

3. Перспективою дальніших досліджень являється розробка алгоритма аналізу отриманих кількісних результатів з метою діагностики стану структури волокна.

Література

1. Филипенко А.И., Пономарева А.В. Современное состояние проблемы контроля конструктивно-геометрических параметров микроструктурированных оптических волокон // Радиотехника: Всеукр.межвед. науч.-техн. Сб. 2008.-№154.- с. 102-107.

2. Филипенко А.И., Пономарева А.В. Выбор метода контроля конструктивно-технологических параметров микроструктурированных волокон// Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. Сб. 2008.-№155.- с.299-305.  
 3. Филипенко А.И., Пономарева А.В. Управление технологическим процессом вытяжки микроструктурированного оптического волокна// 2-я Международная научная конференция «Электронная компонентная база. Состояние и перспективы развития» Сборник научных трудов. - Харьков: ХНУРЭ - 2009.-с.166-169.  
 4. Лазарев Л.П., Мировицкая С.Д. Контроль геометрических и оптических параметров волокон. – М.: Радио и связь, 1988. – 280с.

УДК 621.391.01

# СИНХРОНІЗАЦІЯ ХАОТИЧНИХ СИСТЕМ І ФІЛЬТРАЦІЯ СИГНАЛУ В КАНАЛІ ЗВ'ЯЗКУ

*У чисельному експерименті на прикладі фільтру низьких частот першого порядку досліджується вплив фільтрації сигналу в каналі зв'язку на якість синхронізації однонаправлено зв'язаних генераторів Чуа та кільцевих схем*

*Ключові слова: динамічний хаос, синхронізація хаосу, фільтрація*

*В численном эксперименте на примере фильтра низких частот первого порядка исследуется влияние фильтрации сигнала в канале связи на качество синхронизации однонаправленно связанных генераторов Чуа та кольцевых схем*

*Ключевые слова: динамический хаос, синхронизация хаоса, фильтрация*

*Synchronization of the unidirectional coupled the chaotic Chua circuits and circular circuits is study numerically, when in there is a filter of low frequency of the first order in a communication channel*

*Key words: chaos dynamic, synchronization chaos, filtering*

**С.Д. Галюк**  
Аспірант\*

Контактний тел.: 067-437-79-45  
E-mail: galiuk@inbox.ru

**М.Я. Кушнір**

Кандидат фізико-математичних наук, доцент\*  
Контактний тел.: 050-677-22-02  
E-mail: kushnirnik@gmail.com

**Л.Ф. Політанський**

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри\*  
Контактний тел.: (037)-224-24-36  
E-mail: politanskyu@chnu.cv.ua

**Р.Л. Політанський**

Кандидат фізико-математичних наук, старший викладач\*  
Контактний тел.: (037) 226-18-61  
E-mail: polyr@mail.ru

\*Кафедра радіотехніки та інформаційної безпеки  
Чернівецький Торговельно-економічний Інститут  
Київський Національний Торговельно-економічний університет  
Центральна площа, 7, м. Чернівці, Україна, 58002

1. Вступ

Синхронізація – одна з фундаментальних властивостей нелінійних систем, яка полягає у встановленні взаємозалежності між характеристиками сигналів чи

параметрами зв'язаних систем в результаті їх взаємодії. В радіотехніці, радіовимірюванні та системах передачі даних синхронізація є однією з основних умов якісного зв'язку, безпеки і надійності передачі інформації [1,2].

На сьогоднішній день розроблено теорію синхронізації періодичних систем, а з бурхливим розвитком нелінійної динаміки та теорії динамічних систем виникло питання про синхронізацію хаотичних систем. Такі системи, зокрема радіотехнічні, побудовані на основі генераторів хаотичних сигналів, перспективні при розробці систем передачі інформації з великою інформаційною ємністю, високою завадостійкістю та конфіденційністю переданої інформації, можливістю самосинхронізації передавача і приймача. Хаотичні сигнали, як можливі носії інформації характеризуються широкосмуговістю, повною випадковістю, чутливістю до початкових умов та параметрів генеруючого пристрою, власною інформаційною ємністю [1-4].

