

*У статті розглянуто результати теоретичних досліджень впливу корельованих завад, викликаних багатопроменевим каналом РРХ, на похибку оцінки часового положення (ОЧП) по огибаючій і фазі когерентної несучої прийнятих сигналів*

**Ключові слова:** *корельовано завади, багатопроменевість, похибки*

---

*В статье рассмотрены результаты теоретических исследований влияния коррелированных помех, вызванных многолучевостью канала РРВ, на погрешность оценки временного положения (ОВП) по огибающей и фазе когерентной несущей принимаемых сигналов*

**Ключевые слова:** *коррелированные помехи, многолучевость, погрешности*

---

*The article reviewed the results of theoretical studies of the effect of correlated interference caused by multipath channel distribution of radio, on the accuracy of estimates of temporary positions (AFP) on the envelope and phase coherent carrier signals received*

**Keywords:** *correlated noise, multipath, errors*

# ПОГРЕШНОСТЬ ОЦЕНКИ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ СИГНАЛОВ В МНОГОЛУЧЕВЫХ КАНАЛАХ

**Ю. А. Коваль**

Доктор технических наук, профессор\*  
E-mail: koval1934@mail.ru

**А. А. Костыря**

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник,  
директор научно-учебного центра основ радиотехники\*  
E-mail: KAA1958@i.ua

**Е. А. Иванова\***

**В. Ю. Приймак\***

E-mail: ur4cxr@rambler.ru

**А. Ф. Хусейн\***

**Б. А. Ал-Твержи\***

\*Кафедра "Основы радиотехники"  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166  
Контактный тел.: (057) 700-22-84

## 1. Введение

Результирующая точность современных систем навигации, локации, частотно-временной синхронизации (ЧВС), пеленгации и др. существенно зависит от погрешности оценки временного положения (ОВП) сигналов. При рассмотрении этого класса погрешностей обычно ограничиваются рассмотрением влияния аддитивных нормальных помех [1, 2]. Опыт разработки и эксплуатации систем ЧВС показал [3, 4], что на ОВП сигналов оказывают влияние многолучевость при РРВ, которую можно учитывать как коррелированную с основным принимаемым сигналом помеху.

Задачам, посвященным влиянию многолучевости РРВ на показатели качества радиоэлектронных, систем посвящен ряд работ [5–12].

В работах [5–9] основное внимание уделяется оценкам уровней сигналов в многолучевых каналах, при этом особо следует отметить модель Окамура – Хата [8].

Погрешности ОВП сигналов и их влияние на точностные показатели в системах локации [10] и спутниковой навигации [11, 12] рассмотрены без строгого анализа и моделирования. Для систем связи разработан стандарт IEEE 802.16, в котором среднее время распространения многолучевого сигнала  $\bar{\tau}_p$  и погрешность его измерения  $\sigma_\tau$  определяются по оценочным формулам:

$$\bar{\tau}_p = \sum_i P_i \tau_i; \sigma_\tau = \sqrt{\sum_i (P_i \tau_i^2 - \bar{\tau}_p^2)},$$

где  $\tau_i$ ,  $P_i$  – соответственно задержка и нормированная мощность сигнала  $i$ -го луча.

Как формулы стандарта IEEE 802.16, так и результаты, полученные в работах [10–12], не позволяют получить корректные оценки погрешностей ОВП сигналов в зависимости от параметров коррелированных помех, формы сигнала и методов фиксации его временного положения. Все это обосновывает актуальность выполненных в данной статье исследований.

**2. Постановка задачи**

Сигнал в точку приёма может поступать несколькими путями с различным временем задержки. Наличие нескольких путей (лучей) может быть связано с отражениями от неоднородностей тропосферы, препятствий, зданий и сооружений, летающих объектов и др. (рис. 1).

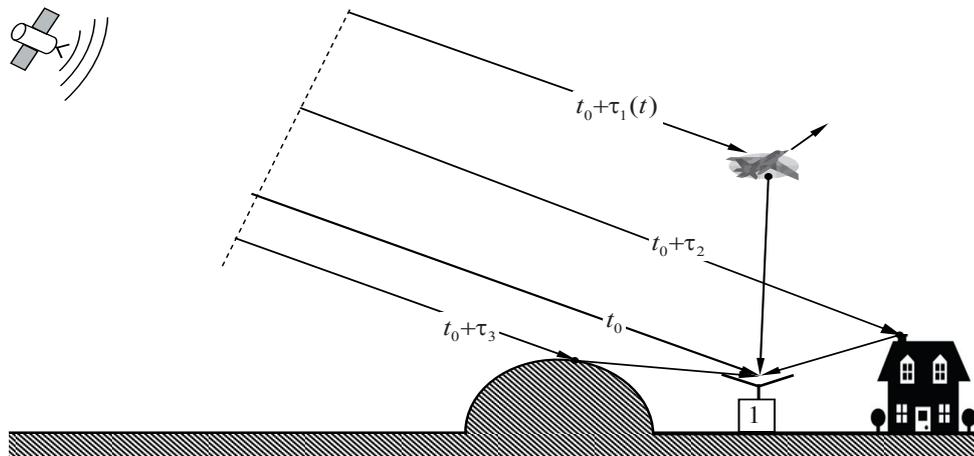


Рис. 1. Причины многолучевости при РРВ

Задержки лучевых сигналов могут быть как постоянными, так изменяющимися во времени. Если задержка лучевого сигнала превышает длительность основного сигнала, такую многолучевость принято называть дискретной, а если соизмерима с длительностью сигнала – дисперсной [3, 4]. Наибольшую опасность для ОВП сигналов представляет дисперсная многолучевость, приводящая к искажениям формы огибающей и сдвигу фазы когерентной несущей суммарного (результующего) сигнала.

Поскольку в современных высокоточных системах ЧВС, навигации, локации, пеленгации и др. применяются, как правило, узкополосные когерентные простые либо сложные сигналы, для анализа используем не задержанный принимаемый сигнал в виде

$$s_0(t) = \text{Re} [ \underline{S}_0(t) e^{j\omega_0 t} ] = S_0(t) \cos [ \omega_0 t + \psi_0(t) ],$$

где  $\underline{S}_0(t) = S_0(t) e^{j\psi_0(t)}$  – комплексная огибающая сигнала,  $S_0(t)$  – огибающая амплитуд,  $\omega_0$  – несущая угловая частота;  $\psi_0(t)$  – закон изменения начальной фазы.

При многолучевом РРВ результирующий принимаемый сигнал можно представить как

$$s_p(t) = s_0 [ t - t_0(t) ] + \sum_{i=1}^m \alpha_i s_0 [ t - t_0(t) - \tau_i(t) ], \quad (1)$$

где  $t_0(t)$  – закон изменения истинной задержки сигнала;  $\alpha_i$ ,  $\tau_i(t) > t_0(t)$  – относительный уровень и закон изменения задержки  $i$ -го «луча»;  $m$  – количество «лучей».

Значения  $\alpha_i$  могут быть как положительными так и отрицательными, в зависимости от того, не изменяет либо изменяет на  $\pi$  при отражении фазу. Однако, как правило,  $|\alpha_i| < 1$ , а в частном случае  $-\alpha_i \ll 1$ .

Оптимальное обнаружение и оценка параметров результирующего сигнала (1) предполагает его согласованную фильтрацию или эквивалентную ей корреляционную обработку [1, 2].

В качестве примера на рис. 2 приведены временные диаграммы колокольных неискаженного сигнала (а), одной коррелированной помехи (б) и результирующего сигнала (в)

лированной помехи (б) и результирующего сигнала (в) на выходе СФ.

