикою мережі, яка задає розподіл ребер вершини, тобто ступінь вершини, є розподіл ступенів вузлів P(k), що визначає імовірність того, що вузол і має ступінь k_i=k, іншими словами, що випадково вибрана вершина буде мати рівно k ребер. Мережі, які характеризуються різними P(k), демонструють дуже різноманітну поведінку. До найчастіше спостережуваних прикладів розподілу ступенів вузлів відносяться:

a) розподіл Пуассона $P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$, (3)

b) експоненційний розподіл $P(k) \sim e^{-k/\langle k \rangle}$, (4)

c) степеневий розподіл $P(k) \sim 1/k^{\gamma}$, $k \neq 0$, $\gamma > 0$. (5)

4. Досліджувані системи ГТ найбільших міст західного регіону України

В роботі зібрані дані та проаналізовані мережі ГТ чотирьох найбільших міст західного регіону України: Львова, Івано-Франківська, Тернополя та Чернівців. Вперше проаналізовані розподіли ступенів вузлів P(k) для даних мереж в обох L – та P – просторах. Результати досліджень характеристик мереж ГТ наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Характеристики мереж ГТ міст України

Місто	N	R	$\langle k \rangle$	γ	$\Delta\gamma$	α	$\Delta\alpha$	$\langle l \rangle$
Львів	209	110	3,212	2.33	0.23	0.0322	0.0006	
Івано-Франківськ	89	60	4,292	1.67	0.20	0.0461	0.0009	
Тернопіль	84	45	3,606	2.1	0.30	0.0253	0.0004	
Чернівці	118	53	5,402	2.05	0.17	0.0414	0.0006	

N – кількість зупинок на різних маршрутах, R – кількість маршрутів, γ і α - показники розподілів P(k) в L- та P-просторах відповідно з їхніми стандартними відхиленнями $\Delta\gamma$, $\Delta\alpha$.

На рис. 2 зображені типові графіки для розподілів ступенів вузлів P(k) у логарифмічному масштабі, в яких знехтувано вкладом точки k = 1, яка відповідає закінченню лінії мережі. Всі розподіли наближено описуються степеневими законами

$$p(k) \sim k^{-\gamma} ,$$

показник γ якого для різних міст наведений у табл. 1. Значення показників відрізняються від значення показника γ = 3, який характерний для моделі мереж переважного приєднання Барабаші-Альберта. Більші показники розподілів відповідають більшому числу вершин N у мережі.