## 2. Особливості аналізу синхронізації між хаотичними динамічними системами

При дослідженні поведінки зв'язаних хаотичних генераторів особливий інтерес викликають системи із малим числом степеней свободи, які демонструють складні неперіодичні коливання і при цьому прості в реалізації. Прикладами таких систем є генератор Чуа, генератор з інерційною нелінійністю та кільцевий генератор. Їх характерними рисами є різноманіття хаотичних режимів, що можуть бути отримані в схемі при незначній зміні її параметрів, а також можливість створювати аналоги схем для різних частотних діапазонів (від низько- до надвисокочастотного). Це дозволяє досліджувати загальні фундаментальні закономірності, що є характерними для низькочастотної схеми, а результати досліджень застосовувати для ВЧ і НВЧ систем.

Відомо декілька підходів до визначення синхронізації хаосу. Згідно першого, синхронізація хаосу розуміється як встановлення вимушеного періодичного режиму у хаотичній системі під дією зовнішньої періодичної сили. Другий підхід до синхронізації хаосу має місце при синхронізації двох хаотичних систем. В залежності від сили зв'язку між зв'язаними системами розрізняють кілька видів синхронізації: повну, фазову, недосконалу фазову, узагальнену синхронізацію, лаг-синхронізацію [1, 6-10].

Одна з проблем при застосуванні класичної теорії синхронізації для хаотичних автоколивальних систем полягає у коректному введенні поняття фази. Хаотичні коливання відрізняються від періодичних та квазіперіодичних насамперед тим, що мають суцільний спектр, що схожий на спектр кольорового шуму. Тому у загальному випадку для хаотичних коливань неможливо строго ввести поняття періоду (частоти), однозначно визначити фазу сигналу. Однак, у випадку якщо аттрактор хаотичної системи фазо-когерентний, тобто хаотичний сигнал має чітко виражений максимум на певній частоті і можна знайти таку проекцію аттрактора на деяку площину, при якій траєкторія сигналу охоплюватиме певну точку, тоді сигнал можна розглядати як коливання з хаотично модульованою амплітудою і майже рівномірно зростаючою фазою. У цьому випадку фазу можна визначити за допомогою методу перерізу Пуанкаре або методу аналітичного сигналу [1,6]. Середня швидкість зростання фази визначає середню частоту хаотичної системи. Для деяких

не фазо-когерентних систем визначення фази можливе за допомогою методу, що базується на визначенні кривизни довільної кривої [6]. Цей метод ефективний для системи Лоренца, схеми Чуа, генератора з інерційною нелінійністю.

На даний час явища синхронізації хаотичних динамічних систем достатньо вивчені. Досліджено залежність поведінки зв'язаних систем від параметрів окремих систем, сили зв'язку між системами, інтенсивності шуму в каналі зв'язку. В той же час для якісного передавання інформації в комунікаційних системах з хаотичним синхронним відгуком сигнал від передавача до приймача повинен передаватися з мінімально можливими спотвореннями, що визначається частотними та фазовими властивостями каналу зв'язку [2]. Фільтрація сигналів в каналі зв'язку є одним з факторів, що впливає на якість передавання інформації при використанні динамічного хаосу і, як правило, вимагає застосування заходів щодо усунення, або хоча би зменшення її впливу. Зокрема, для боротьби з цим негативним явищем пропонується включення в схему генератора хаотичного сигналу фільтра з фільтруючими властивостями аналогічними фільтруючим властивостям каналу [11]. У роботах [12,13] на прикладі стрічкового аттрактора схеми Чуа розглянуто вплив фільтра в каналі зв'язку і показано, що фільтрація сигналу призводить до значного ускладнення динаміки веденої системи. Зокрема виявлено область мультистабільності, для якої у веденій системі співіснують два аттрактори з різними амплітудами. Показано, що існує діапазон параметрів, у якому може змінюватися динамічний режим генератора навіть при слабкій фільтрації.

