Робота є першою в циклі трьох статей присвячених проблемі оцінки складності логічних дерев класифікації. Проаналізований зв'язок логічних функцій та логічних дерев розпізнавання, на основі якого, запропоновано досить простий спосіб мінімізації логічних дерев

Ключові слова: логічні дерева, класифікація, оптимізація

Работа первая в цикле трех статей посвященных проблеме оценки сложности логических деревьев классификации. Проанализирована связь логических функций и логических деревьев распознавания, на основе которого, предложен довольно простой способ минимизации логических деревьев

Ключевые слова: логические деревья, классификация, оптимизация

Work the first in a cycle of three articles devoted to a problem of an estimation of complexity of logic trees of classification. Communication of logic functions and logic trees of recognition on which basis, enough simple way of minimization of logic trees is offered is analyzed

Key words: logic trees, classification, optimization

УДК 001.891:65.011.56

ПРОБЛЕМА ОЦІНКИ СКЛАДНОСТІ ЛОГІЧНИХ ДЕРЕВ РОЗПІЗНАВАННЯ ТА ЗАГАЛЬНИЙ МЕТОД ЇХ ОПТИМІЗАЦІЇ

Ф.Г. Ващук
Доктор технічних наук, професор, ректор університету*
Закарпатський державний університет
Контактний тел.: (0312) 5-15-24
E-mail: vashuk@zakdu.edu.ua

Ю.А. Василенко
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри
Кафедра інформаційних управляючих систем та технологій*
Контактний тел.: (0312) 2-37-54
E-mail: vasilenko@zakdu.edu.ua

І.Ф. Повхан
Кандидат технічних наук, доцент, завідувач лабораторією
Лабораторія інформаційних систем та програмного забезпечення
Кафедра програмного забезпечення автоматизованих систем*
Контактний тел.: 068-555-44-59
E-mail: comi@zakdu.edu.ua

*Закарпатський державний університет
вул. Заньковецької, 87 "Б", м. Ужгород, Закарпатська обл., 88015

1. Вступ

Як відомо, більшість синтезованих систем розпізнавання (СР) у вигляді дерев класифікації можна записати або в ДНФ, або в КНФ формі. Так дерево розпізнавання, яке являє собою певне правило класифікації, можна представити за допомогою відповідної логічної функції $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$. Отже важливою проблемою при побудові СР такого типу буде проблема синтезу логічної функції, яка еквівалентна даному дереву розпізнавання [1,3].

Так кількість усіх бінарних дерев, які фактично еквівалентні деякій логічній функції $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, дорівнює $n!$ - (кількості перестановок), серед яких знаходиться і саме складне. Під самим складним деревом будемо розуміти дерево, яке містить максимальну кількість різних міток, тобто якщо маємо дерева D і D^* та позначимо кількість міток на цих деревах через $S(D)$ і $S(D^*)$, зафіксувавши при цьому деяке n, то дерево D^* буде максимальним (найскладнішим) тоді і тільки тоді, коли для нього буде виконуватися рівність $S_n(D^*) = \max S_n(D)$.

Головною метою даної роботи буде мінімізація фіксованого класу самих складних дерев, причому нас буде цікавити знаходження не мінімальної форми, а – найбільш ефективний спосіб мінімізації (перестановки ярусів), який дає найбільше число скорочених міток, іншими словами, спосіб, який значно зменшує складність початкового логічного дерева [1,2].

Задача полягає в проведенні такої мінімізації нижче вказаним способом до кінця та знаходженні ефекту мінімізації, тобто відношення $\frac{D_0}{D_S}$, де D_0 - найбільш складне дерево, з якого починається процес мінімізації, а D_S - дерево, отримане на $S-$ому (останньому) етапі мінімізації.

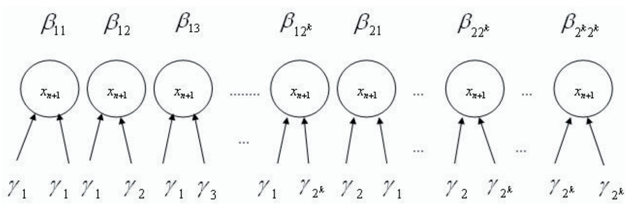
Загальна схема логічної дерева

Перш за все, побудуємо найбільш складне дерево.