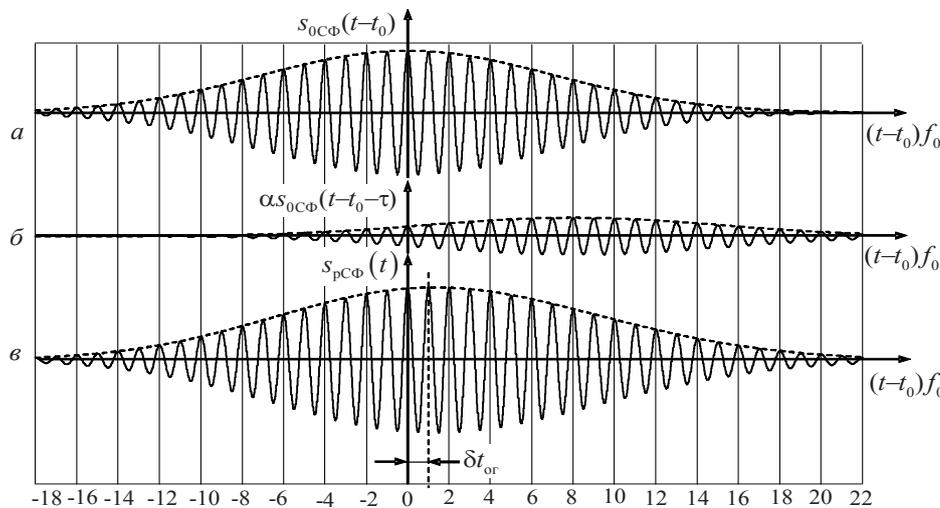


Рис. 2. Временные диаграммы основного сигнала (а), коррелированной помехи (б) с параметрами  $\alpha = 0,3$ ;  $\tau f_0 = 8$  и результирующего сигнала (в)

В общем случае сигнал на выходе согласованного фильтра (СФ) примет вид

$$s_{pCF}(t) = s_{0CF} [ t - t_0(t) ] + \sum_{i=1}^m \alpha_i s_{0CF} [ t - t_0(t) - \tau_i(t) ], \quad (2)$$

где  $s_{0CF}(t) = \text{Re} [ \underline{S}_{0CF}(t) e^{j\omega_0 t} ] = S_{0CF}(t) \cos(\omega_0 t)$  – неискаженный сигнал на выходе СФ;  $S_{0CF}(t)$  – огибающая амплитуд сигнала на выходе СФ.

Для удобства дальнейшего анализа и трактовки полученных результатов нормируем выражение (2) к максимальному значению огибающей амплитуд сигнала на выходе СФ  $S_{0CF}(0)$

$$s_{pсф}(t)/S_{0сф}(0) = s_{pвкф}(t) = s_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i s_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)], \quad (3)$$

где  $s_{pвкф}(t)$  – нормированная к значению  $S_{0сф}(0)$  взаимокорреляционная функция (ВКФ) результирующего  $s_p(t)$  и неискаженного  $s_0(t)$  сигналов;  $s_{0акф}(t) = s_{0сф}(t)/S_{0сф}(0)$  – нормированная автокорреляционная функция (АКФ) сигнала  $s_0(t)$ .

ОВП сигнала осуществляется по огибающей или фазе когерентной несущей [1, 2] результирующего сигнала (2).

Для определения функций огибающей и фазы нормированного результирующего сигнала на выходе СФ (3) воспользуемся комплексным сигналом, который соответствует мгновенному значению нормированной ВКФ (3), –

$$\begin{aligned} \underline{S}_{pвкф}(t) &= S_{0акф}[t-t_0(t)] \cdot e^{j\omega_0[t-t_0(t)]} + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cdot e^{j\omega_0[t-t_0(t)-\tau_i(t)]} = \\ &= \left\{ S_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cdot e^{-j\omega_0\tau_i(t)} \right\} \cdot e^{j\omega_0[t-t_0(t)]}. \end{aligned} \quad (4)$$

Огибающую амплитуд определим как модуль комплексной огибающей ВКФ (4)

$$\begin{aligned} S_{pвкф}(t) &= |\underline{S}_{pвкф}(t)| = \left| S_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cdot e^{-j\omega_0\tau_i(t)} \right| = \\ &= \sqrt{\left\{ S_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cos[\omega_0\tau_i(t)] \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \sin[-\omega_0\tau_i(t)] \right\}^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Приближенное выражение для огибающей амплитуд сигнала (5) в случае  $\alpha_i \ll 1$  составит

$$S_{pвкф}(t) \approx S_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cos[\omega_0\tau_i(t)]. \quad (6)$$

Полную фазу определим как аргумент комплексного сигнала (4)

$$\Psi_{pвкф}(t) = \arg[\underline{S}_{pвкф}(t)] = \omega_0[t-t_0(t)] - \arctg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \sin[\omega_0\tau_i(t)]}{S_{0акф}[t-t_0(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \cos[\omega_0\tau_i(t)]} \right\}. \quad (7)$$

Полагая  $\alpha_i \ll 1$ , можно записать приближенное выражение для полной фазы (7)

$$\Psi_{pвкф}(t) \approx \omega_0[t-t_0(t)] - \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}[t-t_0(t)-\tau_i(t)] \sin[\omega_0\tau_i(t)]}{S_{0акф}[t-t_0(t)]}. \quad (8)$$

Для случая постоянных задержек, как сигнала и «лучей» ( $t_0(t) = t_0 \rightarrow \text{const}$ ,  $\tau_i(t) = \tau_i \rightarrow \text{const}$ ), соотношения (5)–(8) сведены в табл. 1.

Таблица 1

Функции	Формулы
$S_{pвкф}(t)$	$\sqrt{\left[ S_{0акф}(t-t_0) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \cos(\omega_0\tau_i) \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \sin(-\omega_0\tau_i) \right]^2}$ (9)
	$(\alpha_i \ll 1) \rightarrow \left\{ S_{0акф}(t-t_0) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \cos(\omega_0\tau_i) \right\}$ (10)
$\Psi_{pвкф}(t)$	$\omega_0(t-t_0) - \arctg \left[ \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \sin(\omega_0\tau_i)}{S_{0акф}(t-t_0) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \cos(\omega_0\tau_i)} \right]$ (11)
	$(\alpha_i \ll 1) \rightarrow \left\{ \omega_0(t-t_0) - \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \sin(\omega_0\tau_i)}{S_{0акф}(t-t_0) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0акф}(t-t_0-\tau_i) \cos(\omega_0\tau_i)} \right\}$ (12)

**Погрешности ОВП сигнала по огибающей ВКФ результирующего принимаемого сигнала**

Наибольшее практическое применение для ОВП по огибающей находит алгоритм, основанный на измерении временного положения максимума сигнала [13]. Применительно к данной задаче такой алгоритм сводится к решению уравнения

$$\left. \frac{dS_{pBK\Phi}(t)}{dt} \right|_{t=\hat{t}_{0or}(t)} = 0, \tag{13}$$

где  $\hat{t}_{0or}(t)$  – оценка закона изменения задержки по огибающей  $s_{pBK\Phi}(t)$ .

При этом абсолютная погрешность ОВП сигнала по огибающей составит

$$\delta t_{or}(t) = \hat{t}_{0or}(t) - t_0(t). \tag{14}$$

Если  $t_0 \rightarrow const$  и  $\tau_i \rightarrow const$ , то будут также постоянными ОВП сигнала по огибающей  $\hat{t}_{0or} \rightarrow const$  и абсолютная погрешность

$$\delta t_{or}(t) = \delta \hat{t}_{0or} = \hat{t}_{0or} - t_0 \rightarrow const. \tag{15}$$

Уравнение (3) применимо для определения погрешностей (14) и (15) как для общих случаев (5) и (9), так и для частного случая  $\alpha_i \ll 1$  (10), когда это уравнение примет вид

$$\begin{aligned} \left. \frac{dS_{pBK\Phi}(t)}{dt} \right|_{t=\hat{t}_{0or}} &= S_{0AK\Phi}^{(1)}(\hat{t}_{0or} - t_0) + \\ &+ \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}^{(1)}(\hat{t}_{0or} - t_0 - \tau_i) \cos(\omega_0 \tau_i) = 0 \\ S_{0AK\Phi}^{(1)}(\delta t_{or}) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}^{(1)}(\delta t_{or} - \tau_i) \cos(\omega_0 \tau_i) &= 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Из уравнения (16) можно найти приближенное значение  $\delta_{or}$ , проведя разложение функций  $S_{0AK\Phi}^{(1)}(\delta t_{or})$  и  $S_{0AK\Phi}^{(1)}(\delta t_{or} - \tau_i)$  в ряд Тэйлора в окрестности  $\delta_{or} = 0$  и ограничившись конечным числом членов ряда.