У даній роботі на прикладі ФНЧ першого порядку досліджується вплив фільтруючих властивостей каналу зв'язку на синхронізацію однонаправлено зв'язаних генераторів Чуа та кільцевих схем.

## 3. Синхронізація генераторів Чуа

Схема Чуа є однією з найпростіших коливальних систем з хаотичною поведінкою. У безрозмірному вигляді математична модель однонаправлено зв'язаних через RC-фільтр низьких частот генераторів Чуа має наступний вигляд [14]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_1(y_1 - x_1 - g(x_1)) \\ \dot{y}_1 = x_1 - y_1 + z_1 \\ \dot{z}_1 = -\beta_1 y_1 \\ v = u(y_1 - v) \\ \dot{x}_2 = \alpha_2(y_2 - x_2 - g(x_2)) \\ \dot{y}_2 = x_2 - y_2 + z_2 + e(v - y_2) \\ \dot{z}_2 = -\beta_2 y_2 \end{cases}, \quad (1)$$

де  $x_1, y_1, z_1$  – безрозмірні змінні, які відповідають сигналам ведучої системи,  $x_2, y_2, z_2$  – змінні, які відповідають сигналам веденої системи,  $v$  – безрозмірний сигнал на виході ФНЧ,  $e$  – параметр, що визначає силу зв'язку між веденою та ведучою системами,  $u$  – безрозмірна частота зрізу фільтра. Для подальших розрахунків беремо  $\alpha_1 = 9$ ,  $\alpha_2 = 9.15$ ,  $\beta_1 = 16$ ,  $\beta_2 = 16.2$ .

Функція  $g(x_i)$  описує ВАХ нелінійного елемента генераторів і має вигляд:

$$g(x_i) = m_0 x_i + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|x_i + 1| + |x_i - 1|], \quad (2)$$

де  $m_0 = 1.53$ ,  $m_1 = -0.74$ ,  $i = 1, 2$  відповідно для ведучої та веденої системи.

Атрактор системи Чуа типу «подвійний завиток» при зазначених вище параметрах системи має вигляд рис. 1а, нормований спектр потужності сигналу  $y_1$  зображено на рис. 1б. Проекція атрактора на площину  $(z, y)$  огинає початок координат (рис. 2). Враховуючи, що спектр сигналу має чіткий максимум (рис.1б) можна визначити фазу як:

$$\phi = \arctg \frac{dz}{dy} + k\pi, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Для отримання хаотичного синхронного відгуку у веденій системі необхідно і достатньо виконання двох умов. По-перше, в обох системах повинна існувати загальна фазова траєкторія, по-друге, рух системи по цій траєкторії має бути стійким при будь-яких трансверсальних до атрактора збурень [2].

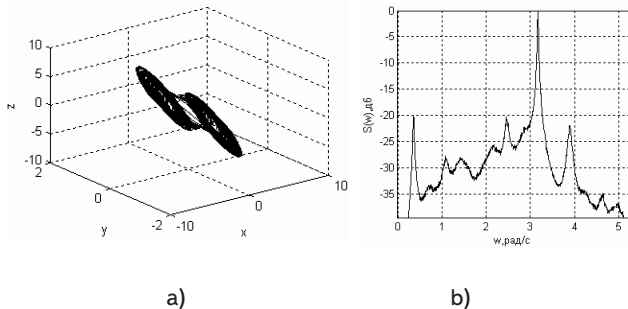


Рис. 1. Хаотичний атрактор типу «подвійний завиток» при  $\alpha = 9$ ,  $\beta = 16$  – (а), нормований спектр потужності хаотичних коливань ведучої системи – (б)