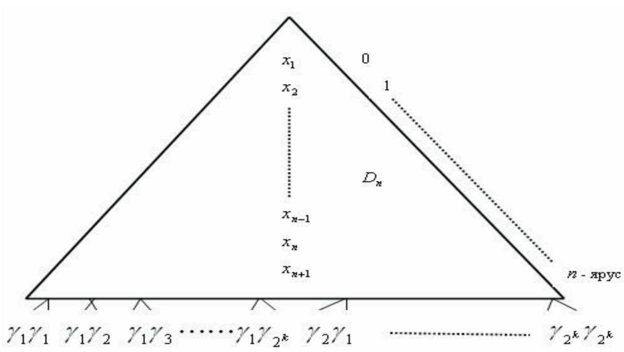
Зауваження 1

Домовимося для зручності відлік ярусів починаємо з нульового.

Нехай є довільне дерево D_n (блок розмірності $(n+1)$ змінних)звпорядкуванням $\beta_{ij}(i, j = 1, 2, ..., 2^k)$ на останньому ярусі, причому $\beta_{ij} \neq \beta_{ji}$ (рис. 1а, рис. 1б).



а)



б)

Рис. 1. (а,б). Дерево D_n розмірності $(n+1)$ змінних з впорядкуванням β_{ij}

Причому $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{2^k}$ - мітки, які також побудовані якимось способом. Але вони є функціями, залежними від змінних $x_{i+1}, x_{i+2}, ..., x_{i+m}$, які знаходяться на нижніх ярусах (причому це твердження справедливе для довільної мітки дерева). В такому випадку добудоване дерево $2 \cdot 2^{2^m} = 2^{2^m+1}$ буде залежати вже від N змінних, де $2^0, 2^1, 2^2, ..., 2^N$ - кількість вершин, а $2^{2^N}, 2^{2^{N-1}}, 2^{2^{N-2}}, ..., 2^{2^{N-N}}$ - кількість функцій (міток) відповідно на $0,1,2,...,N$ ярусах.

Слід відзначити наступний дуже важливий момент – що зі збільшенням номера яруса, кількість вершин збільшується, а кількість функцій зменшується, тому природно зробити припущення, що наступить такий момент, коли на якомусь $i-$ому ярусі кількість вершин (2^i) стане рівною кількості функцій $(2^{2^{N-i}})$, які можна розставити в цих вершинах, тобто:

$$2^i = 2^{2^{N-i}} \tag{1}$$

2. Критичний ярус логічного дерева

Введемо поняття критичного ярусу.

Визначення 1

Ярус i довільного дерева D_n називається критичним, якщо всі його мітки різні.

Легко бачити, що ярус довільного дерева буде критичним тоді і тільки тоді, коли для нього буде виконуватися умова (1). З усього вищесказаного випливає наступна лема.

Лема 1

Якщо на $i-$ому ярусі всі функції (мітки) різні між собою, то на $1,2,.....,(i-1)-$ому ярусі функції також будуть різними.

Зауваження 2

В подальшому критичний ярус будемо позначати через K, тоді для критичного ярусу маємо наступне співвідношення:

$$2^K = 2^{2^{N-K}} \tag{2}$$

Таким чином, для того, щоб добудоване дерево D_n було найбільш складним, необхідно , щоб воно мало максимальне число різних міток, що, в свою чергу, рівносильне тому, щоб дерево D_n було найбільш складним, а це можливо в тому і лише в тому випадку, (при даній структурі дерева), якщо всі γ_i, які знаходяться на $n-$ому ярусі будуть різними, тобто якщо $n-$й ярус буде критичним, так-як тоді (відповідно лемі 1) всі мітки, які стоять вище критичного ярусу, будуть також різними. Але вибране нами впорядкування $\beta_{ij}(\beta_{ij} \neq \beta_{ji})$ на останньому ярусі таке, що забезпечує різні γ_i на $2^{2^m} = 2^{2^m}$ ому ярусі, тому $n-$й ярус можна прийняти за критичний. Для справедливості даного твердження достатньо показати, що для ярусу n умова (2) виконується, а для $(n+1)-$ ого яруса - вже ні. Знайдемо клас логічних дерев, які задовольняють рівність (2), позначивши $N-K$ через m.

$$N - K = m \tag{3}$$

Де $N,K,m-$ цілі числа. Підставивши (3) у (2), отримуємо:

$$2^K = 2^{2^m} \tag{4}$$

З (4) випливає (5).

$$K = 2^m \tag{5}$$

Підставивши значення K з (5) у (3) будемо мати $N - 2^m = m$, а отже

$$N = 2^m + m \tag{6}$$

Формула (6) при $m = 1,2,....,m_i$ з врахуванням формули (5) дає нам клас найбільш складних дерев.