С учетом очевидных равенств  $S_{pC\Phi}^{(1)}(0) = 0$  и  $S_{0AK\Phi}^{(1)}(-\tau_i) = -S_{0AK\Phi}^{(1)}(\tau_i)$ , уравнение (16) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0C\Phi}^{(n+1)}(0)}{n!} \delta t_{or}^n + \sum_{i=1}^m \alpha_i \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0C\Phi}^{(n+1)}(-\tau_i)}{n!} \delta t_{or}^n \right] \cos(\omega_0 \tau_i) &= \\ = \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0C\Phi}^{(1)}(\tau_i) \cos(\omega_0 \tau_i) \end{aligned} \tag{17}$$

Результаты решения уравнения (17) для  $n=2$  приведены в табл. 2. При выводе приближенных формул для расчета  $\delta_{or}$  (табл. 2) использованы:

1) связь второй производной нормированной огибающей АКФ  $S_{0AK\Phi}^{(2)}(0)$  с эффективной шириной спектра огибающей  $\Delta\omega_{эф}$  [1, 2]

$$S_{0AK\Phi}^{(2)}(0) = -\Delta\omega_{эф}^2;$$

2) приближенные соотношения в случае  $\tau_i \ll \tau_{и}$  ( $\tau_{и}$  – длительность огибающей АКФ):

$$S_{0AK\Phi}^{(1)}(\tau_i) \approx S_{0AK\Phi}^{(2)}(0)\tau_i = -\Delta\omega_{эф}^2 \tau_i; S_{0AK\Phi}^{(2)}(\tau_i) \approx -\Delta\omega_{эф}^2.$$

**Таблица 2**

Случай	$\delta t_{or}$
$\alpha_i \ll 1$	$-\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}^{(1)}(\tau_i) \cos(\omega_0 \tau_i)}{\Delta\omega_{эф}^2};$ $-\frac{\alpha_i S_{0AK\Phi}^{(1)}(\tau) \cos(\omega_0 \tau)}{\Delta\omega_{эф}^2}$ <p>(i=1) <span style="float:right">(18)</span></p>
$\alpha_i \ll 1; \tau_i \ll \tau_{и};$ ( $\tau_{и}$ – длительность импульса)	$\sum_{i=1}^m \alpha_i \tau_i \cos(\omega_0 \tau_i); \alpha \tau \cos(\omega_0 \tau)$ <p>(i=1) <span style="float:right">(19)</span></p>

**Погрешности ОВП сигнала по когерентной фазе ВКФ результирующего сигнала**

ОВП ВКФ результирующего сигнала по его когерентной фазе  $\hat{t}_{\phi}$  можно получить, решая уравнение, –

$$\Psi_{pBK\Phi}[\hat{t}_{0\phi}(t)] = 0. \tag{20}$$

Это приводит, с применением (7), к уравнению для общего случая:

$$\omega_0 \delta t_{0\phi}(t) - \Delta\Psi[\delta t_{0\phi}(t), \alpha_i, \tau_i(t)] = 0, \tag{21}$$

где  $\delta t_{0\phi}(t) = \hat{t}_{0\phi}(t) - t_0(t)$  – абсолютная погрешность измерения закона изменения временного положения сигнала по фазе;

$$\begin{aligned} \Delta\Psi[\delta t_{0\phi}(t), \alpha_i, \tau_i(t)] = \\ = \arctg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}[\delta t_{0\phi}(t) - \tau_i(t)] \sin[\omega_0 \tau_i(t)]}{S_{0AK\Phi}[\delta t_{0\phi}(t)] + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}[\delta t_{0\phi}(t) - \tau_i(t)] \cos[\omega_0 \tau_i(t)]} \right\} \end{aligned}$$

– значение отличной от линейного закона составляющей полной фазы для  $t = \hat{t}_{0\phi}(t)$ .

Если  $t_0 \rightarrow const$  и  $\tau_i \rightarrow const$ , то в уравнениях (20) и (21) следует сделать замены:  $\hat{t}_{0\phi}(t) = \hat{t}_{0\phi} \rightarrow const$ ;  $\delta t_{0\phi}(t) = \delta t_{0\phi} = \hat{t}_{0\phi} - t_0 \rightarrow const$ .

В случае  $\alpha_i \ll 1$  уравнение (21) примет приближенный вид

$$\Psi_{pBK\Phi}(\hat{t}_{0\phi}) \approx \omega_0 \delta t_{0\phi} - \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}(\delta t_{0\phi} - \tau_i) \sin(\omega_0 \tau_i)}{S_{0AK\Phi}(\delta t_{0\phi}) + \sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}(\delta t_{0\phi} - \tau_i) \cos(\omega_0 \tau_i)} \approx 0. \tag{22}$$

Разложение в ряд Тэйлора числителя и знаменателя второго слагаемого в левой части уравнения (22) для окрестности  $\delta_{\phi} = 0$  позволяет получить степенное уравнение для расчета  $\delta_{\phi}$

$$\omega_0 \delta t_\varphi - \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i \left[ S_{0AK\Phi}(-\tau_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0AK\Phi}^{(n)}(-\tau_i)}{n!} \delta t_\varphi^n \right] \sin(\omega_0 \tau_i)}{S_{0AK\Phi}(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0AK\Phi}^{(n)}(0)}{n!} \delta t_\varphi^n + \sum_{i=1}^m \alpha_i \left[ S_{0AK\Phi}(-\tau_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0AK\Phi}^{(n)}(-\tau_i)}{n!} \delta t_\varphi^n \right] \cos(\omega_0 \tau_i)} \approx 0. \quad (23)$$

Ограничиваясь двумя первыми членами рядов Тэйлора в уравнении (23) и учитывая значения  $S_{0AK\Phi}(0)=1$  и  $S_{0AK\Phi}^{(1)}(0)=0$ , получаем формулу (24) в табл. 3 для приближенной оценки  $\delta t_\varphi$ . В этой же таблице приведены приближенные соотношения для расчета  $\delta t_\varphi$ , соответствующие случаю  $\tau_i \ll T_0$ .

Таблица 3

Случай	$\delta t_\varphi$
$\alpha_i \ll 1$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AK\Phi}(\tau_i) \sin(\omega_0 \tau_i)}{\omega_0};$ $\frac{\alpha S_{0AK\Phi}(\tau) \sin(\omega_0 \tau)}{\omega_0} \quad (i=1) \quad (24)$
$\alpha_i \ll 1;$ $\tau_i \ll \tau_n$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i \sin(\omega_0 \tau_i)}{\omega_0};$ $\frac{\alpha \sin(\omega_0 \tau)}{\omega_0} \quad (i=1) \quad (25)$

В случае заданных параметров сигнала, значений  $\alpha_i$  и  $\tau_i(t)$  (или  $\tau_i$ ) уравнения (22) и (23) могут быть решены численными или графо-аналитическими методами. В качестве примеров на рис. 3 и рис. 4 приведены полученные этими методами графики.