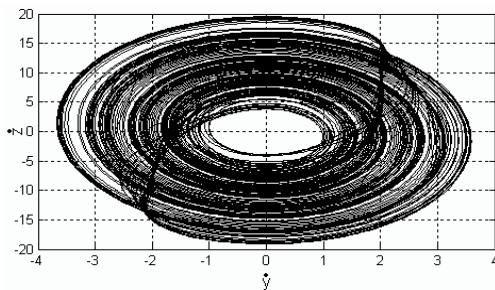


Рис. 2. Проекція хаотичного атрактора на площину  $(z, y)$

Відомо, що у випадку близькості параметрів ведучої та веденої системи, перша умова виконується, при цьому у певній області значень параметрів загальною траєкторією систем буде хаотичний атрактор типу «подвійного завитка», що приведений на рис. 1а. Це означає, що хаотичний атрактор веденої системи стійкий до малих відхилень, тобто між однаково зв'язаними системами на генераторах Чуа можна отримати хаотичний синхронний відгук, стійкий до деякого шумового впливу. Однак, якщо параметри систем відрізняються навіть на будь-яку малу величину, виникають короточасні зриви синхронізації – так зване явище «on-off» чередування, тому атрактор синхронізації не буде абсолютно стійким до трансверсальних збурень.

У однаково зв'язаних неідентичних системах можлива узагальнена або фазова синхронізація

[6-10]. При сильному зв'язку між системами і незначному розлаштуванні параметрів спостерігається лаг-синхронізація, тобто динамічні змінні двох систем повторюють одні одних з деяким запізненням.

Для виявлення амплітудних характеристик режимів коливань у веденій системі була розрахована залежність максимальної амплітуди коливань для зв'язаних через фільтр низьких частот неідентичних систем від параметра зв'язку  $e$  та частоти зрізу фільтра  $u$  (рис. 3). Як бачимо, при  $e > 0.38$  та  $u < 4$  максимальна амплітуда коливань веденої системи сильно залежить від частоти зрізу фільтра. У веденій системі спостерігаються періодичні та хаотичні коливання з атракторами типу «стрічка» (рис. 4а). Із подальшим зростанням  $u$  ведена система переходить в режим нестійких хаотичних коливань, де спостерігається переміщення між атракторами типу «стрічка» та «подвійний завиток» – рис. 4б. При  $e < 0.38$  та  $u > 4$  – амплітуда коливань веденої системи досягає своїх найбільших значень, коливання веденої системи характеризуються стійким хаотичним режимом з атрактором «подвійний завиток» (рис. 1а).

Мірою подібності між часовими реалізаціями слугує помилка синхронізації, що дорівнює:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N ((x_{1j} - x_{2j})^2 + (y_{1j} - y_{2j})^2 + (z_{1j} - z_{2j})^2)}, \quad (4)$$

де  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$ ,  $z_{ij}$  – значення змінних  $i$ -ї підсистеми в  $j$ -й момент часу.

Помилка синхронізації рівна нулю у випадку повної синхронізації та відмінна від нуля в інших випадках (рис. 5).

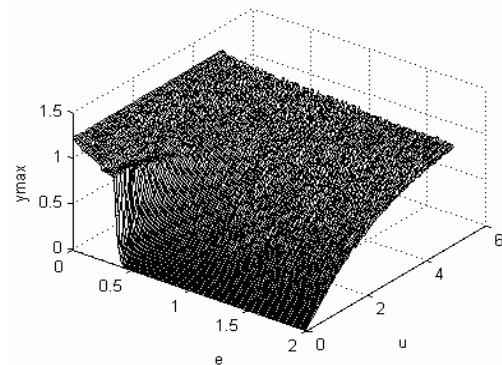


Рис. 3. Залежність максимальної амплітуди коливань  $y_{\max}$  у веденій системі від параметру  $e$  зв'язку та частоти зрізу  $u$  при  $\alpha_1 = 9$ ,  $\beta_1 = 16$ ,  $\alpha_2 = 9.15$ ,  $\beta_2 = 16.2$