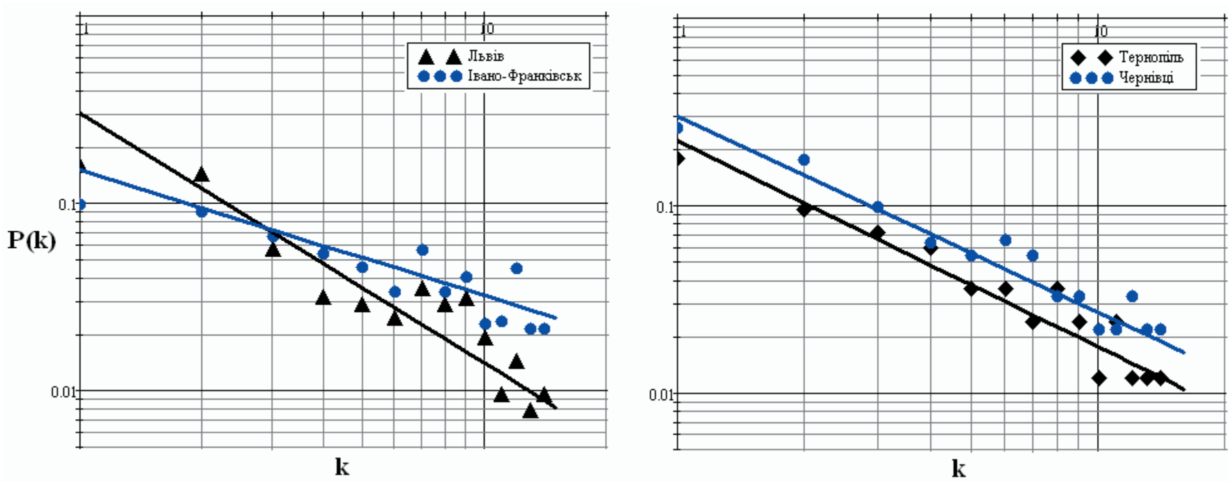

Рис. 2. Розподіл ступенів вузлів $P(k)$ у L-просторі: Львів - $\gamma = 2.33 \pm 0.23$, Івано-Франківськ - $\gamma = 1.67 \pm 0.2$, Тернопіль $\gamma = 2.1 \pm 0.3$, Чернвці – $\gamma = 2.05 \pm 0.17$

Відповідні сукупні розподіли ступенів у Р-просторі для досліджуваних мереж ГТ обчислювалися згідно з формулою $P(k) = \int_{k}^{k_{max}} p(k')dk'$ і результати обчислень представлені на рис. 3.

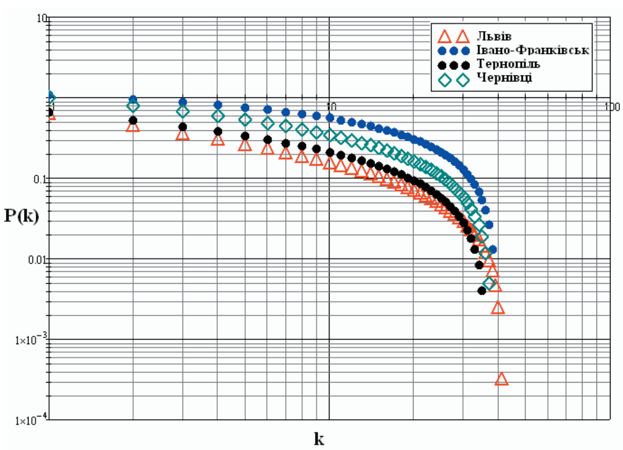

Рис. 3. Сукупний розподіл $P(k)$ у Р-просторі для Львова, Івано-Франківська, Тернополя і Чернівців

Розподіли $P(k)$ і $p(k)$ описуються експоненціальним представленням

$$p(k) \sim \exp(-\alpha k) .$$

У табл. 1 наведені показники γ і α для досліджуваних міст, значення яких були отримані стандартним методом лінійної регресії.

5. Універсальна залежність відстаней від розподілу ступенів у мережах ГТ

Аналіз емпіричних результатів для складних реальних мереж [15-18] виявив наявність для них декількох універсальних законів масштабування. Найвідоміший степеневий закон розподілу ступенів вузлів $P(k) \sim k^{-\gamma}$ [19] спостерігається в соціальних, біологічних та технологічних системах.

У роботі [20] розглянута аналітична модель для середніх довжин шляху у випадкових нескорельованих мережах. Показано, що довжина найкоротшого шляху між вузлами i та j зі ступенями розподілу k_i та k_j може бути описана як:

$$l_{ij}(k_i, k_j) = \frac{-\ln k_i k_j + \ln\left(\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle\right) + \ln N - \gamma}{\ln\left(\langle k^2 \rangle / \langle k \rangle - 1\right)} + \frac{1}{2} , \qquad (6)$$

де $\gamma = 0.5772$ є постійною Ейлера, а $\langle k \rangle$ та $\langle k^2 \rangle$ відповідають першому та другому моментам розподілу ступенів вузлів $P(k)$.

Звідси випливає, що середня відстань між двома вузлами лінійно залежить від логарифма добутку їх ступенів:

$$\langle l_{ij} \rangle = A - B\log(k_i k_j) . \qquad (7)$$

Співвідношення (7) також можна отримати з простої моделі розгалуження дерев у просторі випадкових мереж [21].