На рис. 3 показаны результаты численных расчетов функций полной фазы  $\Psi_{pC\Phi}(t)$  результирующего сигнала в функции безразмерной переменной  $t' = t\omega_0$  и отклонения полной фазы от линейного закона  $\Delta\Psi_{pC\Phi}(t) = \Psi_{pC\Phi}(t) - \omega_0 t$

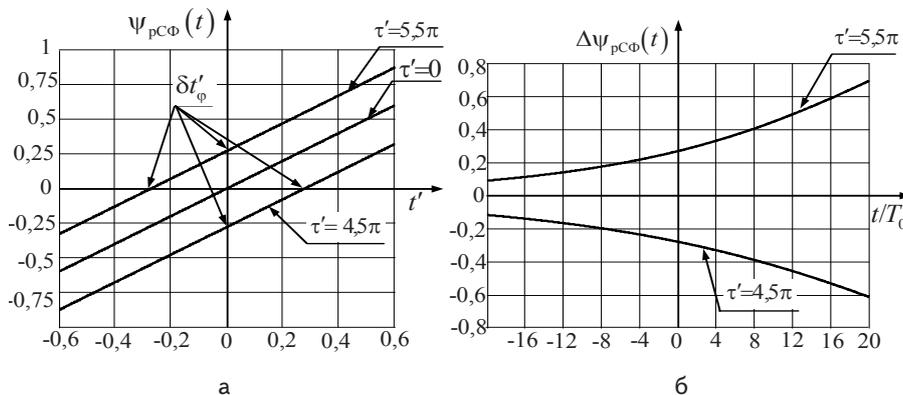


Рис. 3. Законы изменения полной фазы (а) и ее отклонения от линейного закона (б) для результирующего сигнала в случае одного луча с уровнем  $\alpha=0,3$

в функции  $t/T_0$ . Расчеты выполнялись для колокольного радиопульса в случае одного луча ( $i=1$ ) с уровнем  $\alpha=0,3$  и двух значений его относительных задержек  $\tau' = \omega_0 \tau$  ( $\tau'=5,5\pi$  и  $\tau'=4,5\pi$ ). На рис. 3,а также указаны значения относительных погрешностей ОВП по фазе  $\delta t'_\varphi = \delta t \omega_0$ , полученные либо как значение  $\Psi_{pC\Phi}(0)$ , либо как равенство  $\Psi_{pC\Phi}(\delta t'_\varphi) = 0$ .

Анализ графика  $\Delta\Psi_{pC\Phi}(t)$  на рис. 3,б позволяет сделать вывод о его нелинейности и, следовательно, о нелинейном законе полной фазы или фазовой модуляции результирующего сигнала.

На рис. 4 показаны результаты графо-аналитического решения уравнения (22) для колокольного радиопульса при наличии одной коррелированной помехи ( $i=1$ ) с различными параметрами  $\alpha$  и  $\tau'$ . Полученные при этом результаты расчетов погрешностей ОВП по фазе приведены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты графо-аналитических расчетов на рис. 4				
$\alpha$	0,3		0,1	
$\tau'$	$\pm\pi/2$	$6\pi \pm \pi/2$	$\pm\pi/2$	$6\pi \pm \pi/2$
$\delta t'_\varphi$	$\pm 0,3$	$\pm 0,2$	$\pm 0,1$	$\pm 0,065$

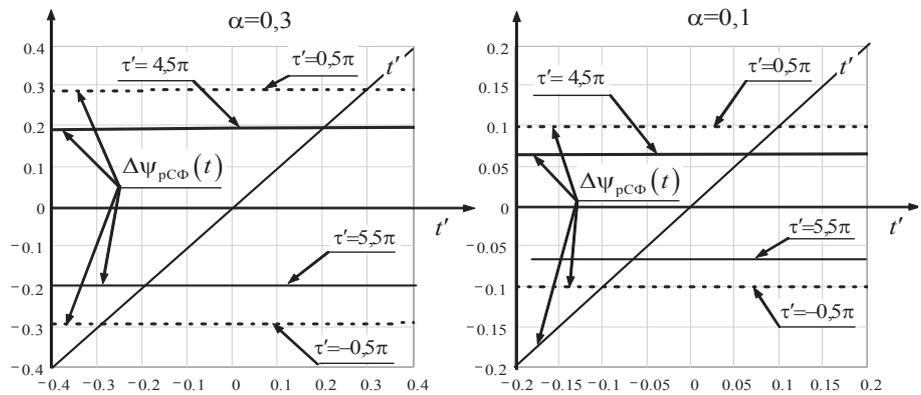


Рис. 4. Результаты графо-аналитического расчета погрешности ОВП по фазе результирующего сигнала для одной коррелированной помехи

**Моделирование погрешностей ОВП сигнала, вызванных коррелированными многолучевыми помехами**

Моделирование проводилось с применением пакета Matchcad-14, а также полученных выше точных (13)–(16), (23) и приближенных (табл. 2 и табл. 4) соотношений для погрешностей ОВП результирующих сигналов  $S_{pBK\Phi}(t)$ .

ОВП сигналов при моделировании выполнялось по максимуму сигнала.

В качестве исследуемых сигналов использовались Sinc- и колокольный радиоимпульсы с одинаковой несущей частотой  $\omega_0$  и эффективной шириной спектра  $\Delta\omega_{эф}$ . Результаты моделирования по точным соотношениям сравнивались с расчетами по приближенным выражениям, основанным на разложении в ряд Тейлора результирующего сигнала  $s_{рВКФ}(t)$  в окрестности максимума основного сигнала.

На рис. 5 и рис. 6 приведены результаты моделирования для случая одного луча и ОВП по огибающим результирующих сигналов  $s_{рВКФ}(t)$  для основного сигнала  $s_{0АКФ}(t)$  соответственно с Sinc- и колокольной огибающими. На этих рисунках приведены:

а) зависимость относительной абсолютной погрешности ОВП при измерениях по огибающей результирующего сигнала  $\delta t'_{ор} = \delta t'_{ор} \cdot \Delta\omega_{эф}$  от относительной задержки помехи  $\tau' = \tau / T_0$  для уровня помехи  $\alpha = 0,3$  (рис. 5,а и рис. 6,а); там же пунктиром показаны графики максимальных  $\delta t'_{ор\max}(\tau')$  и минимальных  $\delta t'_{ор\min}(\tau')$  значений погрешностей, экстремальные значения которых обозначены  $\delta t'_{ор\max\max}$  и  $\delta t'_{ор\min\min}$ ;

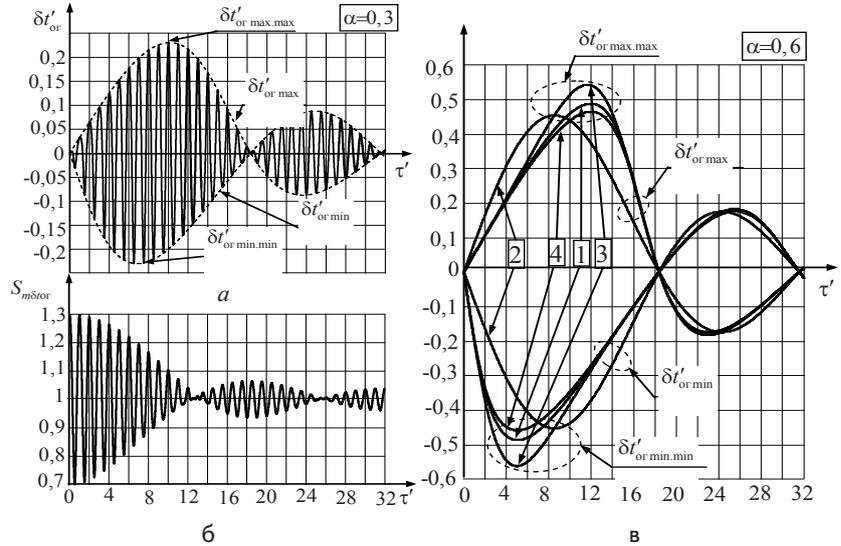


Рис. 6. Результаты моделирования погрешностей ОВП по огибающей Sinc-радиоимпульса для случая одной коррелированной помехи