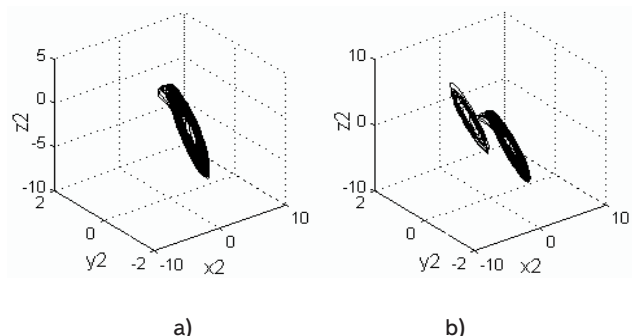


Рис. 4. Хаотичні атрактори веденої системи при  $e = 1$ ,  $u = 3$  (а);  $e = 1$ ,  $u = 4.1$  (б)

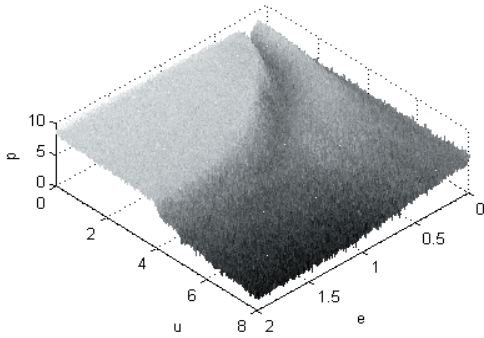


Рис. 5. Залежність помилки синхронізації між ведучою і веденою системами для неідентичних систем  $\alpha_1 = 9$ ,  $\beta_1 = 16$ ,  $\alpha_2 = 9.15$ ,  $\beta_2 = 16.2$  від параметру зв'язку  $e$  та частоти зрізу  $u$

На рис. 6 приведена залежність миттєвої різниці фаз від часу при різних значеннях параметрів  $e$  та  $u$ .

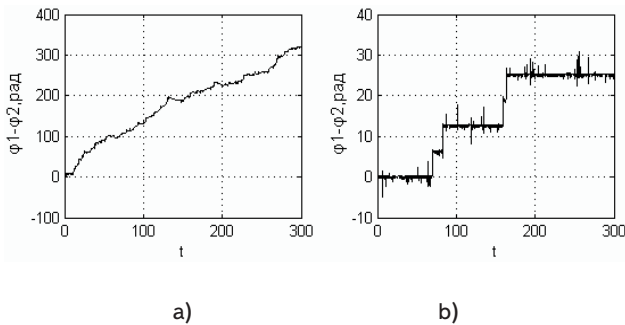


Рис. 6. Залежність миттєвої різниці фаз від часу при  $e = 1$ ,  $u = 2$  (a);  $e = 6$ ,  $u = 10$  (b)

Із рис. 5 випливає, що помилка синхронізації сильно залежить від параметру зв'язку та частоти зрізу. При малих  $e$  і  $u$  значення  $\rho$  великі, а миттєва різниця фаз (рис. 6a) зростає у часі, що свідчить про десинхронізацію між сигналами ведучої та веденої систем. Зі зростанням  $e$  і  $u$  помилка синхронізації зменшується і між стрибками різниці фаз (рис. 6b) спостерігаються великі проміжки часу, коли між системами спостерігається фазова синхронізація. Це вказує на недосконалу фазову синхронізацію [8]. Зазначимо, що досягнення фазової синхронізації в схемі Чуа неможливе навіть при ідентичності параметрів ведучої та веденої системи, оскільки сам фільтр вносить певну неідентичність у системи, і як наслідок виникає «on-off» чередування.