Для більшості досліджуваних мереж середня міжвузлова відстань $\langle l_{ij} \rangle$ описується співвідношенням (7) і приймає своє максимальне значення l_{max} при мінімально можливих значеннях k_i і k_j, тобто $k_i = k_j = 1$. Тоді згідно з (7) отримаємо, що $A = l_{max}$.

Зауважимо, що слідуючи вздовж випадкового напрямку по випадково вибраному ребру, наближуємося до вузла j з імовірністю $p_j = \frac{k_j}{2E}$, де $2E$ - це подвоєна кількість зв'язків. Це означає, що в середньому потрібно $M_j = \frac{1}{p_j} = \frac{2E}{k_j}$ випадкових блукань, щоб прийти до вузла j .

Тепер розглянемо процес розгалуження, зображений у вигляді дерева (рис. 4), яке починається у вузлі i і для якого середній коефіцієнт розгалуження дорівнює κ (всіма петлями знехтувано).

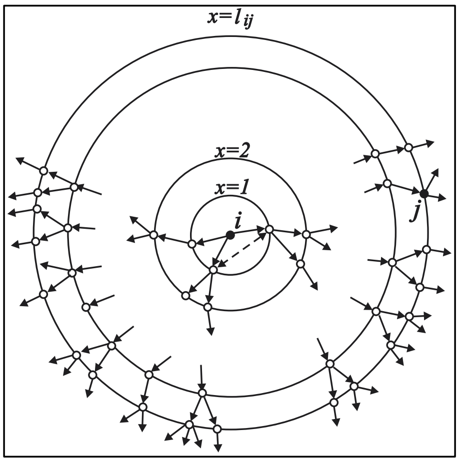

Рис. 4. Дерево, сформоване випадковими процесами, які починаються у вузлі i та закінчуються у вузлі j

Якщо відстань між вузлом i і поверхнею дерева дорівнює x, тоді на цій поверхні в середньому є $N_i = k_i \kappa^{x-1}$ вузлів. Є така ж кількість з'єднань (ребер), які закінчуються в цих вузлах. Звідси слідує, що дерево дотикається до вузла j, коли $N_i = M_j$, звідси

$$k_i k_j \kappa^{x-1} = N \cdot \langle k \rangle. \qquad (8)$$

Так як середня відстань від вузла i до вузла j є $\langle l_{ij} \rangle = x$, звідси отримаємо масштабування для співвідношення (7):

$$A = 1 + \frac{\log N \langle k \rangle}{\log \kappa}, \quad B = \frac{1}{\log \kappa}, \qquad (9)$$

де коефіцієнти A і B залежать від середнього фактору розгалуження κ розглядуваного дерева і від загального числа його ребер $E = N\langle k \rangle / 2$.

У першому наближенні для мереж без кореляції κ може бути оцінений як середнє арифметичне значення ступеня найближчого сусіда мінус одиниця: $\kappa = \langle k \rangle_{nn} - 1$. Проте, таке середнє значення буде неточним, оскільки в (8) локальні фактори розгалужень перемножаються один на одного. Більш точне середнє значення κ необхідно визначити як середнє арифметичне значення всіх геометричних величин з різних дерев, однак це важко здійснити чисельно. Ми обчислили середнє арифметичне значення фактора розгалуження для найближчих сусідів вузла «m», тобто $\kappa^{(m)} = \langle k \rangle_{nn}^{(m)} - 1$, а потім здійснили геометричні усереднення по всіх вузлах «m», тобто $\kappa = \langle \kappa^{(m)} \rangle_m$.