Таблиця 1

Клас найбільш складних дерев

m	$K = 2^m$	$N = 2^m + m$
1	2	3
2	4	6
3	8	11
.	.	.
.	.	.
m_i	2^{m_i}	$2^{m_i} + m_i$

Номер критичного яруса знайдемо з рівняння (7).

$$2^x = 2^{2^{N-x}} \tag{7}$$

$x = 2^{N-x}$, оскільки $N = 2^m + m$, то $x = 2^{2^m+m-x}$ і остаточно:

$$x = 2^m = K \tag{8}$$

Зробивши заміну в (2) K його значенням з (8), отримуємо рівність (2) в такому виді:

$$2^{2^m} = 2^{2^m} \tag{9}$$

Підрахувавши кількість вершин і функцій (міток) на $(n+1)$ ярусі, відповідно твердженню $n=k$ маємо $N=2^m+m=k+m=n+m$ та

$$N=n=m \tag{10}$$

Тоді кількість вершин рівна кількості розгалужень

$$2\cdot 2^{2^m}=2^{2^m+1} \tag{11}$$

а кількість функцій (міток) буде

$$2^{2^{N-(n+1)}}=2^{2^{(N-n)-1}}=2^{2^{m-1}} \tag{12}$$

Порівнявши (11) та (12), бачимо, що для $(n+1)$-го ярусу рівність (2.9) буде порушуватися.

$$2^{2^m+1}>2^{2^{m-1}} \tag{13}$$

(кількість вершин) (кількість функцій)

Отже $n-$й ярус буде критичним, тобто всі γ_i, які знаходяться на $n[K]$ ярусі, різні.

Таким чином, побудоване дерево D_n буде самим складним. Разом з $D_n^{'}$ воно буде належати класу самих складних дерев, в якому N визначається за формулою (6).

Зауваження 3

Кількість міток на $K+1$ $(n+1)$ ярусі рівна $2^{2^{m-1}}$ (12), оскільки для побудови впорядкування β_{ij} ми використовували 2^k міток: $\gamma_1,\gamma_2,....,\gamma_{2^k}$, - то зрозуміло, що

$$k=2^{m-1} \tag{14}$$

Оцінимо складність дерева D_n. Під складністю довільного дерева будемо розуміти кількість всіх різних міток дерева. Розрахунок будемо проводити наступним чином: знаючи, що на кожному ярусі $(0,1,2,....,n[K])$ кількість вершин відповідно дорівнює $2^0,2^1,2^2,.....,2^K$, а так як мітки, які знаходяться при даних вершинах, різні, то і загальна кількість всіх міток буде рівна сумі вершин на кожному ярусі, тобто

$$2^0+2^1+2^2+....+2^K.$$

За формулою геометричної прогресії $S=\dfrac{b_nq-b_1}{q-1}$ для $q>1$ (в нашому випадку: $b_1=2^0=1, b_n=2^K, q=2$), маємо наступну оцінку складності дерева D_n:

$$2^0+2^1+2^2+....+2^K=\frac{2^K\cdot 2-1}{2-1}=2^{K+1}-1=2^{2^m+1}-1,$$

$$D_n=2^{2^m+1}-1 \tag{15}$$

Дослідимо зміни складності дерева D_n, вважаючи його за початкове дерево $(D_n=D_0)$. Скористаємося теоремою (без доведення) про перестановку змінних (ярусів), в якості прикладу взявши функцію двох змінних [2-5].

Теорема 1

$x_1(x_2(\gamma_1\gamma_2);x_2(\gamma_3\gamma_4))=x_2(x_1(\gamma_1\gamma_3);x_1(\gamma_2\gamma_4))$, тобто при перестановці ярусів x_1 та x_2 мітки γ_2 та γ_3 міняються місцями (рис. 2).