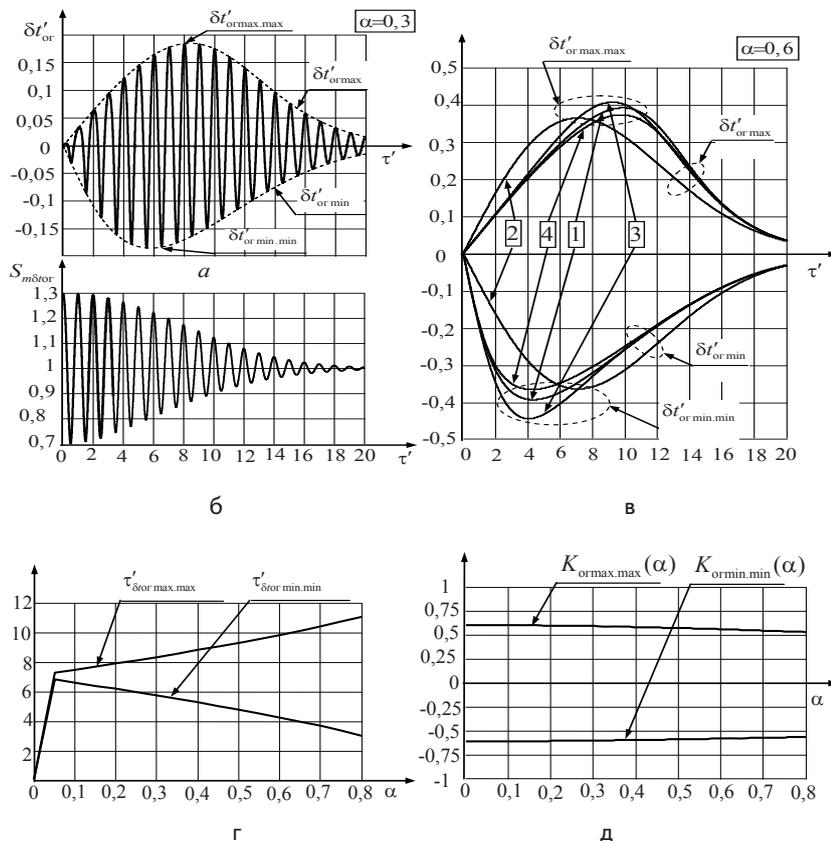


Рис. 5. Результаты моделирования погрешностей ОВП по огибающей колокольного радиоимпульса для случая одной коррелированной помехи

б) зависимость максимального значения огибающей результирующего сигнала  $S_{m\delta\sigma_{ор}}$  от относительной задержки помехи  $\tau'$  (рис. 5,б и рис. 6,б);

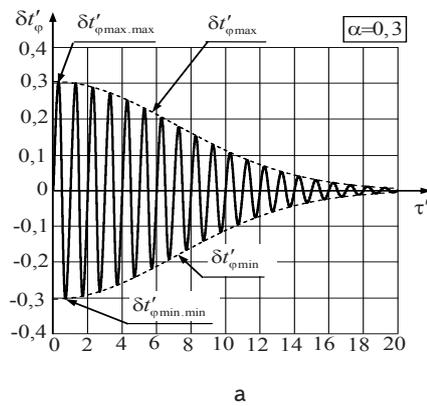
в) графики  $\delta t'_{ор\min}(\tau')$  и  $\delta t'_{ор\max}(\tau')$ , полученные по точным (графики №1) и приближенным (графики №2–4) соотношениям для уровня помехи  $\alpha = 0,6$  (рис. 5,в и рис. 6,в); для приближенных расчетов применено выражение (17), в котором значение  $n$  соответствует номеру графика;

г) зависимости относительных задержек помехи  $\tau'_{\delta\sigma_{ор\max\max}} = \tau_{\delta\sigma_{ор\max\max}} / T_0$  и  $\tau'_{\delta\sigma_{ор\min\min}} = \tau_{\delta\sigma_{ор\min\min}} / T_0$ , соответствующих экстремальным значениям погрешностей  $\delta t'_{ор\max\max}$  и  $\delta t'_{ор\min\min}$ , от относительного уровня помехи  $\alpha$  (рис. 5,г и рис. 6,г);

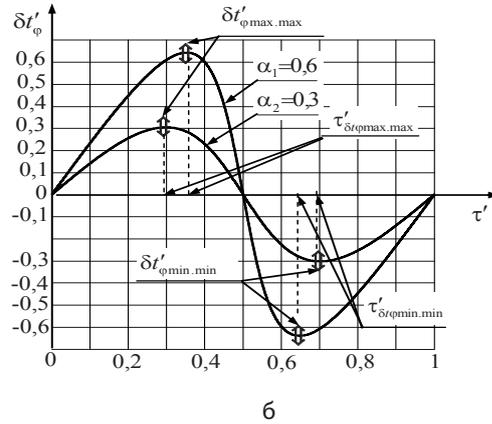
д) графики  $K_{ор\max\max}(\alpha) = \delta t'_{ор\max\max} q_{кп}$  и  $K_{ор\min\min}(\alpha) = \delta t'_{ор\min\min} q_{кп}$ , где  $q_{с/кп} = 1/\alpha$  – отношение сигнал/коррелированная помеха, построенные на рис. 5,д и рис. 6,д.

На рис. 7 по результатам моделирования ОВП по фазе результирующего сигнала  $s_{рВКФ}(t)$  для случая одной коррелированной помехи и

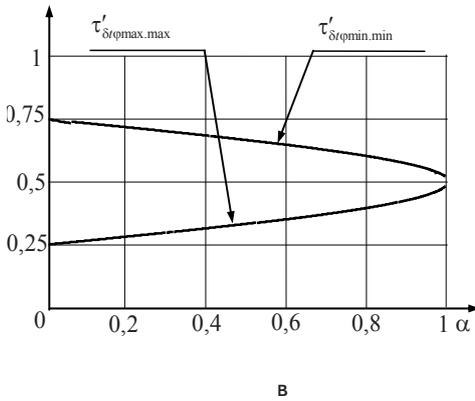
основного сигнала  $s_{0AK\Phi}(t)$  с колокольной огибающей построены графики:



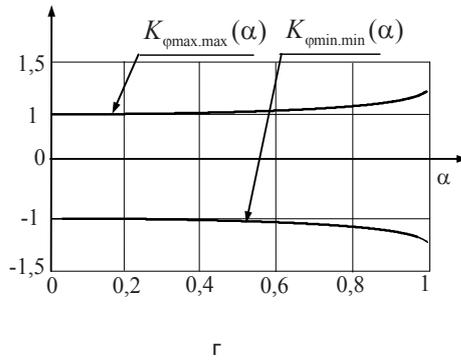
а



б



в



г

Рис. 7. Результаты моделирования погрешностей ОВП по фазе несущей колокольного радиоимпульса для случая одной коррелированной помехи

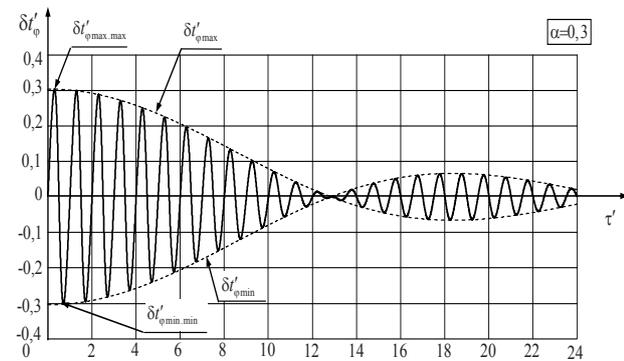


Рис. 8. Зависимость абсолютной погрешности ОВП по фазе несущей Sinc-радиоимпульса от задержки коррелированной помехи

а) график относительной абсолютной погрешности  $\delta t'_\phi = \delta t'_\phi \omega_0$  от относительной задержки помехи  $\tau' = \tau/T_0$  для уровня помехи  $\alpha=0,3$  (рис. 7,а); там же пунктиром показаны графики максимальных  $\delta t'_{\phi max}(\tau')$  и минимальных  $\delta t'_{\phi min}(\tau')$  значений погрешностей, экстремальные значения которых обозначены  $\tau'_{\delta t'_{\phi max max}}$  и  $\tau'_{\delta t'_{\phi min min}}$ ;

б) зависимость  $\delta t'_\phi(\tau')$  в окрестности экстремальных значений погрешностей для двух значений уровня помехи  $\alpha_1=0,3$  и  $\alpha_2=0,6$  (рис. 7,б);

в) зависимости от уровня помехи  $\alpha$  относительных задержек помехи  $\tau'_{\delta t'_{\phi max max}} = \tau_{\delta t'_{\phi max max}}/T_0$  и  $\tau'_{\delta t'_{\phi min min}} = \tau_{\delta t'_{\phi min min}}/T_0$ , соответствующих экстремальным значениям погрешностей  $\delta t'_{\phi max max}$  и  $\delta t'_{\phi min min}$  (рис. 7,в);

г) графики  $K_{\phi max max}(\alpha) = \delta t'_{\phi max max} Q_{кп}$  и  $K_{\phi min min}(\alpha) = \delta t'_{\phi min min} Q_{кп}$  (рис. 7,г).