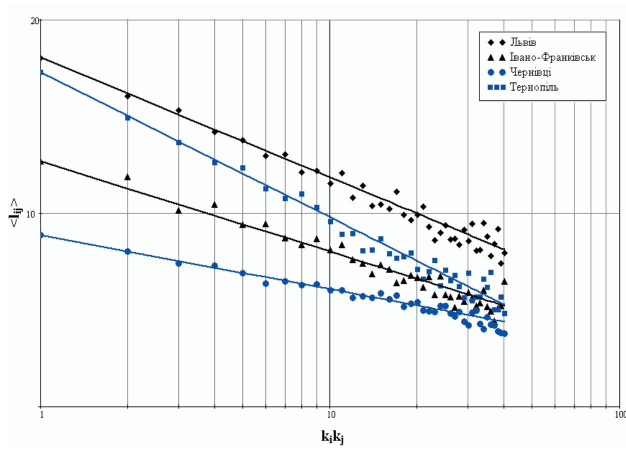

Рис. 5. Залежність $\langle l_{ij} \rangle$ від $k_i k_j$ у L-просторі

Результати, представлені на рис. 5, були розраховані для чотирьох перших десятків значень $k_i k_j$.

Нами виявлено, що для розглядуваних мереж ГТ масштабування (7) добре виконується для відстаней, виміряних в L-просторі. Спостережувані значення коефіцієнтів A і B у середньому відрізняються на 15-20% від теоретичних значень, отриманих для випадкових графів.

Доцільно було б дослідити співвідношення (7) у P-просторі. Насправді через структуру цього простору набір l_{ij} містить, як правило, 2-3 точки, що означає, що потрібно всього 2-3 зміни автобуса або трамваю, щоб дістатися з однієї точки міста в іншу [21].

Висновки

Використовуючи статистичні дані мереж ГТ чотирьох міст західного регіону України (кількість трамвайних, тролейбусних та автобусних маршрутів, кількість зупинок на різних маршрутах та ін.), встановлені закони розподілів ступенів вузлів цих мереж та залежності середніх відстаней між вузлами від цих розподілів. Досліджувані мережі є безмасштабними для L-простору та мережами тісного світу у P-просторі з відносно малим значенням найкоротшого шляху.

Література

1. Von Ferber, C. Scaling in public transport networks [Text] / C. von Ferber, Yu. Holovatch, V. Palchykov // Condens. Matter Phys. – 2005. – №8. – P. 225-234.
2. Sienkiewicz, J. Public transport systems in Poland: From Bialystok to Zielona Gora by bus and tram using universal statistics of complex networks [Text] / J. Sienkiewicz, J. A. Holyst // Acta Phys. Polonica. – 2005. – Vol.36, №5. – P. 1771-1778.
3. Von Ferber, C. Public transport networks: empirical analysis and modeling [Text] / C. von Ferber, T. Holovatch, Yu. Holovatch, V. Palchykov // Physica A. – 2007. – №380. – P. 585–591.
4. Scala, A. Classes of small-world networks [Text] / L. Amaral, A. Scala, M. Barthelemy, H. Stanley // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. – 2000. – №97. – P. 11149-11152.
5. Guimera, R. Modeling the world-wide airport network [Text] / R. Guimera, L. Amaral // Eur. Phys. J. – 2004. – №38. – P. 381-385.
6. Guimera, R. The worldwide air transportation network: Anomalous centrality, community structure, and cities' global roles [Text] / R. Guimera, S. Mossa, A. Turtschi, L. Amaral // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. – 2005. – №102. – P. 7794-7799.