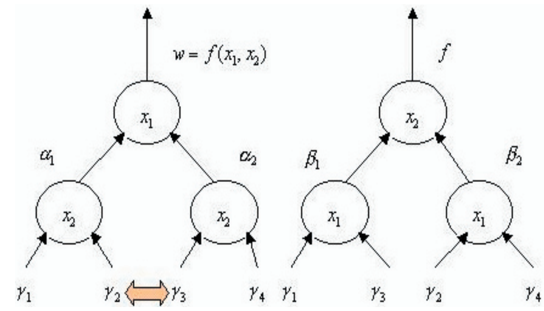


Рис. 2. Схема перестановки ярусів при перестановці змінних

Так як задача полягає в знаходженні деякого способу мінімізації, який давав би зменшення складності, то, природно підібрати таку структуру розташування міток на деякому $i-$ому ярусі, щоб при мінімізації (перестановці ярусів) отримати найбільшу кількість скорочень міток. Найбільш ефективною структурою є наступне розташування міток [6,7].

$\gamma_1\alpha\gamma_2\alpha......\alpha\gamma_{2^k}\alpha$ (*)

3. Загальна схема мінімізації логічного дерева

Тобто якщо маємо дерево зі вказаною структурою (*), то проробивши визначене число кроків мінімізації, ми можемо розкласти його на два піддерева (підблоки), які залежать від меншого числа змінних.

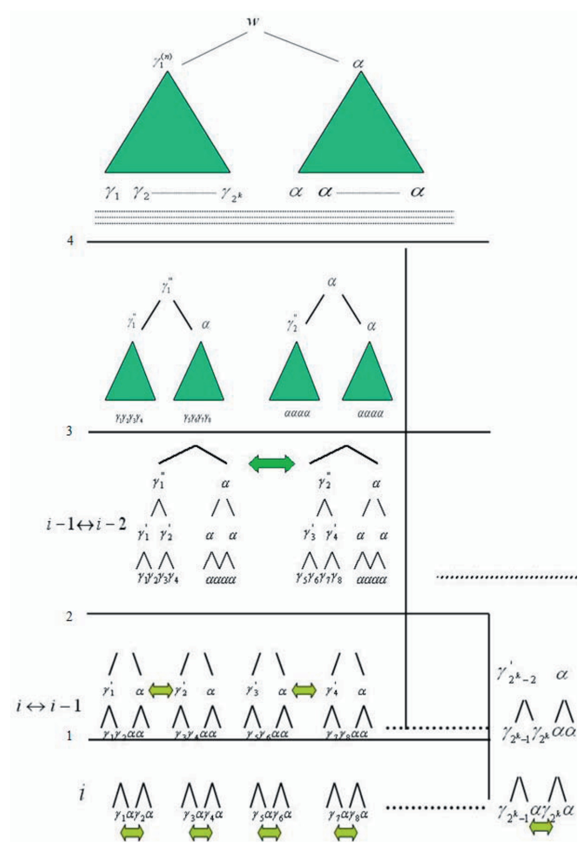


Рис. 3. Загальна схема мінімізації логічного дерева зі структурою (*)

Зрозуміло, що складність дерева при цьому зменшиться на блок α. Бачимо, що така структура в загальному випадку буде досить ефективною, тому виникає питання, чи можна побудувати найбільш складне дерево, яке в деякому $i-$ому ярусі мало б структуру $(*)$, тобто чи можливо до такої структури перейти (за допомогою перестановки ярусів) від деякого найбільш складного дерева?

Шукану структуру мають дерева вигляду (рис. 4).

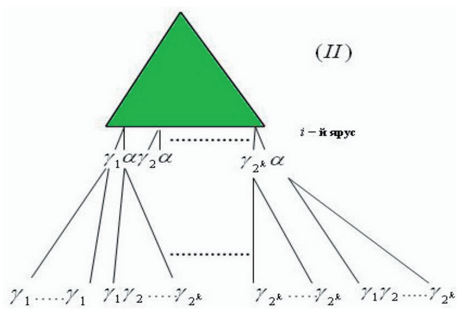


Рис. 4. Дерево, яке на $i-$ ому ярусі має структуру $(*)$

Шляхом перетворень (перестановки змінних) відповідно теоремі 1 таке дерево зводиться до дерева виду $D_n(I)$ з відповідною структурою (впорядкованістю) $\beta_{ij}(i,j=1,2,....,2^k)$ на останньому ярусі. З огляду на це, завжди можна перейти від дерева (I), заданого структурою β_{ij}, до дерева виду (II) з шуканою структурою міток на $i-$ ому ярусі. Перехід здійснюється наступним чином (рис. 5).