#### 4. Синхронізація кільцевого генератора

У безрозмірному вигляді систему зв'язаних через фільтр нижніх частот кільцевих генераторів після попереднього аналізу можна представити як:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (Mf(z_1) - x_1)\beta_1 \\ \dot{y}_1 = 4\pi^2(x_1 - z_1) \\ \dot{z}_1 = y_1 - \alpha_1 z_1 \\ v = u(x_1 - v) \\ \dot{x}_2 = (Mf(z_2) - x_2(1+e) + ev)\beta_2 \\ \dot{y}_2 = 4\pi^2(x_2 - z_2) \\ \dot{z}_2 = y_2 - \alpha_2 z_2 \end{cases}, \quad (5)$$

де  $x_1, y_1, z_1$  – безрозмірні змінні, які відповідають сигналам ведучої системи,  $x_2, y_2, z_2$  – безрозмірні змінні, які відповідають сигналам веденої системи,  $v$  – безрозмірний сигнал на виході ФНЧ,  $e$  – параметр, що визначає силу зв'язку між веденою та ведучою системами,  $u$  – безрозмірна частота зрізу фільтра. Параметри системи виберемо наступними:  $\alpha_1 = 2.1$ ,  $\alpha_2 = 2.15$ ,  $\beta_1 = 1.38$ ,  $\beta_2 = 1.39$ ,  $M = 5$ . Хаотичний атрактор ведучої системи при вказаних значеннях параметрів приведено на рис. 7а.

Нелінійна функція описується як:

$$f(z_i) = |z_i + 1| - |z_i - 1| + \frac{(|z_i - 4| - |z_i + 4|)}{2}, \quad (6)$$

де  $i = 1, 2$  відповідно для ведучої та веденої системи.

Зв'язок між системами здійснюватимемо за допомогою змінної  $x_1$ .

Залежність максимальної амплітуди коливань та помилки синхронізації у веденій системі для кільцевих генераторів якісно подібні до залежностей представлених рис. 3 та рис. 5. У веденій системі залежно від параметрів  $e$  та  $u$  можуть спостерігатися періодичні, квазіперіодичні та хаотичні режими.

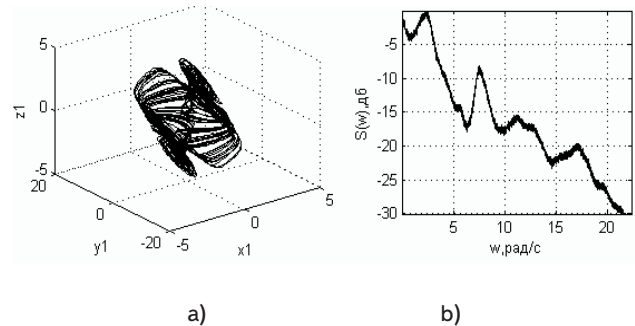


Рис. 7. Хаотичний атрактор кільцевої системи при  $a = 1.38$ ,  $b = 2.1$ ,  $M = 5$  (a); нормований спектр потужності сигналу  $x_1$  ведучої системи (b)

Спектр сигналу кільцевого генератора є широко-смуговим (рис. 7b) і поняття фази сигналу є некоректним. У цьому випадку ступінь синхронності між сигналами ведучої і веденої системи можна визначити непрямыми способами, розраховуючи характеристики, що не залежать від поняття фази сигналу. Однією з таких характеристик є значення мінімуму функції подібності:

$$G(\tau) = \frac{\sqrt{\langle (x_2(t+\tau) - x_1(t))^2 \rangle}}{\sqrt{\langle x_1^2(t) \rangle \langle x_2^2(t) \rangle}}, \quad (7)$$

$$k = \min(G(\tau))$$

де  $x_1(t), x_2(t)$  – однотипні змінні ведучої та веденої системи відповідно.

Для випадку повної та лаг синхронізації  $k = 0$ , а при зменшенні сили зв'язку та частоти зрізу фільтра  $k$  зростає.