7. Barrat, A. Virtual Round Table on ten leading questions for network research [Text] / A. Barrat, Al. Barabasi, G. Caldarelli, P. De los Rios, A. Erzan, B. Kahng, R. Mantegna, J. Mendes, R. Pastor-Satorras, A. Vespignani // Eur. Phys. J. – 2004. – №38. – P. 143-145.
8. Li, W. Statistical analysis of airport network of China [Text] / W. Li, X. Cai // Phys. Rev. – 2004. – №69. – P.461-466.
9. Wang, Q. A composition of different q nonextensive systems with the normalized expectation based on escort probability [Text] / Q.A. Wang, L. Nivanen, A. Le Mehaute // Eur. Phys. J. – 2005. – №48. – P. 95-100.
10. Guida, M. Topology of the Italian airport network: A scale-free small-world network with a fractal structure? [Text] / M. Guida, F. Maria // Chaos Solitons & Fractals. – 2007. – №31. – P. 527-536.
11. Strogatz, S.H. Exploring complex networks [Text] / S.H. Strogatz // Nature. – 2001. – №410. – P. 268-231.
12. Latora, V. Efficient behavior of small-world networks [Text] / V. Latora, M. Marchiori // Phys. Rev. Lett. – 2001. – №87. – P. 197-201.
13. Latora, V. Is the Boston subway a small-world network? [Text] / V. Latora, M. Marchiori // Physica A. – 2002. – №314. – P. 109-115.
14. Sen, P. Small-world properties of the Indian railway network [Text] / P. Sen, S. Dasgupta, A. Chatterjee, P. A. Sreeram, G. Mukherjee, S. S. Manna // Phys. Rev. – 2003. – №67. – P. 125-129.
15. Albert R. Statistical mechanics of complex networks [Text] / R. Albert, A.-L. Barabasi // Rev. Mod. Phys. – 2002. – №74. – P. 47-97.
16. Bornholdt, S. Handbook of graphs and networks [Text] / S. Bornholdt, H.G. Schusterrks. – Wiley-Vch, 2003. – 401 p.
17. Dorogovtsev, S.N. Evolution of networks [Text] / S.N. Dorogovtsev, J.F.F. Mendes. – Oxford Univ.Press, 2003. – 356 p.
18. Pastor-Satorras R. Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach [Text] / R. Pastor-Satorras, A. Vespignani. – Cambridge Univ. Press, 2004. – 452 p.
19. Barabasi A.-L. Emergence of scaling in random networks [Text] / A.-L. Barabasi and R. Albert // Science. – 1999. – №286. – P. 509-512.
20. Fronczak A. Average path length in random networks [Text] / A. Fronczak, P. Fronczak, J.A. Holyst // e-print: cond-mat/0502663. – 2003. – P. 216-221.
21. Holyst J.A. Universal scaling of distances in complex networks [Text] / J.A. Holyst, J. Sienkiewicz, A. Fronczak, P. Fronczak, K. Suchecki // e-print: cond-mat/0411160. – 2004. – P. 45-49.

УДК 656.11

ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ ДІЛЯНКИ ВУЛИЧНО-ДОРОЖНЬОЇ МЕРЕЖІ МІСТА

В.К. Доля
Доктор технічних наук, професор, завідуючий кафедрою*
Контактний тел.: (057) 707-32-61
Я.В. Санько
Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел.: 066-740-54-39
E-mail: yron08@rambler.ru
*Кафедра транспортних систем і логістики
Харківська національна академія міського господарства
вул. Революції, 12, м. Харків, Україна, 61002

Розглянуто типові геометризовані схеми вулично-дорожньої мережі та критерії їх оцінки. Визначено структуру системи комунікацій міста. Запропоновано критерій мінімум витрат на функціонування всіх транспортних систем міста
Ключові слова: транспортне планування міст, вулично-дорожня мережа

Рассмотрены типичные геометрические схемы улично-дорожной сети и критерии их оценки. Определена структура системы коммуникаций города. Предложен критерий минимум затрат на функционирование всех транспортных систем города
Ключевые слова: транспортное планирование городов, улично-дорожная сеть

The typical geometric schemes of a street-road network and the criteria for their evaluation are considered. The structure of the communications system of the city is determined. A criterion of the minimum costs of the functioning of all transportation systems of the city is suggested
Key words: transport urban planning, street and road city network

1. Вступ

Дослідження, що розглядаються в статті, відносяться до розділів транспортного планування міст. Одним із головних питань транспортного планування міст є визначення геометричних розмірів майбутньої селітебної території. Так як межами житлових кварталів та районів є магістральні вулиці та дороги і вони відповідно формують конфігурацію вулично-дорожньої мережі. Від якої в свою чергу залежать основні