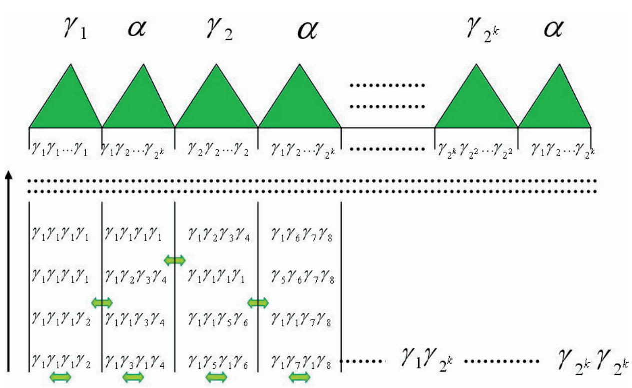


Рис. 5. Схема переходу від дерев структури (I) до структури (II)

Тоді початкове дерево $D_n = D_0$ прийме наступний вигляд:

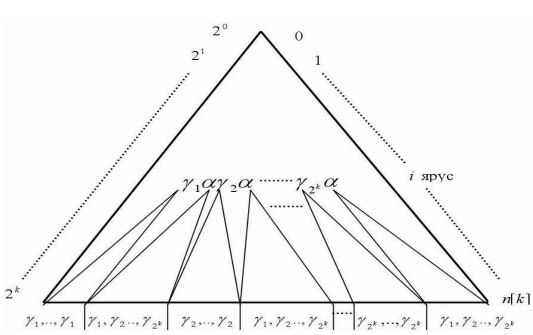


Рис. 6. Початкове дерево D_n зведене до структури (II)

Підрахуймо складність отриманого дерева D_1 після першого етапу мінімізації (рис. 7). Очевидно, що вона буде рівна подвійній складності блока α (так як $\beta \neq \alpha$ як мітки, які стоять на різних ярусах і залежать від різних нижніх змінних), складність з міткою w, без 2^k міток, які вже підраховані в одному з блоків (α чи β), тобто $D_{min} = D_1 = 2(S_\alpha) - 2^k + 1$, де $S_\alpha -$ складність блока α.

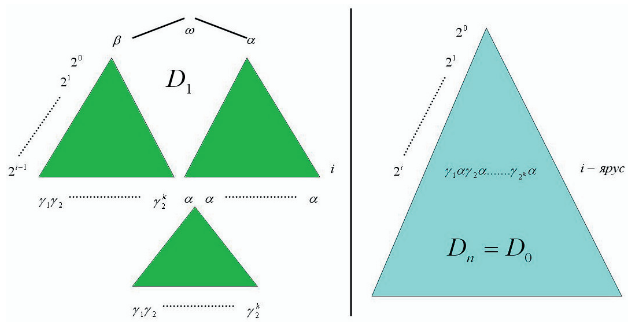
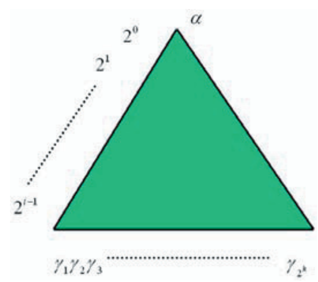


Рис. 7. Перший етап мінімізації дерева D_n



Вона буде дорівнювати

$$S_\alpha = 2^0 + 2^1 + ... + 2^{i-1} = 2^i - 1 .$$

$$S_\alpha = 2^i - 1 \tag{16}$$

Де $i-$ номер ярусу, який має ефективну структуру, тоді остаточно:

$$D_1 = 2(2^i - 1) - 2^k + 1 \tag{17}$$

Зауваження 4

Після першого етапу мінімізації дерево $D_n = D_0$ розпалося на два піддерева (підблоки), які залежать від меншого числа змінних, ніж початкове дерево. Очевидно, що кожне з дерев β, α, якщо до них застосувати аналогічну мінімізацію, також розпадуться на два ще менших (за кількістю ярусів) підблоки, а отже початкове дерево D_n буде розпадатися вже на чотири підблоки, після третього етапу мінімізації – на вісім підблоків і т.д.