На рис. 8 приведен график зависимости относительной абсолютной погрешности ОВП по фазе несущей  $\delta t'_\phi(\tau')$  для Sinc-радиоимпульса и уровня помехи  $\alpha=0,3$ .

Как и в случае колокольного радиоимпульса, зависимости  $\delta t'_{\phi max}(\tau')$  и  $\delta t'_{\phi min}(\tau')$  совпадают с огибающей основного сигнала (пунктирные графики рис. 7,а и рис. 8).

Моделирование показало, что графики  $\tau'_{\delta t'_{\phi max max}}(\alpha)$ ,  $\tau'_{\delta t'_{\phi min min}}(\alpha)$ ,  $K_{\phi max max}(\alpha)$  и  $K_{\phi min min}(\alpha)$  для Sinc-радиоимпульса полностью совпадают с построенными на рис. 7,в,г аналогичными зависимостями для колокольного радиоимпульса.

Таким образом, экстремальные значения погрешностей ОВП по фазе не зависят от вида огибающей основного радиосигнала.

При обработке результатов моделирования использованы нормированные экстремальные погрешности:

- при ОВП по огибающим

$$K_{\phi max max}(\alpha) = \delta t_{ог max max} \Delta \omega_{эф} Q_{кп};$$

$$K_{\phi min min}(\alpha) = \delta t_{ог min min} \Delta \omega_{эф} Q_{кп}; \quad (26)$$

– при ОВП по фазе

$$K_{\phi max max}(\alpha) = \delta t_{\phi max max} \omega_0 Q_{кп};$$

$$K_{\phi min min}(\alpha) = \delta t_{\phi min min} \omega_0 Q_{кп}. \quad (27)$$

Из графиков на рис. 5,д и рис. 6,д следует, что при  $0 < \alpha < 0,5$  значения  $K_{ог max max}(\alpha)$  и  $|K_{ог min min}(\alpha)|$  одинаковы и составляют – для колокольного радиоимпульса  $\sim 0,6$ , а для Sinc-радиоимпульса  $\sim 0,75$ . Как показывают расчеты и моделирование, максимальные значения этих коэффициентов имеет двухчастотный сигнал (ДЧС), у которого  $K_{ог max max}(\alpha) = |K_{ог min min}(\alpha)| = 1$ .

При фазовых измерениях в пределах  $0 < \alpha < 0,5$  коэффициенты  $K_{ог max max}(\alpha) = |K_{ог min min}(\alpha)| = 1$ , а при  $\alpha > 0,5$  –  $K_{ог max max}(\alpha) = |K_{ог min min}(\alpha)| > 1$  (рис. 7,г).

Известные из [1, 2] соотношения для потенциальных среднеквадратических погрешностей (СКП) ОВП сигнала, вызванные аддитивным белым шумом, можно записать в удобном для сравнения с выражениями (26) и (27) виде

$$\sigma_{ор} \Delta\omega_{эф} q_{с/БШ} = 1 ; \sigma_{\phi} \omega_0 q_{с/БШ} = 1 , \tag{28}$$

где  $q_{с/БШ}$  – отношение амплитуды сигнала к СКО шума на выходе СФ.

Сравнение соотношений (26) и (27) с одной стороны и соответствующих выражений (28) – с другой позволяет сопоставить максимальные погрешности, вызванные коррелированными многолучевыми помехами, с погрешностями, обусловленными белым шумом.

Выполненный анализ абсолютных погрешностей ОВП сигналов для случая одной детерминированной коррелированной помехи позволяет выбирать стратегию и осуществлять проверку результатов статистического анализа погрешностей, вызванных коррелированными помехами с заданными законами распределения их уровней  $p(\alpha_i)$  и задержек  $p(\tau_i)$ .

Для упрощения статистического анализа соотношения для оценки погрешностей, приведенные в табл. 2 и табл. 3, были преобразованы (см. формулы в табл. 5 и табл. 6), путем введения безразмерных переменных:

$$x_{\tau} = \Delta\omega_{эф} \tau \geq 0 , n = \omega_0 / \Delta\omega_{эф} \gg 1 .$$

Таблица 5

Случай	$\delta t_{ор}(\alpha, x_{\tau}, n)$
$\alpha_i \ll 1$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AKФ}^{(1)}(x_{\tau_i}) \cos(nx_{\tau_i})}{\Delta\omega_{эф}} ;$ $\frac{\alpha S_{0AKФ}^{(1)}(x_{\tau}) \cos(nx_{\tau})}{\Delta\omega_{эф}} \quad (i=1) \tag{29}$
$\alpha_i \ll 1 ; \tau_i \ll \tau_{и}$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i x_{\tau_i} \cos(nx_{\tau_i})}{\Delta\omega_{эф}} ;$ $\frac{\alpha x_{\tau} \cos(nx_{\tau})}{\Delta\omega_{эф}} \quad (i=1) \tag{30}$

Таблица 6

Случай	$\delta t_{\phi}(\alpha, x_{\tau})$
$\alpha_i \ll 1$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i S_{0AKФ}(x_{\tau_i}) \sin(nx_{\tau_i})}{\omega_0} ;$ $\frac{\alpha S_{0AKФ}(x) \sin(nx)}{\omega_0} \quad (i=1) \tag{31}$
$\alpha_i \ll 1 ; \tau_i \ll \tau_{и}$	$\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i \sin(nx_{\tau_i})}{\omega_0} ;$ $\frac{\alpha \sin(nx_{\tau})}{\omega_0} \quad (i=1) \tag{32}$

Соотношения (29)–(32) в табл. 5 и табл. 6 позволяют оценить СКП ОВП сигнала для случая одной коррелированной помехи, относительный уровень которой  $\alpha$  и ее задержка во времени  $\tau$  являются независимыми случайными величинами с известными законами распределения соответственно  $p(\alpha)$  и  $p(x_{\tau})$ .

Если принять закон распределения  $p(\alpha)$  нормальным с нулевым математическим ожиданием и СКО  $\sigma_{\alpha} = 1/q_{с/КП}$ , то можно получить формулы для определения СКП, сведенные в табл. 7 и табл. 8.