На рис. 8 зображено залежності мінімуму функції подібності від параметра зв'язку  $e$  при фіксованих  $u$ . У випадку якщо  $e < 2$  значення  $k$  великі, тобто спостерігається десинхронізація (рис. 8a). При  $e \approx 2$  значення мінімуму функції подібності різко зменшується

і при  $e > 2$  змінюється слабо, тобто ми можемо говорити про появу синхронізації між сигналами (рис. 8b).

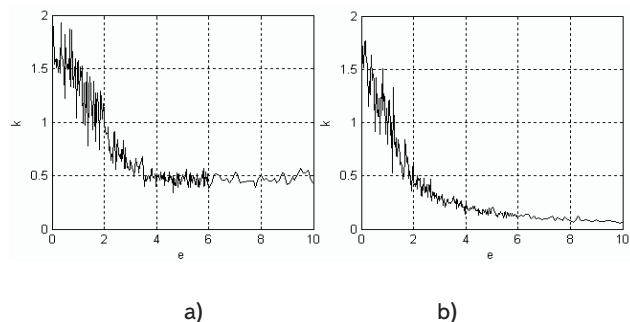


Рис. 8. Залежність мінімуму функції подібності  $k$  від параметра зв'язку  $e$  при  $u=1$  (а);  $u=6$  (б);

### Висновки

В роботі досліджено ряд особливостей поведінки хаотичних генераторів Чуа та кільцевих генераторів, зв'язаних через фільтр нижніх частот. Показано, що у веденій системі в залежності від значення параметру зв'язку та частоти зрізу фільтра спостерігаються періодичні та хаотичні коливання з різними атракторами. Встановлено, що незважаючи на фільтрацію сигналу при певних параметрах фільтру та зв'язку між системами можна досягти синхронізації.

### Література

1. Пиковский А., Роземблум М., Куртс Ю. Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. – 508с.
2. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002. – 252с.
3. Дмитриев А.С., Емец С.В., Старков С.О. Высокоскоростная передача цифровых данных с использованием динамического хаоса // Радиотехника и электроника, 1999, том 44 №3, с. 324-329.

4. Кальянов Г.Н., Кальянов Э.В. Шифрование цифровой информации при использовании генераторов с хаотической динамикой // Радиотехника и электроника, 2008, том 53 №4, с. 459-467.
5. Кальянов Э.В., Кислов В.Я., Кяргинский Б.Е. Передача информации через радиоканал при ее маскировке нерегулярным сигналом // Радиотехника и электроника, 2006, том 51 №1, с. 976-983.
6. Анищенко В.С., В.В. Астахов, Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний. Учебное пособие. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2008.
7. Roseblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. V.78, №11. P. 1804-1807.
8. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G., Valladares D.L., Zhou C.S. The synchronization of chaotic systems // Phys. Rep., 2002, V. 366, P. 1-101.
9. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Arbel A.H.D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E., 1995, V. 51, P. 980-994.
10. Chen J.Y., Wong K.W., Shuai J.W. Phase synchronization between two different oscillators with unidirectional signal coupling // International journal of bifurcation and chaos 2004, V.14, №5. P.1877-1884.
11. Guan S., Lai C.H., Wei G.W. Phase synchronization between two essentially different chaotic systems // Phys. Rev. E, 2005, V.72, 0162205.
12. Дмитриев А.С., Кузьмин Л.В. Передача информации с использованием синхронного хаотического отклика при наличии фильтрации в канале связи // Письма в ЖТФ, 1999, т.25, в.16. с.71-77.
13. Эффекты синхронизации генераторов хаотических колебаний в канале связи в присутствии фильтра нижних частот // Письма в ЖТФ, 2007, т.33, в.4. с.66-72.
14. Прохоров А.А., Мчедлова Е.С. Синхронизация хаоса с учетом искажений сигнала в канале связи: Эксперимент и численное моделирование // Журнал технической физики. 2008. Т 78. Вып. 11, – ст. 77-84.