Але зауважимо, що кожний новий етап мінімізації ми зможемо здійснити, якщо отримані підблоки будуть мати структуру β_{ij} на останньому ярусі, тому кожний раз будемо, ніби спускатися на один ярус в отриманих підблоках. Такий засіб, не впливаючи на складність, буде забезпечувати початковий вид дерева, від якого ми вже вміємо переходити до дерева зі структурою $(*)$, яка дозволяє проводити мінімізацію.

4. Висновки

Запропоновано метод мінімізації одного класу самих складних логічних дерев, в яких $N = 2^m + m$, причому нас цікавило знаходження не мінімальної форми, а найбільш ефективного способу мінімізації (перестановки ярусів), який давав би максимальне число скорочених міток, іншими словами, спосіб, який значно зменшує складність початкового логічного дерева.

Література

1. Василенко Ю.А. Алгоритмическое конструирование распознающих систем на основе метода разветвленного выбора признаков (метод РВП)// Тез. докл. Третьей всесоюзной конференции "Математические методы в распознавании образов". – Львов, 1987. – С. 52-53.
2. Vasilenko Yu. A., Vasilenko E. Yu., Kuhayivsky A., I., Papp I. O. Construction and optimization of recongnizing systems// Науково технічний журнал "Інформаційні технології і системи". – 1999. – №1(Т2). – С. 122-125.
3. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю., Ковач М.Й., Нікарович О.Д. Мінімізація логічних деревоподібних структур в задачах розпізнавання образів // Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2004. – 3[9], – С. 12-16.
4. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю. Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі метода розгалуженого вибору ознак// Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". – 2004. – 7[1], – С. 13-15.
5. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю. Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів// Науково технічний журнал "Штучний Інтелект". – 2003. – №7, – С. 246-249.
6. Витенько И.В. Схемы, алгоритмы и многообразия. – Ужгород: Ужгород. ун-т, 1970. – 76 с.
7. Вітенько І.В. Математична логіка. – Ужгород :Ужгород. ун-т, 1971. – 210 с.

УДК 656.13

РОЗРОБКА ОСНОВНОГО КРИТЕРІЮ ВПРОВАДЖЕННЯ СПЕЦСМУГ НА ПЕРЕГОНАХ ВУЛИЦЬ ДЛЯ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ

І.А. Вікович
Доктор технічних наук, професор*

Р.М. Зубачик
Аспірант*
*Кафедра «Транспортні технології»
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Степана Бандери, 12, м. Львів, 79013
E-mail: roman.zubachyk@gmail.com
Контактний тел.:067-695-78-00

У статті шляхом теоретичного аналізу встановлено доцільність впровадження спеціальних смуг на перегонах вулиць для громадського транспорту і сформульовано її як граничну інтенсивність пасажирського руху

Ключові слова: спеціальна смуга, перегін вулиці, критерій впровадження

В статье путем теоретического анализа установлена целесообразность внедрения специальных полос на перегонах улиц для общественного транспорта и сформулирована как предельная интенсивность пассажирского движения

Ключевые слова: специальная полоса, перегон улицы, критерий внедрения

Given article deals with the determination of the suitability of separated lanes on the street spacing for public transport by means of analytical analysis as well as it gives its offers its formulation as a limit volume of passenger traffic

Key words: separated lane, spacing of the street, implementation criterion

Вступ та формулювання проблеми

Пошук шляхів щодо зниження завантаження вулично-дорожніх мереж (ВДМ) рухом у містах не втрачає своєї актуальності. Проблему такого характеру вирішують або шляхом реконструкції цих мереж або раціональним її використанням, що реалізується за допомогою АСУ та інших технічних засобів організації руху. Однак не завжди у міських умовах можна ефективно реалізувати ці підходи. Перший – через функціональні характеристики вуличної мережі, значні капіталовкладення та затрати часу, другий – не завжди