Таблица 7

Случай	$\sigma_{ор}$
$\alpha \ll 1$	$\frac{\sqrt{\int_0^{\infty} p(x_{\tau}) [S_{0AKФ}^{(1)}(x_{\tau}) \cos(nx_{\tau})]^2 dx_{\tau}}}{q_{с/КП} \Delta\omega_{эф}} = \frac{K_{1ог}}{q_{с/КП} \Delta\omega_{эф}} \tag{33}$
$\alpha \ll 1 ; \tau \ll \tau_{и}$	$\frac{\sqrt{\int_0^{\infty} p(x_{\tau}) [x_{\tau} \cos(nx_{\tau})]^2 dx_{\tau}}}{q_{с/КП} \Delta\omega_{эф}} = \frac{K_{2ог}}{q_{с/КП} \Delta\omega_{эф}} \tag{34}$

Таблица 8

Случай	$\sigma_{\phi}$
$\alpha \ll 1$	$\frac{\sqrt{\int_0^{\infty} p(x_{\tau}) [S_{0AKФ}(x_{\tau}) \sin(nx_{\tau})]^2 dx_{\tau}}}{q_{кп} \omega_0} = \frac{K_{1\phi}}{q_{кп} \omega_0} \tag{35}$
$\alpha \ll 1 ; \tau \ll \tau_{и}$	$\frac{\sqrt{\int_0^{\infty} p(x_{\tau}) [\sin(nx_{\tau})]^2 dx_{\tau}}}{q_{кп} \omega_0} = \frac{K_{2\phi}}{q_{кп} \omega_0} \tag{36}$

Коэффициенты  $K_{1ог}$ ,  $K_{2ог}$ ,  $K_{1\phi}$ ,  $K_{2\phi}$  в формулах (33)–(36) позволяют сравнивать СКП, вызванные коррелированными помехами, с потенциальными СКП (28), обусловленными аддитивным белым шумом. В табл. 9 и табл. 10 приведены расчетные соотношения для этих коэффициентов в случае равномерного закона распределения времени задержки помехи –

$$p(x_{\tau}) = \frac{1(x_{\tau} - x_{\tau-}) - 1(x_{\tau} - x_{\tau-} - \Delta x_{\tau})}{\Delta x_{\tau}} , \tag{37}$$

где  $\Delta x_{\tau} = \Delta\omega_{эф} \Delta\tau$ ,  $\Delta\tau$  – диапазоны изменения соответственно  $x_{\tau}$  и  $\tau$ ;  $x_{\tauи} = \Delta\omega_{эф} \tau_{и}$ ,  $\tau_{и}$  – начальные (минимальные) значения соответственно  $x_{\tau}$  и  $\tau$ .

На рис. 9 и рис. 10 построены графики, иллюстрирующие зависимости коэффициентов  $K_{1ог}$ ,  $K_{1\phi}$  от параметров  $\Delta\tau$  и  $x_{\tau-}$  закона распределения (37).

На рис. 11 приведена гистограмма распределения случайных нормированных погрешностей фазовых измерений  $\delta t_{\phi} \omega_0 q_{кп}$ , полученных путем моделирования для  $n = 2000$  измерений. Моделирование проведено для одной коррелированной помехи с  $q_{с/КП} = 10$  и  $p(x_{\tau})$  с параметрами:  $\Delta x_{\tau} = 2\pi$ ;  $x_{\tauи} = 0$ .

Таблица 9

Случай	$K_{ог}$
$\alpha \ll 1$	$K_{1ог} = \sqrt{\frac{1}{\Delta x_\tau} \int_{x_{тн}}^{(x_{тн} + \Delta x_\tau)} [S_{0,AKФ}^{(1)}(x_\tau) \cos(nx_\tau)]^2 dx_\tau}$
$\alpha \ll 1;$ $\tau \ll \tau_{и}$	$K_{2ог} = \sqrt{\frac{1}{\Delta x_\tau} \int_{x_{тн}}^{(x_{тн} + \Delta x_\tau)} [x_\tau \cos(nx_\tau)]^2 dx_\tau};$ $K_{2ог} \approx \frac{\Delta x_\tau}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\sin(2n\Delta x_\tau)}{(2n\Delta x_\tau)}} (x_{тн} = 0)$

Математическое ожидание (систематическая погрешность) результатов модельных измерений равно нулю, а нормированное СКП составляет  $K_{1\phi} \approx 0,7$ , что совпадает с приведенной на рис. 11 зависимостью  $K_{1\phi}(\Delta x_\tau)$  для данных параметров  $p(x_\tau)$ . Как показала проверка гипотез, законы распределения погрешностей как в данном примере, так и в других случаях отличаются от нормального.

**Проведенный анализ и моделирование погрешностей ОВП сигналов, вызванных коррелированными многолучевыми помехами, позволяют сформулировать новые научные результаты:**

1) погрешность ОВП радиосигнала по его огибающей  $\delta t_{ог}$  в случае

коррелированной помехи с фиксированными уровнем  $\alpha$  и задержкой  $\tau$  при изменении последней колеблется в пределах  $\delta t_{огmax} \geq \delta t_{ог} \geq \delta t_{огmin} < 0$ , которые при  $\alpha \ll 1$  пропорциональны производной огибающей АКФ основного сигнала; экстремальные значения погрешности ( $\delta t_{огmax}, \delta t_{огmin}$ ) зависят от формы огибающей АКФ основного сигнала и величины  $\alpha$ ;

2) погрешность ОВП сигнала по фазе когерентной несущей  $\delta t_\phi$  при изменении фиксированной задержки  $\tau$  коррелированной помехи колеблется в пределах  $\delta t_{\phi max} \geq \delta t_\phi \geq \delta t_{\phi min} < 0$ , которые при  $\alpha \ll 1$  пропорциональны огибающей АКФ основного сигнала; экстремальные значения погрешности ( $\delta t_{\phi max} = |\delta t_{\phi min}|$ ) зависят от величины  $\alpha$  и не зависят формы огибающей АКФ основно-

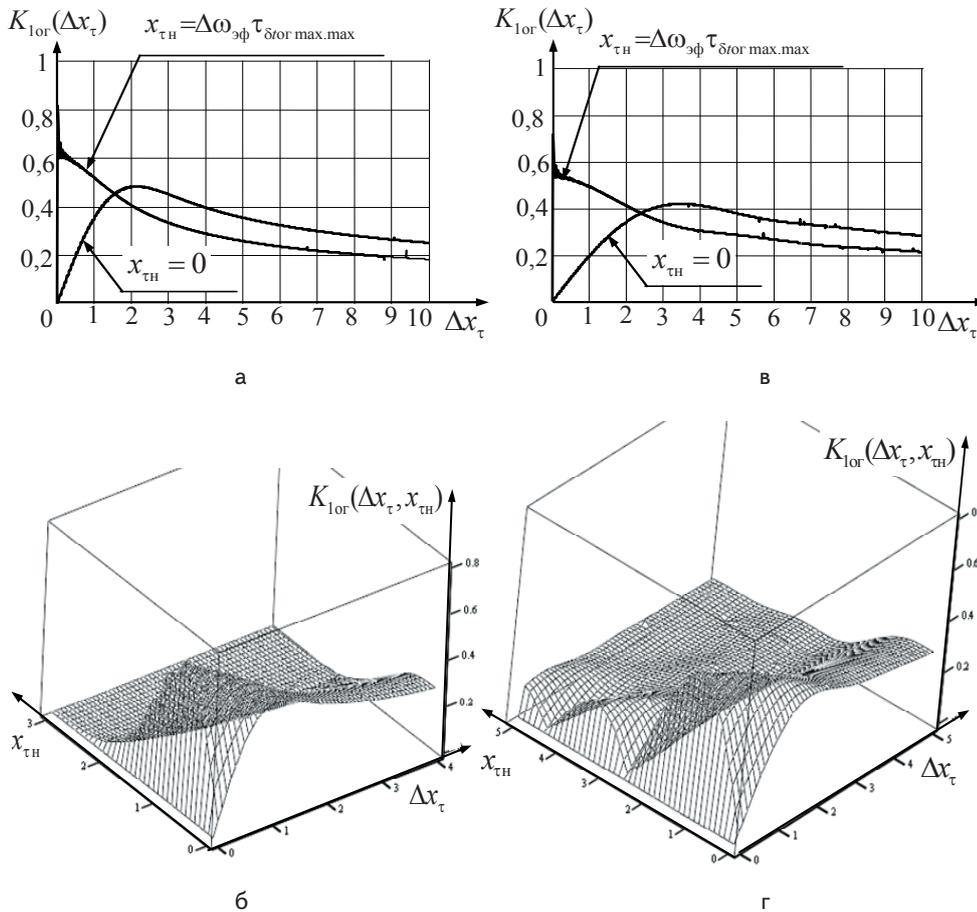


Рис. 9. Зависимости  $K_{1ог}(\Delta x_\tau)$  и  $K_{1ог}(\Delta x_\tau, x_{тн})$  для колокольного (а,б) и Sinc- (в,г) радиоимпульсов в случае равномерного закона распределения  $p(x_\tau)$

Таблица 10

Случай	$K_\phi$
$\alpha \ll 1$	$K_{1\phi} = \sqrt{\frac{1}{\Delta x_\tau} \int_{x_{тн}}^{(x_{тн} + \Delta x_\tau)} [S_{0,AKФ}(x_\tau) \sin(nx_\tau)]^2 dx_\tau}$
$\alpha \ll 1;$ $\tau \ll \tau_{и}$	$K_{2\phi} = \sqrt{\frac{1}{\Delta x_\tau} \int_{x_{тн}}^{(x_{тн} + \Delta x_\tau)} [\sin(nx_\tau)]^2 dx_\tau};$ $K_{2\phi} \approx \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\sin(2n\Delta x_\tau)}{(2n\Delta x_\tau)} \right]} (x_{тн} = 0)$

го сигнала;

3) в случае коррелированной помехи с уровнем  $\alpha \ll 1$  погрешности ОВП сигнала по огибающей при  $\tau \ll \tau_{и}$  и по фазе при  $\tau \ll T_0$  колеблются в пределах  $\delta t_{\phi max} \geq \delta t_\phi \geq \delta t_{\phi min} < 0$ , которые пропорциональны  $\alpha$  и не зависят от формы огибающей основного сигнала;

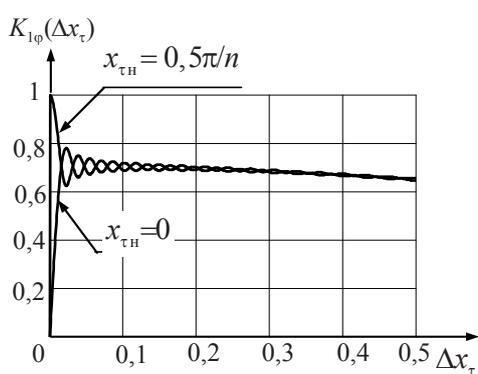
4) в случае одинаковых отношений сигнал-коррелированная помеха и сигнал-белый шум ( $q_{с/кп} = q_{с/бш} \gg 1$ ) максимальные значения СКП ОВП сигналов по огибающей, вызванные коррелированной помехой с равномерным законом распределения задержек, меньше, чем потенциальные погрешности ОВП сигналов при белом шуме; лишь для ДЧС эти погрешности совпадают;

5) СКП ОВП сигнала по фазе при равномерном законе распределения задержки коррелированной помехи в пределах главного лепестка АКФ на 3 дБ меньше, чем СКП ОВП при белом шуме в случае  $q_{c/кп} = q_{c/бш} \gg 1$  ;

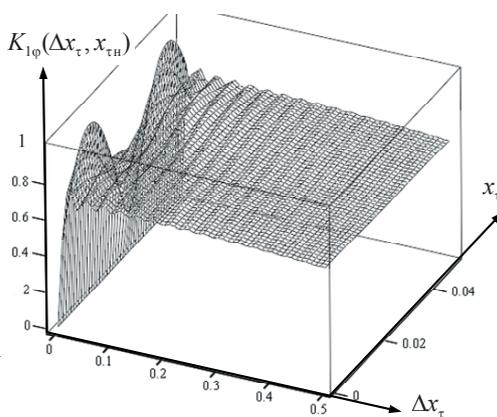
6) в случае равномерного закона распределения задержек помехи с  $\Delta\tau \ll \tau_{и}$  при измерениях по огибающей и  $\Delta\tau \ll T_0$  при измерениях по фазе, а также  $q_{c/кп} \gg 1$  СКП ОВП сигнала пропорциональны  $\sigma_{\alpha}$  и не зависят от формы огибающей основного сигнала;

7) при наличии ряда независимых коррелированных многолучевых помех результирующие СКП ОВП сигналов по огибающим и фазам составят:

$$\sigma_{\Sigma\sigma r} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_{\sigma r i}^2} ; \sigma_{\Sigma\sigma \phi} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_{\phi i}^2} .$$



а



б

Рис. 10. Графики  $K_{1\phi}(\Delta x_{\tau})$  (а) и зависимости  $K_{1\phi}(\Delta x_{\tau}, x_{\tau н})$  (б) для равномерного закона распределения  $p(x_{\tau})$

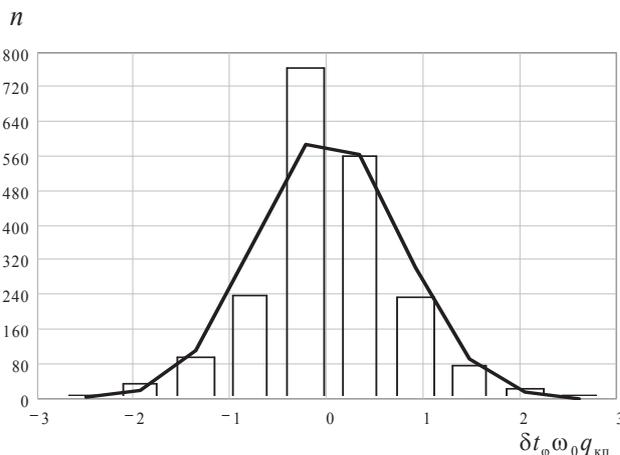


Рис. 11. Гистограмма нормированных погрешностей фазовых измерений для случая одной коррелированной помехи

Литература

1. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигналов. / Фалькович С.Е. - М.: Сов. радио, 1970. – 336 с.
2. Я.Д. Ширмана. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-ое перераб. и доп./ Под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
3. Кащеев Б. Л. Метеоры сегодня. / Кащеев Б. Л. Коваль Ю. О., Горбач В. И., Бондарь Б. Г. – К.: Техніка, 1996. – 196 с.
4. Антипов И. Е., Развитие теории и совершенствование радиометеорных систем связи и синхронизации. / Антипов И. Е., Коваль Ю. А., Обельченко В. В. – Харьков: Коллегиум, 2006. – 308с.
5. Поляков П.Ф. Прием сигналов в многолучевых каналах. / Поляков П.Ф. - М.: Радио и связь, 1986.-248 с.
6. Андреев Ю.В. Усиление хаотических радиоимпульсов в многолучевой среде распространения. / Андреев Ю.В., Дмитриев А.С., Клецов А.В.// Журнал. Радиотехника и электроника, 2007, т. 52, №7, с. 838–846.
7. Морозов В.А. Оценка скорости передачи информации в локальной сверхширокополосной системе связи в условиях многолучевого распространения. Морозов В.А., Старков С.О., Кузьмин Л.В. // Журнал. Радиотехника и электроника – том 53, № 5, Май 2008, С. 594-598.
8. Y. Okumura et al. Field Strength and Its Variability in VHF and UHF Land-Mobile Radio Service. Y. Okumura // Review of the Electr. Commun. Lab. 1968. v.16. №9-10. p. 825-873.
9. L.J. Greenstein. "A new path-gain/delay-spread propagation model for digital cellular channels," L.J. Greenstein, V. Erceg, Y.S. Yeh, and M.V. Clark // journal IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 46, no. 2, May 1997.
10. Бартон Д. Справочник по радиолокационным измерениям Бартон Д., Вард Г. /Пер. с англ. под ред. М.М. Вейсбейна. М., «Сов. радио», 1976. – 392 с.
11. Михайлов С. А. Влияние многолучевости распространения радиоволн от навигационного космического аппарата на точность определения координат GPS-приемником Михайлов С. // Журнал. Беспроводные технологии, №2, 2006. – С.
12. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. Шебшаевич В.С. - М., "Радио и связь", 1993. – 286 с.
13. Коваль Ю.А. Анализ точности фиксации временного положения импульса в устройстве с линией задержки. Коваль Ю.А., Моисеев В.П., Бавыкина В.В., Нестеров П.К. // Журнал. Радиотехника, Изд-во ХГУ, вып. 52, 1980, 12-15.